

## РЕГУЛЯРИЗАЦІЯ ТА АПРІОРНА ІНФОРМАЦІЯ ПРИ ВІДНОВЛЕННІ РАДІОМЕТРИЧНИХ ЗОБРАЖЕНЬ

© Лазько Леонід, 2003

**Проаналізовано методи розв’язання обернених задач побудови радіометричних зображень при використанні апріорної інформації. Показано вплив процедур регуляризації на можливість подальшої екстраполяції спектра зображення. Наведено розрахункові залежності коефіцієнта екстраполяції від параметра регуляризації при відновленні зображень.**

**In this paper the analysis of method of radar image formation inverse problem solution with prior information usage was made. The regularisation procedures impact on results of image spectrum extrapolation nonlinear procedures was shown. Relationship between extrapolation coefficient and regularization parameter for different regularisation methods are calculated.**

### Вступ

При побудові радіолокаційних зображень виникає ряд спотворень, спричинених властивостями систем формування. Це, зокрема, дифракційне обмеження спектра зображення та спотворення амплітуд просторових гармонік зображення, спричинене нерівномірністю просторово-частотної амплітудної характеристики системи формування. Такі спотворення погіршують якість зображення, а іноді призводять до повної втрати інформативності. Для покращення масо-габаритних та економічних показників систем формування використовують розрідженні антенні решітки, але це призводить до появи нерівномірностей просторово-частотної амплітудної характеристики системи формування та ділянок в спектрі зображення, на яких значення амплітуд гармонік тотожно дорівнює нулю. Усунення такого роду спотворень є актуальною задачею, особливо в аспекті появи сильно розріджених антенних решіток, кожен елемент якої є активним пристроєм з аналоговою або цифровою обробкою сигналу.

### 1. Постановка задачі та шляхи її вирішення

Покращити якість зображень, сформованих радіометричними системами із зазначеними спотворюючими факторами, можна шляхом розв’язання оберненої задачі фільтрації. Така задача описується інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду з різницевим ядром, яке в загальному є нестійким або не має розв’язків [4, 5]

$$g(x', y') = \int_{\Omega} f(x, y) h(x' - x, y' - y) d\Omega, \quad (1)$$

де  $g(x', y')$  – сформоване зображення;  $f(x, y)$  – зображення-оригінал;  $h(x' - x, y' - y)$  – ядро рівняння, яке відповідає системній функції;  $\Omega$  – просторова область інтегрування.

В операторному вигляді та з врахуванням шумової компоненти рівняння (1) запишеться:

$$g = Hf + n, \quad (2)$$

де  $H$  – оператор, який описує дію системи на зображення;  $n$  – шумова компонента.

Існує декілька підходів до знаходження точного  $f$  або наближеного  $f'$  розв'язку рівняння (2). При незначних спотвореннях та малому рівні шумів лінійні методи інверсної фільтрації дають малу залишкову похибку відновлення зображення

$$f' = H^{-1}g. \quad (3)$$

де  $f'$  – оброблене зображення;  $H^{-1}$  – обернений оператор.

При наявності шумів для зменшення їх дії ефективним є метод інверсної фільтрації з обмеженням смуги частот:

$$F'(w) = \begin{cases} H^{-1}(w)G(w), & \text{якщо } w < w_{\text{гр}} \\ 0, & \text{якщо } w \geq w_{\text{гр}} \end{cases}, \quad (4)$$

де  $F'(w)$  – спектр обробленого зображення;  $H^{-1}(w)$  – спектр оберненого оператора систем;  $G(w)$  – спектр сформованого зображення;  $w_{\text{гр}}$  – гранична частота системи формування. Перевагою даного методу є простота реалізації та відсутність спотворень спектральних складових корисного зображення у смузі пропускання системи.

Наявність дифракційного обмеження, ділянок просторово-частотної амплітудної характеристики системи зі значними нерівномірностями та значного рівня шумів зумовлює використання складніших методів регуляризації. До таких методів належать регуляризація Лаврентьєва та регуляризація Тихонова [4, 5]. При регуляризації Лаврентьєва рівняння Фредгольма першого роду перетворюється в рівняння другого роду, яке є стійким, шляхом введення тотожного оператора з параметром регуляризації  $\alpha$

$$f' = (H + \alpha I)^{-1}g, \quad (5)$$

де  $\alpha$  – параметр регуляризації;  $I$  – тотожний оператор.

У частотній області рівняння (5) має вигляд

$$F'(w) = G(w) \frac{H^*(w)}{|H(w)|^2 + \alpha}. \quad (6)$$

При регуляризації Тихонова використовується стабілізуючий оператор  $Q$ , який може враховувати характер просторово-частотної амплітудної характеристики системи та співвідношення сигналу до шуму

$$F'(w) = G(w) \frac{H^*(w)}{|H(w)|^2 + \alpha|Q(w)|^2}, \quad (7)$$

де  $Q(w)$  – спектр стабілізуючого оператора.

Часткове відновлення втрачених спектральних складових за рахунок дифракційного обмеження або через ділянки просторово-частотної амплітудної характеристики системи з нульовими значеннями можливе шляхом нелінійної обробки отриманого зображення, яка враховує його характерні властивості. Методи, які базуються на використанні апріорної інформації, володіють властивістю екстраполяції спектра зображення. Однак, використання процедур регуляризації призводить до згладжування розв'язку та послаблення екстраполуючих властивостей нелінійних методів, а у випадку значного зашумлення робить неможливим застосування екстраполуючих процедур.

Аналіз існуючих методів розв'язання обернених задач фільтрації вказує на актуальність розробки нових методів регуляризації та нелінійних методів відновлення радіометричних зображень, які б володіли регуляризуючими та екстраполюючими властивостями.

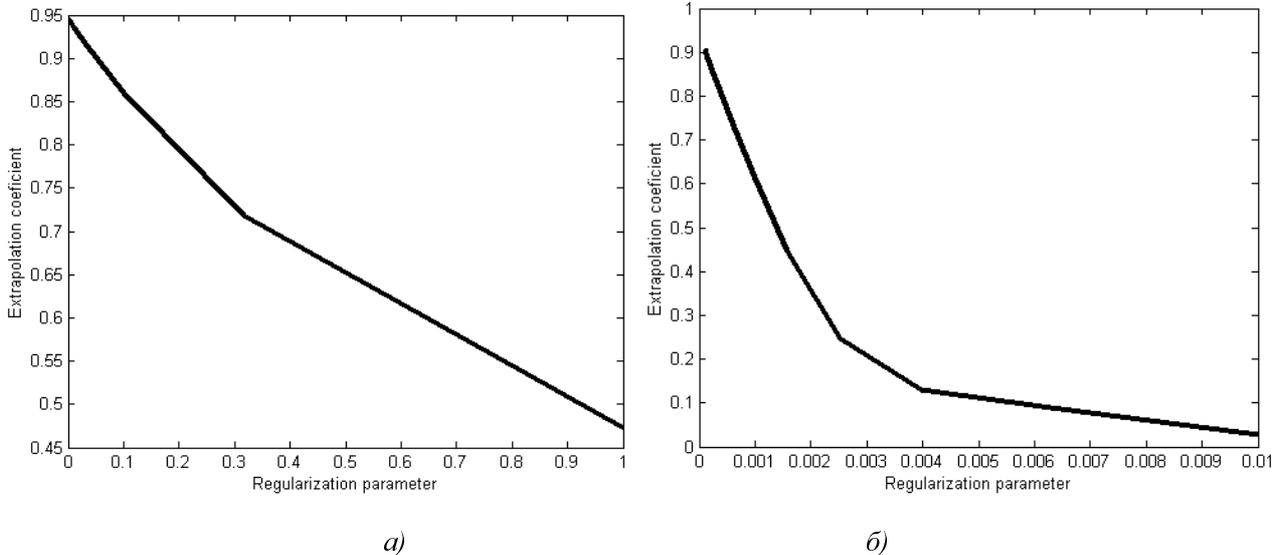
## 2. Вплив регуляризації на екстраполюючі властивості

Процедури регуляризації та екстраполяції спектра вирішують протилежні задачі. З одного боку покращення стійкості розв'язку забезпечується шляхом вгамування високочастотних складових спектра зображення процедурами регуляризації, з іншого – роздільна здатність підвищується відновленням високочастотних складових нелінійними методами з використанням апріорної інформації про розв'язок. Підвищення ефективності процедур регуляризації приводить до зменшення ефективності процедур екстраполяції спектра. Для оцінки впливу регуляризації на ефективність процедур екстраполяції пропонується використовувати коефіцієнт екстраполяції, який враховує відношення енергій екстрапольованих спектральних складових відновленого зображення до енергії втрачених спектральних складових зображення

$$K_e = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|F'(w)|^2}{|F(w)|^2} (1 - D(w)) dw, \quad (8)$$

де  $D(w)$  – спектр оператора дифракційного обмеження.

На рисунку наведено залежності коефіцієнта екстраполяції від параметра регуляризації.



*Залежність коефіцієнта екстраполяції від параметра регуляризації:*

*а) при регуляризації Лаврентьєва; б) при регуляризації Тихонова*

При побудові вказаних залежностей розглядалась задача формування одиночного додатного прямокутного імпульсу системою з дифракційним обмеженням спектра, яка відсікає 50 % ефективного спектра сигналу. При відновленні як апріорної інформації використано невід'ємність значень відліків зображення. На рисунку, а наведено залежність коефіцієнта екстраполяції при відновленні нелінійним методом Гершберга–Папуліса [5] з регуляризацією Лаврентьєва, а на рисунку, б – залежність коефіцієнта екстраполяції при відновленні нелінійним методом з регуляризацією Тихонова. При малих значеннях параметра регуляризації вдається відновити 90 – 95 відсотків енергії втрачених спектраль-

них складових. При збільшенні значення параметра регуляризації екстраполюючі властивості послаблюються, причому для регуляризації Тихонова з квадратичним стабілізуючим функціоналом значно швидше, аніж для регуляризації Лаврентьєва. Це пояснюється тим, що при регуляризації Тихонова високочастотні складові корисного сигналу вгамовуються сильніше, ніж низькочастотні.

Поєднання обмеження смуги частот з подальшою дією нелінійного методу в даному випадку є найбільш ефективним, оскільки відсутній вплив першого методу на екстраполюючі властивості другого методу.

### 3. Вибір структури регуляризуючого оператора

Радіометричні системи формування зображень використовують еквідистантні або розрідженні антенні решітки скінченних розмірів. При використанні таких антенних решіток доцільно використовувати регуляризуючий оператор, який окрім обмеження смуги частот, вгамовує ділянки спектра з нульовими значеннями. У такому випадку розв'язок оберненої задачі запишеться

$$F'(w) = \begin{cases} H^{-1}(w)G(w), & \text{якщо } w \in \mathfrak{X} \\ 0, & \text{якщо } w \notin \mathfrak{X} \end{cases}, \quad (9)$$

де  $\mathfrak{X}$  – множина просторових частот, на якій значення просторово-частотної амплітудної характеристики системи відрізняються від нуля.

### Висновки

Проведений аналіз методів розв'язання обернених задач формування радіометричних зображень показав вплив регуляризації на процедуру екстраполяції спектра зображення нелінійними методами з використанням апріорної інформації про бажаний розв'язок. З метою покращання відновлення зображень запропоновано поєднання лінійного методу обробки у межах смуги пропускання системи формування та нелінійного методу за її межами, що забезпечує стійкість розв'язку при екстраполяції спектра.

1. Прудіус І., Лазько Л. Алгоритм відновлення спектральних складових сигналу при його дифракційному обмеженні. Українсько-польська школа-семінар “Актуальні проблеми теоретичної електротехніки: Наука і дидактика”, 11 – 13 вересня, м. Соліна (Польща).
2. Prudyus I., Lazko L. Numerical method of signal spectrum restoration with prior information about solution usage. *Proceedings of International Conference CADSM2001, Lviv, 20001.* – Рр. 101 – 102.
3. Прудіус І., Лазько Л. Числовий метод відновлення спектра сигналу з використанням апріорної інформації про розв'язок // Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка” 2001. – № 415.
4. Тихонов А.М., Гончарский А.В., Степанов В.В., Ягола А.Г. Регуляризирующие алгоритмы и априорная информация. – М.: Наука, 1983.
5. Василенко Г.И., Тараторин А.М. Восстановление изображений. – М.: Радио и связь, 1986.