

**ТЕРМОМЕХАНІЧНІ НАПРУЖЕННЯ
В МІКРОЧІПОВОМУ Nd³⁺:YAG-ЛАЗЕРІ
З ПАСИВНИМ МОДУЛЯТОРОМ ДОБРОТНОСТІ
НА ОСНОВІ ПЛІВКИ Cr⁴⁺:YAG**

О.А. Buryu

**THERMOMECHANICAL STRAINS
IN THE MICROCHIP Nd³⁺:YAG-LASER PASSIVELY
Q-SWITCHED BY Cr⁴⁺:YAG FILM**

© Buryu O.A., 2007

Розглядаються теплові процеси в мікročіповому лазері на основі кристала Nd³⁺:YAG, модуляція добротності якого здійснюється за допомогою плівки Cr⁴⁺:YAG, яка має властивості поглинача, що насичується. За системою швидкісних рівнянь визначено величину питомого тепловиділення, що існує при лазерній генерації. При відомому часовому та просторовому розподілі питомого тепловиділення за рівнянням теплопровідності визначено розподіл температури, за допомогою якого визначено величини термомеханічних напружень, що виникають в лазері в процесі генерації.

The heat processes are considered for microchip Nd³⁺:YAG-laser passively Q-switched by Cr⁴⁺:YAG film that has got the properties of saturable absorber. The specific heat generation is determined from the system of the rate equations. At the given time and space distribution of the specific heat generation the temperature distribution is determined from the heat conduction equation. The temperature distribution is used for the calculation of the thermomechanical strains appearing during the laser action.

1. Вступ

Останнім часом мікročіпові лазери з модуляцією добротності широко розробляються та досліджуються як джерела відносно високопотужного когерентного імпульсного випромінювання з високою якістю пучка. Типовий мікročіповий лазер з модуляцією добротності складається з генеруючого середовища, найчастіше кристала Nd³⁺:YAG, та поглинача, що насичується. Як поглинач часто використовують плівку Cr⁴⁺:YAG, нанесену на підкладку Nd³⁺:YAG. Насичуваного поглинання на довжині хвилі генерації – 1064 нм досягають на пеереходах чотиривалентних іонів хрому, що заміщують алюміній у тетраедричних (d) положеннях. На гранях структури Nd³⁺:YAG/Cr⁴⁺:YAG субміліметрової товщини формуються дзеркала лазерного резонатора. Накачування такого лазера здійснюється лазерними діодами на довжині хвилі 809 нм.

Моделюванню процесу генерації мікročіпового лазера було присвячено достатньо велику кількість робіт [1–4]. На основі розробленої математичної моделі процесу генерації, так званої моделі Ксіао-Басса, в [3, 5] проведено оптимізацію параметрів лазера. В [5] було, зокрема, показано, що теоретично гранично досяжні значення пікової потужності та енергії в імпульсі лазера на основі структури Nd³⁺:YAG/Cr⁴⁺:YAG становлять величини порядку 1 МВт та 0.1 мДж відповідно, при частоті повторення імпульсів порядку 1 кГц. Проте, істотним чинником, не

врахованим у [5], є нагрівання активного середовища лазера, яке може бути значним при достатньо великих значеннях енергії в лазерному імпульсі. Дійсно, енергія в імпульсі лазерного випромінювання визначається кількістю переходів іонів активатора із вищих енергетичних рівнів на нижчі. Як відомо, при кожному такому переході частина енергії втрачається на нагрівання кристала [6–7], яке, таким чином, є тим більшим, чим більшою є загальна кількість переходів. Мікročіповий лазер з пасивною модуляцією добротності нагріватиметься також за рахунок безвипромінювальних переходів між рівнями іонів $\text{Cr}^{4+}(\text{d})$ в абсорбері. Крім того, до нагрівання призводить поглинання в абсорбері частини випромінювання накачування. Проте для випадку лазера на $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$, що накачується на 809 нм, останнім фактором можна знехтувати через незначне поглинання кристала $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ на даній довжині хвилі. Як відомо [6–7], значне тепловиділення в твердотільному лазері спричиняє небажані термоіндуковані зміни параметрів лазерного середовища – зокрема, виникнення термомеханічних напружень. Як показали розрахунки роботи [8], в якій термоіндуковані зміни характеристик розглядалися лише для поглинача на $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$, саме виникнення термомеханічних напружень є найбільш значним з термічних ефектів, які можуть негативно позначитися на функціонуванні мікročіпового лазера. Отже, оцінка величини термомеханічних напружень, що виникають в мікročіповому лазері при генерації імпульсів значних енергій, є важливою задачею, яку необхідно розв’язати на етапі оптимізації параметрів лазера. Розробка методики такої оцінки та її проведення для найпоширенішого мікročіпового лазера на структурі $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}/\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$ є метою роботи. При цьому термомеханічні напруження, як і у [8], розраховували в три етапи: 1) визначення величини питомої потужності тепловиділення в мікročіповому лазері; 2) за відомою потужності тепловиділення визначення стаціонарного розподілу температури; 3) за відомого розподілу температури визначення величини термомеханічних напружень у мікročіповому лазері. Таким розрахунком визначають, яким значенням енергії/пікової потужності в лазерному імпульсі при частоті слідування імпульсів порядку 1 кГц відповідають значення термомеханічних напружень, близькі до критичних, а отже, сформулювати рекомендації відносно режиму відведення тепла в процесі лазерної генерації.

2. Тепловиділення в мікročіповому лазері з модуляцією добротності

Величину питомої потужності тепловиділення визначимо з розв’язку системи швидкісних рівнянь, що описують процеси генерації лазерного випромінювання та теплоти в генеруючому середовищі та абсорбері. Таку систему можна отримати, узагальнюючи систему швидкісних рівнянь для мікročіпового лазера з пасивною модуляцією добротності в моделі Ксіао–Басса [1, 3], шляхом врахування повної структури рівнів як генеруючого середовища, так і абсорбера. Схематично структури енергетичних рівнів іонів Nd^{3+} та $\text{Cr}^{4+}(\text{d})$ у матриці YAG наведено на рис. 1. Теплові процеси, що відбуваються в лазері, пов’язані із безвипромінювальними переходами між рівнями $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 0$ в генеруючому середовищі та $1 \rightarrow 2$, $3 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 0$ в абсорбері. При цьому треба враховувати, що для переходу $2 \rightarrow 0$ в абсорбері лише 85% від загальної кількості переходів є безвипромінювальними.

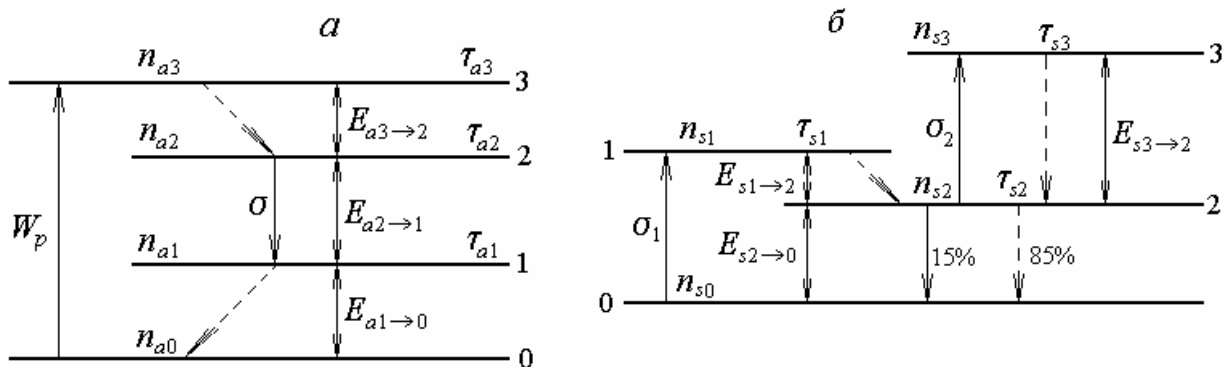


Рис. 1. Схема енергетичних рівнів Nd^{3+} та Cr^{4+} в тетраедричному положенні у матриці YAG

На основі схематичного представлення структури рівнів (рис. 1) можна записати систему рівнянь, що описує процеси зміни заселеностей рівнів в генеруючому середовищі та в абсорбері, а також генерації випромінювання:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dn_{a0}}{dt} = -R + \frac{n_{a1}}{\tau_{a1}}, \\ \frac{dn_{a3}}{dt} = R - \frac{n_{a3}}{\tau_{a3}}, \\ \frac{dn_{a2}}{dt} = \frac{n_{a3}}{\tau_{a3}} - \frac{n_{a2}}{\tau_{a2}} - \frac{\sigma c_0}{V'} q(n_{a2} - n_{a1}), \\ n_{a0} + n_{a1} + n_{a2} + n_{a3} = n_{a \text{ tot}}, \\ \frac{dn_{s0}}{dt} = \frac{n_{s2}}{\tau_{s2}} - \frac{\sigma_1 c_0}{V'} q(n_{s0} - n_{s1}), \\ \frac{dn_{s1}}{dt} = -\frac{n_{s1}}{\tau_{s1}} + \frac{\sigma_1 c_0}{V'} q(n_{s0} - n_{s1}), \\ \frac{dn_{s3}}{dt} = -\frac{n_{s3}}{\tau_{s3}} + \frac{\sigma_2 c_0}{V'} q(n_{s2} - n_{s3}), \\ n_{s0} + n_{s1} + n_{s2} + n_{s3} = n_{s \text{ tot}}, \\ \frac{dq}{dt} = \left\{ 2\sigma l_a (n_{a2} - n_{a1}) - 2\sigma_1 l_s (n_{s0} - n_{s1}) - \right. \\ \left. - 2\sigma_2 l_s (n_{s2} - n_{s3}) - L \right\} \frac{q}{t_r} + \varepsilon (n_a + n_{a0}) c_0 \sigma \frac{l_a}{l'}. \end{array} \right. \quad (1)$$

Тут q – кількість фотонів в резонаторі, $n_{a0}, n_{a1}, n_{a2}, n_{a3}$ – заселеності відповідних рівнів іона Nd^{3+} (рис. 1,а), $n_{a \text{ tot}}$ – концентрація іонів Nd^{3+} у генеруючому середовищі, $n_{a \text{ tot}} = 1.387 \cdot 10^{20} \text{ см}^{-3}$ (1 ат.%), $n_{s0}, n_{s1}, n_{s2}, n_{s3}$ – заселеності рівнів іона Cr^{4+} (рис. 1,б), $n_{s \text{ tot}}$ – концентрація чотиривалентного хрому, що знаходиться в тетраедричних позиціях, $n_{s \text{ tot}} \sim 10^{17} \div 10^{19} \text{ см}^{-3}$; проведена у [5] оптимізація показала, що найвища енергія в імпульсі досягається за найвищої технологічно досяжної концентрації $n_{s \text{ tot}} = 10^{19} \text{ см}^{-3}$, через що цю величину концентрації хрому використовували для розрахунків, $\tau_{a1}, \tau_{a2}, \tau_{a3}, \tau_{s1}, \tau_{s2}, \tau_{s3}$ – часи життя рівнів в генеруючому середовищі та в абсорбері (рис. 1а, б), $\tau_{a1}, \tau_{a3} \sim 0.1 \text{ нс}$, $\tau_{a2} = 0.23 \text{ мс}$, $\tau_{s1} \sim 0.1 \text{ нс}$, $\tau_{s3} \sim 0.2 \text{ нс}$, $\tau_{s2} = 3.5 \text{ мкс}$, σ – переріз лазерного переходу в $\text{Nd}^{3+}:\text{YAG}$, $\sigma = 3.5 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$ [9], σ_1, σ_2 – перерізи переходів між рівнями абсорбера,

$$\sigma_1 = 1.5 \cdot 10^{-18} \text{ см}^2, \sigma_2 = 1.0 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2 [3], R = W_p \cdot n_{a0}, W_p \text{ – швидкість накачування, } W_p = \frac{P_{abs}}{n_{a0} V h \nu_p},$$

P_{abs} – поглинута потужність накачування, ν_p – частота випромінювання накачування, $\nu_p = c_0 / \lambda_p$, $c_0 = 3 \cdot 10^8 \text{ м/с}$, λ_p – довжина хвилі накачування, $\lambda_p = 809 \text{ нм}$, V – об'єм області, що поглинає випромінювання накачування, $V_g = S \cdot l_g$, S – переріз пучка накачування, l_g – довжина генеруючого середовища; при розрахунках для цієї величини прийнято типове для мікросіпових лазерів значення $l_g = 1 \text{ мм}$, l_a – товщина плівки $\text{Cr}^{4+}:\text{YAG}$, l' – оптична довжина резонатора, для мікросіпового лазера $l' = n(l_g + l_a)$, n – показник заломлення, $t_r = 2l'/c_0$ – час подвійного проходження фотоном резонатора, V' – ефективний об'єм моди, $V' = (l'/l_g) V_g$, ε – безрозмірний коефіцієнт, що характеризує відносну потужність спонтанного випромінювання порівняно із вимушеним, $\varepsilon = 10^{-13}$ [6], $L = -\ln R_1 R_2 + L_i$, L_i – величина, що визначає втрати у матеріалі за

повний прохід резонатора, $L_i = 0.03$, R_1 , R_2 – коефіцієнти відбивання глухого ($R_1 \approx 1$) та вихідного дзеркал відповідно.

Потужність лазерного випромінювання пов'язана з кількістю фотонів у резонаторі q співвідношенням:

$$P = \frac{h\nu}{t_r} \ln\left(\frac{1}{R_2}\right)q, \quad (2)$$

де ν – частота лазерного випромінювання, $\nu = c_0/\lambda$, λ – довжина хвилі лазерного випромінювання, $\lambda = 1064$ нм. Визначивши з (1) часову залежність потужності випромінювання $P(t)$ та виділивши в ній окремі імпульси, можна розрахувати енергію в імпульсі, $E = \int_{t_1}^{t_2} P(t)dt$.

Потужності тепловиділення в генеруючому середовищі P_g та в абсорбері P_a визначаються інтенсивністю безвипромінювальних переходів та можуть бути розраховані як

$$P_g(t) = V_g \left(E_{3 \rightarrow 2} \frac{n_{a3}}{\phi_{a3}} + E_{1 \rightarrow 0} \frac{n_{a1}}{\phi_{a1}} \right), \quad (3)$$

$$P_a(t) = V_a \left(E_{1 \rightarrow 2} \frac{n_{s1}}{\phi_{s1}} + E_{3 \rightarrow 2} \frac{n_{s3}}{\phi_{s3}} + E_{2 \rightarrow 0} \frac{n_{s2}}{\phi_{s2}} \right), \quad (4)$$

де $V_a = S \cdot l_a$, τ_{a2}' – безвипромінювальний час життя рівня 2 абсорбера, $\tau_{a2}' = 4.1$ мкс.

Система (1) розв'язувалася чисельно за методом Рунге–Кутта 4-го порядку. Товщину абсорбуючої плівки l_a , згідно з методикою оптимізації, викладеною у [5], обирали такою, яка забезпечувала б максимальну потужність в імпульсі, що генерується. Результати розрахунку залежностей енергії в лазерному імпульсі E , максимальної потужності в лазерному імпульсі P_{max} , максимальної потужності тепловиділення в генеруючому середовищі $P_{g max}$ та в абсорбері $P_{a max}$ від коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала R_2 при поглинутій потужності накачування $P_{abs} = 1$ Вт та радіусі пучка накачування $r_p = 0.15$ мм наведено на рис. 2.

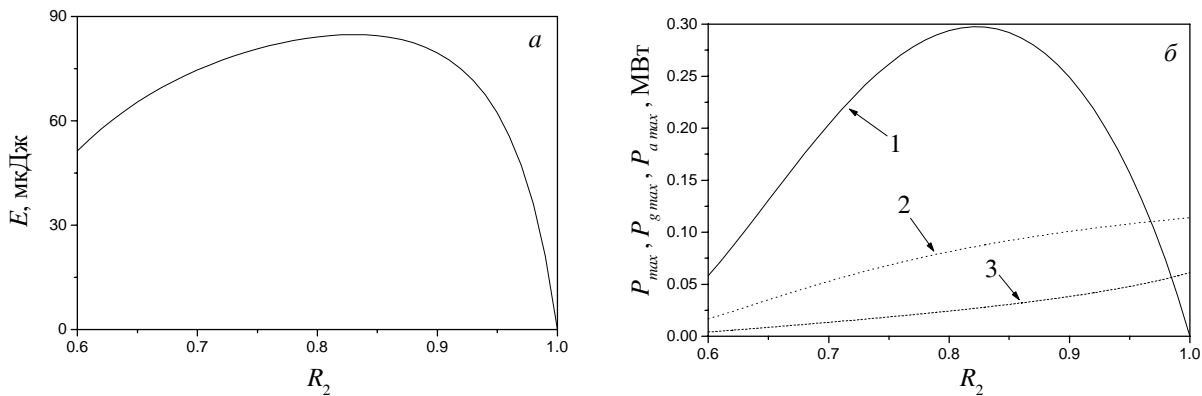


Рис. 2. Залежність енергії в лазерному імпульсі E (а), максимальної потужності в лазерному імпульсі P_{max} (крива 1), потужності тепловиділення в генеруючому середовищі $P_{g max}$ (крива 2) та потужності тепловиділення в абсорбері $P_{a max}$ (крива 3) (б) від коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала R_2

Як видно з рис 2, а, б, максимуму енергії (84,8 мкДж) відповідає величина коефіцієнта відбивання вихідного дзеркала $R_2 = 0.83$ (при оптимальній товщині абсорбера 230 мкм), максимуму пікової потужності (0,3 МВт) – $R_2 = 0.82$. Треба зазначити, що при останньому значенні коефіцієнта відбивання реалізується також мінімальна тривалість лазерного імпульсу $t_i = E/P_{max} = 0.285$ нс. Тривалості імпульсів тепловиділення є близькими до тривалості імпульсу генерації. Максимальна

величина потужності в імпульсі тепловиділення в генеруючому середовищі, що супроводжує імпульс генерації, перевищує максимальну потужність тепловиділення в абсорбері у $2 \div 4$ рази. Загалом, потужність тепловиділення як в генеруючому середовищі, так і в абсорбері, є у кілька разів меншою за величину пікової потужності в лазерному імпульсі, через що останню величину можна розглядати як оцінку згори потужності тепловиділення. Часові залежності потужностей випромінювання та тепловиділення в генеруючому середовищі та абсорбері наведено на рис. 3.

Як видно з рис. 3, характер часової залежності потужності тепловиділення в генеруючому середовищі є дещо складнішим за аналогічні залежності для потужності випромінювання та потужності тепловиділення в абсорбері. Це обумовлено нагріванням генеруючого середовища за рахунок безвипромінювальних переходів з рівнів накачування на верхній лазерний рівень, які існують і за відсутності генерації. Характер залежності $P_g(t)$ за відсутності лазерної генерації можна визначити, розглядаючи систему (1) при $q = 0$. За такої умови з (1) легко отримати рівняння для заселеностей першого, другого та третього рівнів:

$$\begin{cases} \frac{dn_{a3}}{dt} = R - \frac{n_{a3}}{\tau_{a3}}, \\ \frac{dn_{a2}}{dt} = \frac{n_{a3}}{\tau_{a3}} - \frac{n_{a2}}{\tau_{a2}}, \\ \frac{dn_{a1}}{dt} = \frac{n_{a2}}{\tau_{a2}} - \frac{n_{a1}}{\tau_{a1}}. \end{cases} \quad (5)$$

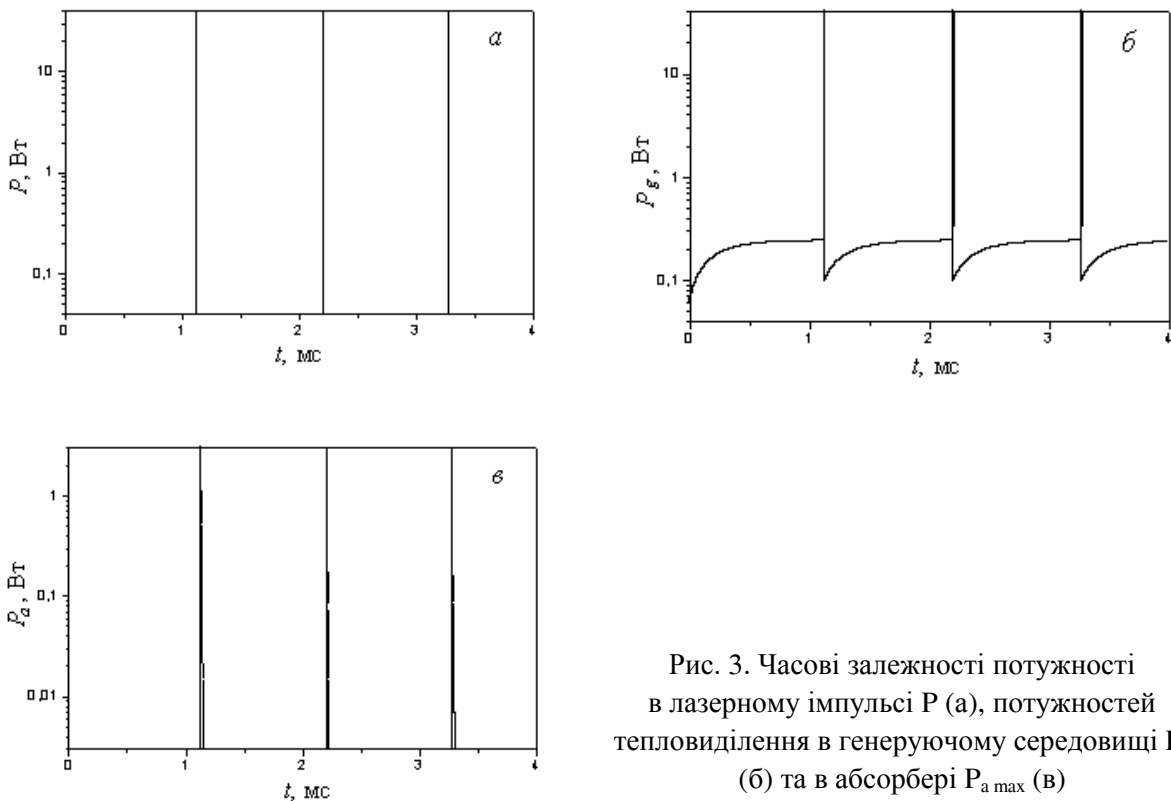


Рис. 3. Часові залежності потужності в лазерному імпульсі P (а), потужностей тепловиділення в генеруючому середовищі P_g (б) та в абсорбері $P_{a \max}$ (в)

Перше з рівнянь системи (5) має розв'язок

$$n_{a3} = R\tau_{a3} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{a3}}\right) \right). \quad (6)$$

Враховуючи, що $\tau_{a3} \sim 10^{-10}$ с, тобто є набагато меншим за інтервал між імпульсами, можемо вважати, що $n_{a3} = R\tau_{a3}$. При цьому на переході $3 \rightarrow 2$ виділятиметься потужність

$$P_{g\ 3 \rightarrow 2} = V_g E_{3 \rightarrow 2} \frac{n_{g3}}{\tau_{a3}} = V_g E_{3 \rightarrow 2} R. \quad (7)$$

Підставляючи отриманий вираз для n_{a3} до другого з рівнянь системи (5), отримуємо:

$$n_{a2} = R\tau_{a2} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{a2}}\right) \right). \quad (8)$$

Нарешті, підставляючи (8) до останнього з рівнянь системи (5) та беручи до уваги, що $\tau_{a1} \ll \tau_{a2}$, знаходимо:

$$n_{a1} = R\tau_{a1} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{a2}}\right) \right). \quad (9)$$

Величина потужності, що виділяється на переході $1 \rightarrow 0$, дорівнює:

$$P_{g\ 1 \rightarrow 0} = V_g E_{1 \rightarrow 0} \frac{n_{a1}}{\tau_{a1}} = V_g E_{1 \rightarrow 0} R \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{a2}}\right) \right), \quad (10)$$

а загальна потужність тепловиділення

$$P_g = P_{g\ 1 \rightarrow 0} + P_{g\ 3 \rightarrow 2} = V_g R \left\{ E_{3 \rightarrow 2} + E_{1 \rightarrow 0} \left(1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau_{a2}}\right) \right) \right\}. \quad (11)$$

Після закінчення лазерного імпульсу заселеність верхнього лазерного рівня істотно зменшується і, як випливає з останнього рівняння системи (5), істотно зменшується величина n_{a1} . У результаті тепла потужність, що виділяється безпосередньо після закінчення генерації імпульсу, буде зв'язана лише з переходами $3 \rightarrow 2$ та становитиме $P_g = P_{g\ 3 \rightarrow 2} = V_g E_{3 \rightarrow 2} R$. Надалі потужність тепловиділення починає зростати згідно з (11) – у результаті отримуємо часову залежність потужності тепловиділення в проміжках між генерацією імпульсів, наведену на рис. 3, б. Характерно, що потужність тепловиділення в проміжках між імпульсами не залежить від часів життя першого та третього рівнів. Для значень параметрів, що використовувалися при розрахунку, знаходимо, що при $R_2 = 0,83$ потужність тепловиділення в генеруючому середовищі становить $\sim 0,24$ Вт безпосередньо перед генерацією лазерного імпульсу і $0,06$ Вт після генерації. Цей результат відповідає результату чисельних розрахунків, наведеному на рис. 3, б.

Надалі для спрощення використовуватимемо потужність тепловиділення в генеруючому середовищі, усереднену за часом в інтервалі між імпульсами:

$$\bar{P}_g = F \int_0^{1/F} P_g(t) dt = V_g R \left\{ E_{3 \rightarrow 2} + E_{1 \rightarrow 0} F \tau_{a2} \left(1 - \exp\left(-\frac{1}{F \tau_{a2}}\right) \right) \right\}, \quad (12)$$

де F – частота повторення імпульсів. Оскільки для зазначених вище параметрів задачі частота становить $F = 930,5$ Гц, то середня потужність дорівнює $\bar{P}_g = 0,201$ Вт.

3. Розрахунок температурного поля в лазері

Розрахунок температурного поля у цій роботі проводився для лазера з генеруючим середовищем завтовшки 1 мм та модулятором добротності завтовшки 0.23 мм, що, як зазначалося вище, відповідає його оптимальній товщині для заданих параметрів задачі. Поперечний переріз лазера мав форму круга з радіусом $R = 2$ мм (типове значення для мікročіпового лазера). Розрахунок здійснювався на основі неоднорідного рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial T}{\partial t} = a \left(\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + \frac{Q(r, z, t)}{c_T \rho}, \quad (13)$$

де c_T – питома теплоємність абсорбера, ρ – його густина, a – температуропровідність, $a = \lambda_T / (c_T \cdot \rho)$, λ_T – коефіцієнт теплопровідності; для кристала YAG $c_T = 600$ Дж/(кг·К), $\rho = 5.04$ г/см³, $\lambda_T = 0.115$ Вт/(см·К), $Q(r, z, t)$ – густина потужності джерела теплоти, яка для лазерного пучка з профілем, що відповідає моді TEM₀₀, має вигляд:

$$Q(r, z, t) = \frac{2P_T(z, t)}{\pi\rho_0^2 l_m(z)} \exp\left(-\frac{2r^2}{\rho_0^2}\right), \quad (14)$$

де ρ_0 – радіус лазерного пучка, за умовою узгодженості між розмірами пучка накачування та генерації $\rho_0 = 2r_p$ [9], тобто $\rho_0 = 0.3$ мм, $l_m(z) = \begin{cases} l_g, & 0 \leq z \leq l_g \\ l_a, & l_g \leq z \leq l_g + l_a \end{cases}$. Для спрощення

розрахунків густину потужності джерела теплоти за напрямком поширення лазерного пучка подано послідовністю прямокутних імпульсів, при цьому

$$P_T(z, t) = \begin{cases} \bar{P}_g, & 0 \leq z \leq l_g \\ 0, & l_g \leq z \leq l_g + l_a \end{cases} \quad (15)$$

за відсутності генерації та

$$P_T(z, t) = \begin{cases} P_{g \max}, & 0 \leq z \leq l_g \\ P_{a \max}, & l_g \leq z \leq l_g + l_a \end{cases} \quad (16)$$

за її присутності. Тривалості імпульсів тепловиділення приймалися однаковими та дорівнювали тривалості лазерного імпульсу $t_i = 0.285$ нс.

Гранична умова, що накладається на розв'язок рівняння (13), впливає з умови рівності теплових потоків від середини активного елемента до його поверхні та від поверхні до навколишнього середовища (гранична умова третього роду)

$$-\lambda_T \frac{\partial T}{\partial n} = \alpha(T_n - T_c), \quad (17)$$

де $\partial T / \partial n$ – похідна від температури за напрямком нормалі до поверхні, T_n – температура поверхні, T_c – температура навколишнього середовища, α – коефіцієнт теплообміну; для систем з охолодженням за рахунок теплового контакту з більш холодним навколишнім газовим середовищем, що справедливо для мікрочіпових лазерів, $\alpha < 0.01$ Вт/(см²·К); в наших розрахунках прийнято $\alpha = 0.005$ Вт/(см²·К).

Як початкову умову в розрахунках прийнято $T(0) = T_c$.

Розв'язувалося рівняння (13) методом скінченних різниць за допомогою поздовжньо-поперечної схеми [10] із змінним за часом кроком. Треба зазначити, що обмеження, пов'язані із комп'ютерною обробкою багатомірних масивів, зменшують точність розрахунку температури в лазері – за проведеними оцінками, його відносна похибка знаходиться в межах 20%. Проте поверхні, що описують розподіл температури, побудовані в координатах (l, d) , де l та d – відповідно поздовжній та поперечний розміри лазера, є однаковими за формою і лише зміщеними за аплікатою одна відносно іншої на постійну величину. В такому випадку похибка визначення температури не відображається на розрахунку величини термомеханічних напруг, оскільки в цьому розрахунку враховується лише координатно залежна складова температури.

Як показують розрахунки, час встановлення стаціонарного розподілу температури становить величину ~ 80 с. Розподіл температури, що встановлюється в лазері за цей час, показано на рис. 4.

Як видно з рис. 4, для зазначених вище параметрів задачі стаціонарна температура лазера становить величину порядку 150°C, при цьому нагрівання відбувається насамперед завдяки безвипромінювальним переходам в генеруючому середовищі, відповідно температура в цій частині

лазера є на кілька градусів вищою за температуру абсорбера. У поперечному напрямку в області генеруючого середовища різниця температур між серцевиною та поверхнею лазерного кристала становить $\sim 8^\circ\text{C}$, що є близьким до різниці температур, що спостерігається в потужних (100 ÷ 500 Вт в неперервному режимі) лазерах на Nd:YAG.

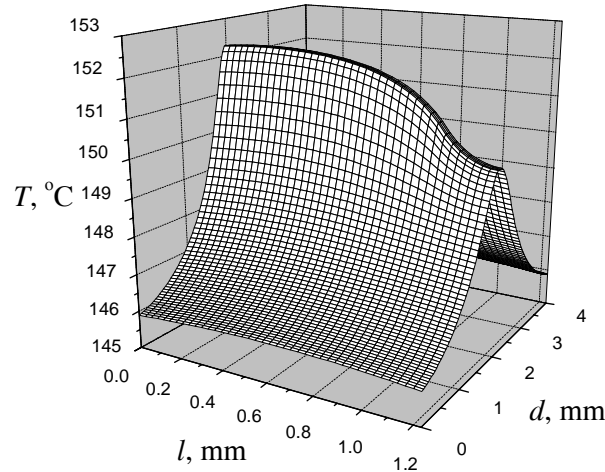


Рис. 4. Стаціонарний розподіл температури в мікročіповому лазері з модуляцією добротності

Розрахунок, подібний проведеному, здійснювався також для значень потужності тепловиділення в генеруючому середовищі $P_g = 50, 100, 200$ та 1000 кВт, із збереженням того самого співвідношення між потужностями тепловиділення в генеруючому середовищі і в абсорбері, яке мало місце в описаних вище розрахунках, $P_g/P_a = 3,137$. Як показують розрахунки, навіть при високій величині тепловиділення в лазері (тобто великій вихідній максимальній потужності та енергії в лазерному імпульсі) температура вздовж осі лазера змінюється незначно – порядку одиниць градусів, а у поперечному напрямку різниця температур зростає до $\sim 15^\circ\text{C}$. Середня температура становить при цьому величину порядку 300°C .

4. Визначення величини термомеханічних напружень

Враховуючи, що при високих значеннях потужності/енергії тепловиділення зміна температури вздовж осі лазерного кристала є значно меншою за різницю температури між серцевиною кристала та його поверхнею, радіальна σ_r , тангенціальна σ_ϕ та поздовжня σ_z складові вектора механічних напруг можуть бути оцінені за виразами [3]:

$$\sigma_r(r, z) = \frac{\alpha_T E_M}{2(1-\nu)} (\bar{T}(z) - \bar{T}(r, z)), \quad (18)$$

$$\sigma_\phi(r, z) = \frac{\alpha_T E_M}{2(1-\nu)} (\bar{T}(z) + \bar{T}(r, z) - 2T(r, z)), \quad (19)$$

$$\sigma_z(r, z) = \frac{\alpha_T E_M}{1-\nu} (\bar{T}(z) - T(r, z)), \quad (20)$$

де $T(r, z)$ – координатно залежна скадова температурного розподілу, $\bar{T}(z) = \frac{2}{R^2} \int_0^R T(r, z) r dr$,

$\bar{T}(r, z) = \frac{2}{r^2} \int_0^r T(r', z) r' dr'$, α_T – коефіцієнт термічного розширення, $\alpha_T \approx 8 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1}$ E_M – модуль

Юнга, $E_M = 2.8 \cdot 10^{11} \text{ Н/м}^2$, ν – коефіцієнт Пуассона, $\nu = 0.25$.

Результати розрахунку величини складових вектора термомеханічних напруг при розподілі температури в лазері, близькому до стаціонарного (рис. 4), наведено на рис. 5. Представлені результати відповідають лазеру з параметрами, прийнятими у розділі 2 – 3.

Як і у випадку рівномірного розподілу джерел тепла [6], радіальна складова є від'ємною, тобто в радіальному напрямку виникає лише стискування, тоді як у тангенціальному та поздовжньому напрямках кристал стискається в середній частині та розтягується на периферії (рис. 5, *a – в*), при цьому, як видно з рис.5, найбільші значення термомеханічних напруг досягаються в генеруючій області в точках на осі лазера. Остання особливість обумовлює коректність отриманих оцінок максимальних величин термомеханічних напруг для мікросіпового лазера не лише з круглою, а з довільною формою перерізу.

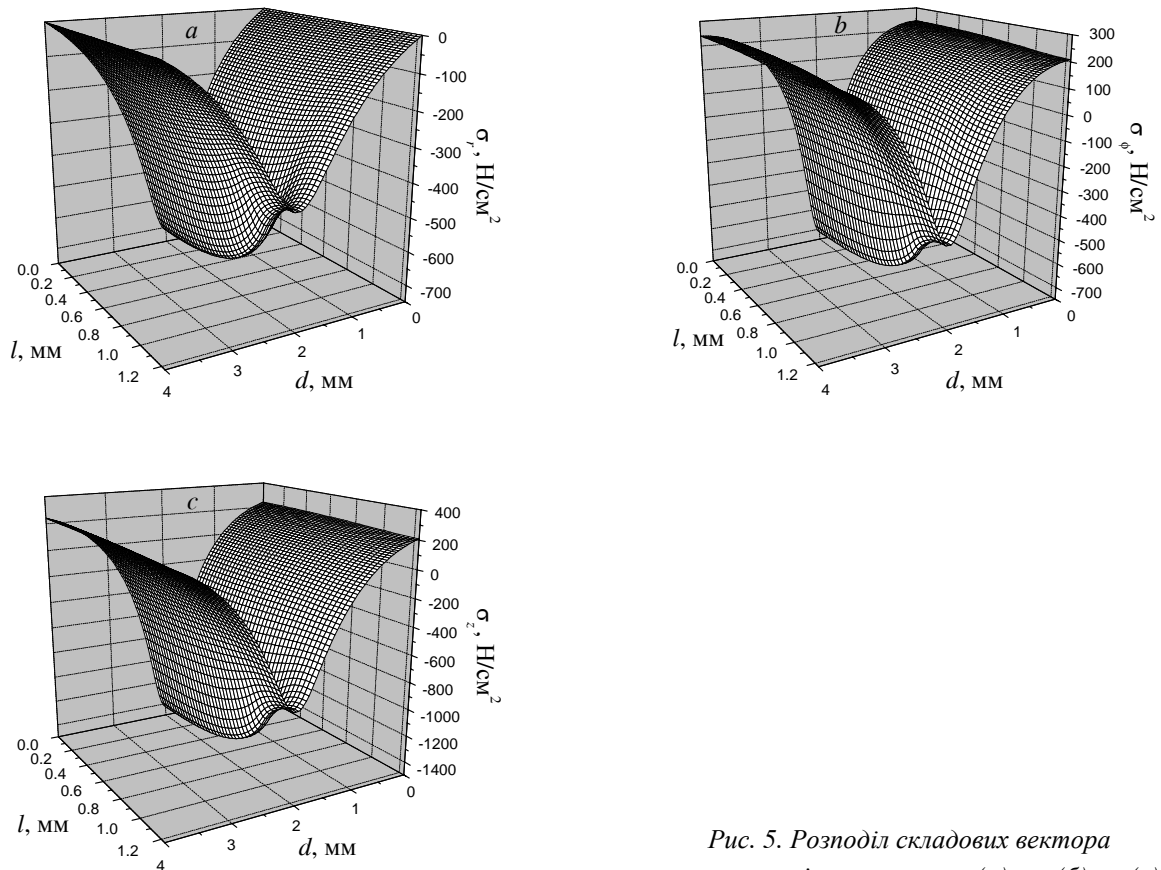


Рис. 5. Розподіл складових вектора термомеханічних напруг σ_r (а), σ_ϕ (б), σ_z (в)

Аналогічний розрахунок, проведений для інших значень максимальної потужності в імпульсній тепловиділенні, вказує на те, що форми поверхонь $\sigma_{r,\phi,z}(r,z)$ якісно схожі на подані на рис. 5. У всіх випадках максимальна величина термомеханічного напруження реалізується в точках на осі лазера та відповідає поздовжній складовій вектора термомеханічних напруг $\sigma_z(r,z)$. Проте, навіть при високоенергетичних імпульсах тепловиділення (~ 1 МВт), тобто при енергіях в імпульсі порядку часток мДж, максимальні термомеханічні напруження стискування в лазері становлять величини порядку 3 кН/см², що є значно меншим за граничнодопустиме для кристала YAG напруження 21 кН/см² [4]. Отже, навіть при генерації лазерних імпульсів з енергіями, що відповідають максимальним теоретично досяжним, термомеханічні напруження, що виникають в лазері на основі структури Nd³⁺:YAG/Cr⁴⁺:YAG, не є значними і не вимагають застосування складних систем охолодження для забезпечення функціонування лазера.

Треба підкреслити, що в роботі аналізується стаціонарний розподіл термомеханічних напруг, час встановлення якого, вочевидь, збігається з часом встановлення стаціонарного розподілу

температури (~ 80 с). Проте, величини термомеханічних напруг, що виникають в процесі встановлення стаціонарного розподілу, в принципі можуть перевищувати стаціонарні. Для їхнього розрахунку необхідно розв'язати систему диференціальних рівнянь у часткових похідних, записану відносно полів зміщень та температур [11], що передбачається в майбутньому.

Висновки

Розглянуто тепловий режим роботи лазера з пасивною модуляцією добротності. На основі системи диференціальних рівнянь, що описують процес генерації такого лазера розраховано часові залежності потужності тепловиділення в генеруючому середовищі та в абсорбері.

На основі чисельного розв'язання рівняння теплопровідності визначено розподіл температури в лазері. Показано, що час встановлення теплової рівноваги становить величину порядку хвилини. Стаціонарна різниця температур вздовж осі лазера становить одиниці градусів, а між серцевиною лазера та бічною поверхнею – порядку $10 \div 15$ градусів, що є співмірним з різницею температур, яка існує в потужних лазерах на Nd:YAG неперервного режиму роботи.

Розраховано значення складових вектора термомеханічних напружень. Як впливає із розрахунків, навіть при імпульсах тепловиділення із значною енергією (~ 0.1 мДж) максимальні термомеханічні напруження в лазері є значно меншими за гранично допустимі, тобто навіть при генерації високоенергетичних лазерних імпульсів термомеханічні напруження, що супроводжують процес генерації, не є значними і не вимагають застосування складних систем охолодження для забезпечення функціонування лазера.

1. Dascalu T., Philipps G., Weber H. // *Optics & Laser Technology*. – 1997. – 29. – P.145-149.
2. Peterson P., Gavrielides A., Sharma M.P., Erneux T. // *IEEE Journal of Quantum Electronics*. – 1999. – 35. – P.1247-1256.
3. Merzyk Z. *Nieliniowe absorbery*. – Warshava, Woiskowa Akademia Techniczna, 2000.
4. Dong J., Shirakawa A., Ueda K. *Optical Review*. – 2005. – 12. – P.170-178.
5. Buryy O., Ubizskii S.B., Melnyk S.S., Matkovskii A.O. *Appl. Phys. B*. – 2004. – 78. – P.291-297.
6. Зверев Г.М., Голяев Ю.Д., Шалаев Е.А., Шокин А.А. *Лазеры на алюмоиттриевом гранате с неодимом*. – М.: Радио и связь, 1985.
7. Мезенов А.В., Сомс Л.Н., Степанов А.И. *Термооптика твердотельных лазеров*. – Л.: Машиностроение, 1986.
8. Бурій О.А., Мельник С.С., Убізський С.Б., Матковський А.О. // *Вісник Нац. ун-ту “Львівська політехніка”*. – 2003. – № 482. – С.45-54.
9. Звелто О. *Принципы лазеров*. – М.: Мир, 1990.
10. Тихонов А.Н., Самарский А.А. *Уравнения математической физики*. – М.: Наука, 1972.
11. Коваленко А.Д. *Основы термopужности*. – К.: Наукова думка, 1970.