

УДК 621.01:632.981.2

І.А. Вікович

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра експлуатації та ремонту автомобільної техніки

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ КОЛИВАНЬ ТРАКТОРНОГО АГРЕГАТУ МОБІЛЬНОГО ОБПРИСКУВАЧА З РІДИНОЮ В ЄМНОСТІ ТА З УРАХУВАННЯМ В'ЯЗКОПРУЖНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ҐРУНТУ

© Вікович І.А., 2003

**Розроблена математична модель коливань у поздовжньо-вертикальній площині тракторного агрегату мобільного обприскувача з урахуванням рухомості рідини у прямокутній ємності та в'язкопружних властивостей ґрунту**

**Mathematical model of oscillations in the longitudinal and vertical space of mobile sprayers tractor aggregate has been worked out with taking into consideration the mobility of liquid in the right-angled capacity and the resilient quality of ground.**

### Вступ

Для аналізу динамічних процесів у мобільних машинах для хімічного захисту рослин виникла необхідність у розробленні узагальненої математичної моделі тракторного агрегату обприскувача, яка б враховувала рухомість рідини в ємності обприскувача і в'язкопружні властивості ґрунту. Очевидно, що доцільним слід вважати розгляд руху тракторного агрегату обприскувача у вигляді дискретної механічної системи, в якій можна було би врахувати непідресорені і підресорені маси трактора, обприскувача і начіпної штанги. Рідину в ємності можна розглядати як коливну систему з однією або нескінченною кількістю зосереджених мас у вигляді математичних маятників [2,3].

Для врахування впливу деформативності ґрунту та плавність ходу тракторного агрегату обприскувача можна використовувати відомі реологічні моделі ґрунтів [4] або розробити більш прийнятні нові реологічні моделі.

У роботі уперше створена нова дискретна шестимасова динамічна модель тракторного агрегату обприскувача з врахуванням коливань рідини в ємності та з врахуванням впливу в'язкопружних властивостей ґрунту на динаміку руху штангового обприскувача.

Методологія розрахунку коливань рідини в ємності обприскувача побудована на лінійній теорії коливань рідини як математичного маятника з використанням теорем про зміну момента кількості руху та руху центра мас механічної системи.

### Постановка задачі дослідження

Під час руху тракторного агрегату обприскувача його ємність разом з обприскувачем здійснює просторові коливання.

Згідно з теорією руху наземних транспортних засобів на плавність їх ходу найбільший вплив мають вертикальні й кутові коливання екіпажів у поздовжньо-вертикальній та поперечно-вертикальній площинах.

Тому розглянемо вплив коливання рідини в ємності на динаміку тракторного агрегату обприскувача у поздовжньо-вертикальній площині (рис. 1), вважаючи, що ємність обприскувача має незмінні розміри: довжину  $a$ , ширину  $b$  і висоту  $h$ .

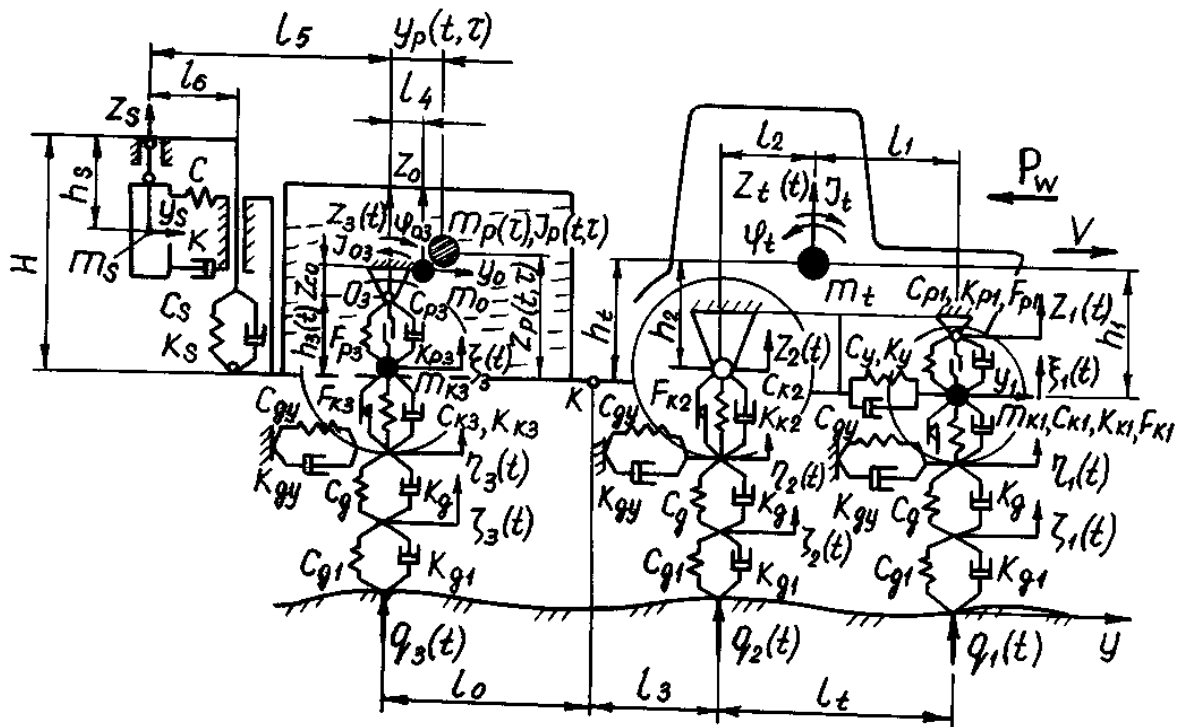


Рис. 1. Розрахункова схема динамічної моделі тракторного агрегату обприскувача

Оскільки причіпний штанговий обприскувач є одновісним причіпом з рідиною в ємності до рами якого прикріплена начіпна штанга, то кутові коливання ємності у поздовжньо-вертикальній площині відбуваються відносно осі моста причепа  $x$ , точка  $O_3$ , якої не збігається з центром мас тіло – рідина (рис. 1).

Залежно від кута повороту ємності  $\varphi_0(t)$  і висоти наповнення рідиною  $h_0$  розглянемо три найхарактерніші випадки (рис. 2, а, б, в) при яких рідина контактує:

- зі всіма боковими стінками і всім дном  $0 < h_0 \leq h$ ,
- з трьома боковими стінками і частиною дна  $0 \leq h_0 \leq h/2$ ,
- зі всіма стінками ємності  $0 \leq h_0 \leq h/2$ ;  $a_3(t) > 0$ .

При повороті ємності на кут  $\varphi_0(t)$  рідина буде нахилена під певним кутом  $\varphi_p(t)$  щодо дна ємності, а передня і задня стінки ємності будуть відповідно контактувати з рідиною на висоті  $h_1(t)$ , і  $h_2(t)$ . Зв'язки між висотами  $h_1(t)$  і  $h_2(t)$  та  $a_2(t)$ ,  $a_3(t)$  визначаються з умови рівності об'єму рідини, незмінності форми ємності та лінійної теорії. Значимо, що для визначення цих зв'язків у першому випадку об'єм рідини в ємності умовно розбити на об'єм паралелепіпеда з розмірами сторін  $h_1(t)$   $a$ ,  $b$  і трикутної призми з розмірами -  $h_2(t)$  -  $h_1(t)$   $a$ ,  $b$ , а у третьому випадку об'єм рідини умовно розмежований на три частини – два паралелепіпеди з розмірами  $h_1(t)$   $a$ ,  $b$ , та  $(h-h_1(t))$ ,  $a_3(t)$ ,  $b$  і трикутну призму з розмірами  $(h-h_1(t))$ ,  $(a-a_3(t))$ ,  $b$ .

Отже, у першому випадку (рис. 2, а) масу рідини в ємності можна подати у вигляді

$$m_p = \rho a h_0 b, \quad m_p = m_{p1} + m_{p2}, \quad \text{де } m_{p1} = \rho a h_1(t) b, \quad m_{p2} = \frac{1}{2} \rho a_3(t) \cdot [h - h_1(t)] b.$$

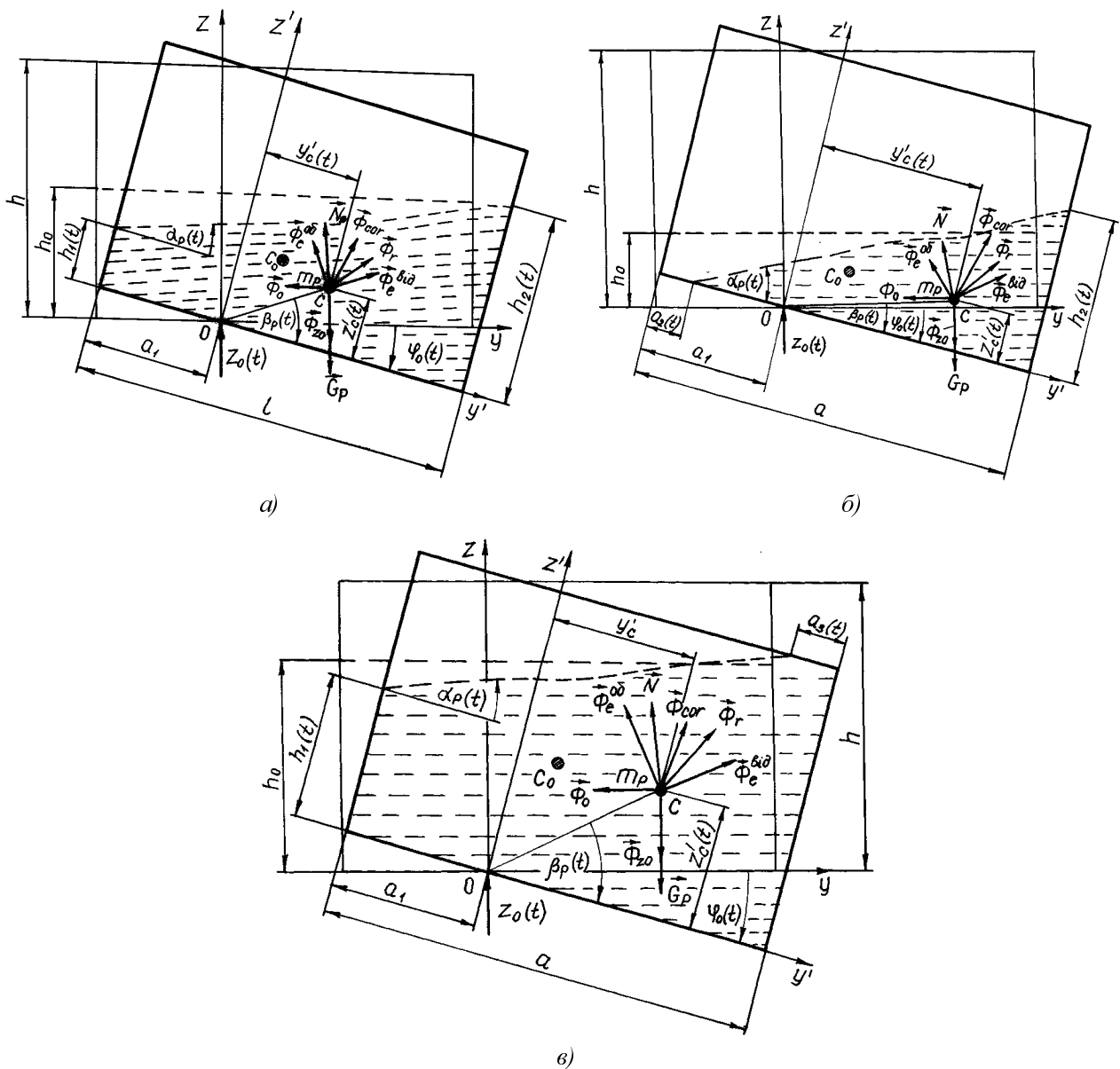


Рис. 2. Схеми коливань рідини в ємностях

На цій основі одержимо співвідношення

$$m_{p1} = \frac{h_1(t)}{h_0} m_p, \quad m_{p2} = \frac{h_0 - h_1(t)}{h_0} m_p \quad \text{і, отже,}$$

$$h_2(t) = 2h_0 - h_1(t). \quad (1)$$

У другому випадку (рис. 2, б)  $m_p = \rho a h_0 b$  та  $m_p = \frac{1}{2} \rho (a - a_2(t)) h_2(t) b$  і тому зв'язок

$$h_2(t) = \frac{2ah_0}{a - a_2(t)}. \quad (2)$$

У випадку 3 (рис. 2, в)

$$m_p = \rho a h_0 b, \quad m_{p1} = \rho a h_1(t) b, \quad m_{p2} = \rho a_3(t) \cdot (h - h_1(t)) b \quad \text{та, враховуючи, що } m_p = m_{p1} + m_{p2} + m_{p3}, \quad \text{одержимо співвідношення } m_{p1} = m_p \frac{h_1(t)}{h},$$

$$m_{p2} = \frac{1}{2} m_p \frac{a_3(t) \cdot (h - h_1(t))}{ah_0}, \quad m_{p3} = m_p \frac{a_3(t) \cdot ((h - h_1(t)))}{ah_0} \quad \text{і} \quad m_{p3} = \frac{1}{2} \rho(a - a_3(t)) \cdot (h - h_1(t));$$

$$h_1(t) = \frac{2ah_0 - (a + a_3(t))h}{a - a_3(t)}, \quad (3)$$

причому, коли  $a_3(t) = 0$ , то  $h_1(t) = 2h_0 - h$ .

Координати центра мас рідини в ємності при її повороті на кут  $\varphi_0(t)$  визначаються як маси складних фігур і для наведених випадків, після відповідних перетворень, зведені до простих та зручних виразів:

$$y'_c = \frac{4ah_0 - ah_1(t) - 6h_0a_1}{6h_0}; \quad z'_c = \frac{h_1^2(t) + 4h_0^2 - 2h_0h_1(t)}{6h_0}; \quad (4)$$

$$y'_c = \frac{2a - 3a_1 + a_2(t)}{3}; \quad z'_c = \frac{2ah_0}{3(a - a_2(t))}; \quad (5)$$

$$y'_c = \frac{(a - 2a_1)h_1(t)}{2h_0} + \frac{h - h_1(t)}{6ah_0} [(2a - 3a_1) \cdot (a + a_3(t)) - a_3^2(t)]$$

$$z'_c = \frac{h_1^2(t)}{2h_0} + \frac{h - h_1(t)}{6ah_0} [ah + 2ah_1(t) + (2h + h_1(t))a_3(t)] \quad (6)$$

причому, коли  $a_3(t) = 0$ , то

$$h_1(t) = 2h_0 - h \quad \text{і} \quad y'_c = \frac{a}{3} - \frac{h}{6h_0} (6a_1 - a); \quad z'_c = \frac{h^2 + 4h_0^2 - 2hh_0}{6h_0}.$$

Рівняння траєкторії руху центра мас рідини при повороті прямокутної ємності на кут  $\varphi_0(t)$  для перших двох наведених випадків є гіперболами і мають вигляд

$$z'_c = 6 \frac{h_0^2}{a^2} \left( y'_c - \frac{a - a_1}{6h_0} \right)^2 + \frac{11a - 4a_1}{a}; \quad y'_c = \frac{4a - 3a_1}{3} - \frac{4ah_0}{9z'_c}.$$

Для визначення гідродинамічних сил рідини, що діють на стінки ємності при русі тракторного агрегату обприскувача, використано принцип Германа–Ейлера–Даламбера. Для цього прикладаємо в центрі мас рухомої рідини переносну, відносно й коріолісову сили інерції та нормальну реакцію рідини  $N$  і, спроектувавши вектори всіх сил відповідно на осі  $y'$  і  $z'$ , запишемо рівняння динамічної рівноваги при вертикальних і кутових коливаннях ємності

$$m_p g \sin \varphi_0 + \Phi_{z_0} \sin \varphi_0 + \Phi_e^{sid} \cos \beta_p - \Phi_e^{oo} \sin \beta_p - \Phi_{cor y'} + \Phi_{ry'} - N'_y - ma(t) \cos \varphi_0 - \mu \dot{y}'_c = 0; \quad (7)$$

$$m_p g \cos \varphi_0 - \Phi_{z_0} \cos \varphi_0 + \Phi_e^{sid} \sin \beta_p + \Phi_e^{oo} \cos \beta_p + \Phi_{rz'} + N'_z - ma(t) \sin \varphi_0 - \mu \dot{z}'_c = 0,$$

де  $m_p$  – маса рідини в ємності,  $m = m_0 + m_p$  – маса обприскувача з рідиною в ємності;  $a(t)$  – горизонтальне пришвидження ємності тракторного агрегату обприскувача;  $\mu$  – коефіцієнт демпфування рідини.

Модулі сил інерції рідини

$$\Phi_e^{sid} = m_p 0c \dot{\varphi}_0^2, \quad \Phi_e^{oo} = m_p 0c \ddot{\varphi}_0, \quad \Phi_{z_0} = m_p \ddot{z}_0, \quad \Phi_{ry'} = m_r \dot{y}'_c, \quad \Phi_{rz'} = m_r \dot{z}'_c,$$

$$\Phi_{cor y'} = 2m_r \dot{\varphi}_0 \dot{z}'_c, \quad \Phi_{cor z'} = 2m_r \dot{\varphi}_0 \dot{y}'_c.$$

У рівняннях (7) врахований знак вектора коріолісової сили інерції, яка визначається за формулою

$$\begin{aligned}\vec{\Phi}_{cor} &= -2m_r(\vec{\omega}_e \times \vec{v}_r) = -2m_r[\vec{\omega}_e \times (\vec{v}_{ry'} + \vec{v}_{rz'})] = -2m_r(\vec{\phi}_0 \times \vec{v}_{ry'} + \vec{\phi}_0 \times \vec{v}_{rz'}) = \\ &= -2m_r \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -\phi_0 & 0 & 0 \\ 0 & y'_c & z'_c \end{vmatrix} = -2m_r \phi_0 z'_c \vec{j} + 2m_r \phi_0 y'_c \vec{i},\end{aligned}$$

тобто  $\Phi_{cor y'} = -2m_r \phi_0 z'_c$ ;  $\Phi_{cor z'} = 2m_r \phi_0 y'_c$ .

Радіус інерції рухомої рідини

$$\begin{aligned}oc &= \sqrt{(y'_c)^2 + (z'_c)^2}, \\ \cos \beta_p &= \frac{y'_c}{\sqrt{(y'_c)^2 + (z'_c)^2}}, \\ \sin \beta_p &= \frac{z'_c}{\sqrt{(y'_c)^2 + (z'_c)^2}}.\end{aligned}$$

Рухома частина маси рідини в ємності

$$m_r = \frac{a^2}{8h_0} m_p K_{\phi_0} \operatorname{tg} \phi_0,$$

де  $K_{\phi_0}$  – поправковий коефіцієнт, який вибирається із цієї таблиці:

		$k_{\theta} = k_{\psi}$			
		$15^\circ$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$h_0/h$	0,25	1	1	1,15	1,28
	0,5	1	1	1	1
	0,75	0,91	0,91	0,83	0,66

Поправковий коефіцієнт для урахування коливань рідини у прямокутній ємності в поперечно-вертикальній і поздовжньо-вертикальній площинах, прийнятий однаковим,  $K_{\theta} = K_{\phi_0}$ . Таблиця побудована з умов “затверділої” рідини і статичної рівноваги рідини при її переливах під час кутових відхилень ємності (рис. 3).

Враховуючи, що  $|OC| \cos \beta_p = y'_c(t)$ ,  $|OC| \sin \beta_p = z'_c(t)$ , визначимо із (7) реакції гідродинамічних сил рідини вздовж осей  $y'$  і  $z'$ , що діють на стінки ємності при її вертикально-кутових коливаннях у поздовжньо-вертикальній площині та запишемо їх у вигляді

$$\begin{aligned}N_{y'} &= m_p (g + \ddot{z}_0) \sin \phi_0 + m_p y'_c \phi_0^2 - m_p z'_c \phi_0 - 2m_r \phi_0 z'_c + m_r y'_c - \\ &- ma(t) \cos \phi_0 - \mu y'_c, \\ N_{z'} &= m_p (g + \ddot{z}_0) \cos \phi_0 - m_p z'_c \phi_0^2 - m_p y'_c \phi_0 - 2m_r \phi_0 y'_c - \\ &- m_r \ddot{z}'_c + ma(t) \sin \phi_0 + \mu z'_c.\end{aligned}\tag{8}$$

Відповідно у випадках 1, 2 і 3 рівняння (8) з урахуванням (4), (5) і (6) їх похідних набирають вигляду

$$\begin{aligned}N_{y'} &= m_p \cdot \\ &\cdot \left\{ (g + \ddot{z}_0) \sin \phi_0 + \frac{1}{6h_0} \left[ h_{0a} \phi_0^2 - h_{02} \phi_0 + \frac{a^2}{4h_0} K_{\phi_0} \operatorname{tg} \phi_0 \left( 2h_{01} \dot{h}_1 \phi_0 - \frac{a}{2} \ddot{h}_1 \right) \right] \right\} - \\ &- ma(t) \cos \phi_0 + \mu \frac{a}{6h_0} \dot{h}_1;\end{aligned}\tag{9}$$

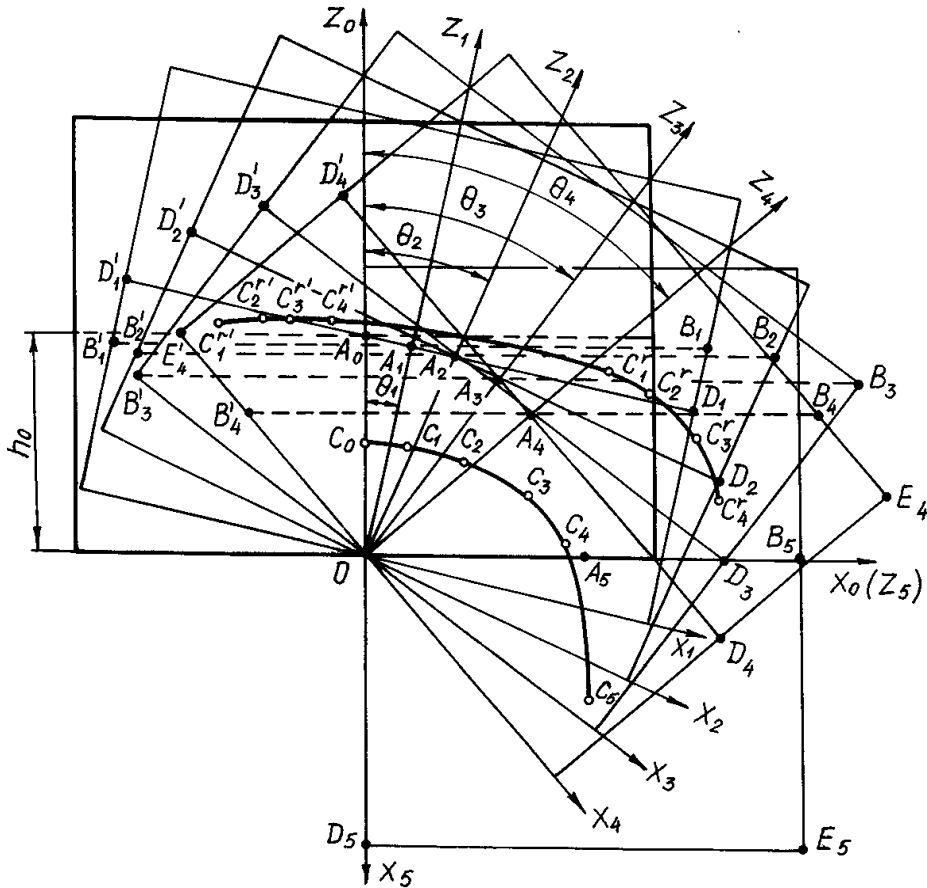


Рис. 3. Траєкторія руху центра мас рідини при повороті частково заповненої прямокутної ємності

$$N_z = m_p \cdot \left\{ (g + \ddot{z}_0) \cos \varphi_0 + \frac{1}{6h_0} \left[ h_{0a} \dot{\varphi}_0^2 + h_{02} \ddot{\varphi}_0 + \frac{a^2}{4h_0} K_{\varphi_0} \operatorname{tg} \varphi_0 (\dot{h}_1^2 - \dot{h}_0 \dot{h}_1 - a \dot{h}_1 \dot{\varphi}_0) \right] \right\} + ma(t) \sin \varphi_0 + \mu \frac{h_{01}}{3h_0} \dot{h}_1,$$

де

$$h_{01} = h_0 - h_1(t); \quad h_{02} = h_1^2(t) - 2h_0 h_1(t) + 4h_0^2; \quad h_{0a} = \frac{4ah_0 - ah_1(t) - 6h_0 a_1}{6h_0}$$

$$N_y = m_p \left\{ (g + \ddot{z}_0) \sin \varphi_0 + \frac{2a - 3a_1 + a_2(t)}{3} \dot{\varphi}_0^2 - \frac{2ah_0}{3(a - a_2(t))} \ddot{\varphi}_0 - \frac{a^2 K_{\varphi_0} \operatorname{tg} \varphi_0}{6} \left[ \frac{a \dot{a}_2(t)}{(a - a_2(t))} \dot{\varphi}_0 - \frac{\ddot{a}_2(t)}{4h_0} \right] \right\} - ma(t) \cos \varphi_0 - \mu \frac{a_2(t)}{3};$$

$$N_z = m_p \left\{ (g + \ddot{z}_0) \cos \varphi_0 - \frac{2ah_0}{3(a - a_2(t))} \dot{\varphi}_0^2 - \frac{2a - 3a_1 + a_2(t)}{3} \ddot{\varphi}_0 - \frac{a^2}{12} K_{\varphi_0} \operatorname{tg} \varphi_0 [\dot{a}_2(t)] \dot{\varphi}_0 - \frac{a(\ddot{a}_2(t) + 2\dot{a}_2^2(t))}{(a - a_2(t))^3} \right\} + ma(t) \sin \varphi_0 + \mu \frac{6ah_0 \dot{a}_2(t)}{(a - a_2(t))^2};$$

(10)

$$\begin{aligned}
N_{y'} = m_p \{ & (g + \ddot{z}_0) \sin \varphi_0 + \frac{1}{2h_0} \left[ (a - 2a_1)h_1 + \frac{(h - h_1)}{3a} a_{a_3} \right] \dot{\varphi}_0^2 - \frac{1}{2h_0} \cdot \\
& \cdot \left[ h_1^2 + \frac{(h - h_1)}{3a} h_{a_3} \right] \ddot{\varphi}_0 - \frac{a^2}{4h_0^2} K_{\varphi_0} \operatorname{tg} \varphi_0 \left[ h_1 \dot{h}_1 - \frac{1}{6a} (\dot{h}_1 h_{a_3} - (h - h_1) h_{1a}) \right] \dot{\varphi}_0 + \\
& + \frac{a^2}{16h_0^2} K_{\varphi_0} \operatorname{tg} \varphi_0 \cdot \left[ (a - 2a_1) \ddot{h}_1 - \right. \\
& \left. - \frac{1}{3a} (\ddot{h}_1 a_{a_3} + (2a - 3a_1 - 2a_3) \cdot (2\dot{h}_1 \dot{a}_3 - (h - h_1) \dot{a}_3) + 2(h - h_1) \dot{a}_3^2) \right] \} - \\
& - ma(t) \cos \varphi_0 - \frac{\mu}{2h_0} \left\{ (a - 2a_1) \dot{h}_1 - \frac{1}{3a} [\dot{h}_1 h_{a_3} - (h - h_1) \cdot (2a - 3a_1 - 2a_3) \dot{a}_3] \right\}; \quad (11)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N_{z'} = m_p \{ & (g + \ddot{z}_0) \cos \varphi_0 + \frac{1}{2h_0} \left[ h_1^2 + \frac{(h - h_1)}{3a} a_{a_3} \right] \dot{\varphi}_0^2 - \\
& - \frac{1}{2h_0} \cdot \left[ (a - 2a_1)h_1 + \frac{(h - h_1)}{3a} a_{a_3} \right] \ddot{\varphi}_0 - \frac{a^2}{8h_0^2} K_{\varphi_0} \operatorname{tg} \varphi_0 \cdot \\
& \cdot \left[ (a - 2a_1) \dot{h}_1 - \frac{1}{3a} (h_1 a_{a_3} - (h - h_1) \cdot (2a - 3a_1 - 2a) \dot{a}_3) \right] \dot{\varphi}_0 - \frac{a^2}{8h_0^2} K_{\varphi_0} \operatorname{tg} \varphi_0 \cdot \\
& \cdot \left[ \dot{h}_1^2 + h_1 \ddot{h}_1 - \frac{1}{2a} (\ddot{h}_1 h_{a_3} + 2\dot{h}_1 h_{1a} - (h - h_1) \cdot ((2a + a_3) \ddot{h}_1 + 2\dot{h}_1 \dot{a}_3 + (2h + h_1) \dot{a}_3^2)) \right] \} + \\
& + \frac{\mu}{h_0} \left\{ h_1 \dot{h}_1 - \frac{1}{6a} [\dot{h}_1 h_{a_3} - (h - h_1) \cdot h_{1a}] \right\},
\end{aligned}$$

де

$$\begin{aligned}
h_{a_3}(t) &= ah + 2ah_1 + (2h + h_1)a_3; \\
a_{a_3}(t) &= (2a - 3a_1)(a + a_3) - a_3^2; \\
h_{1a}(t) &= 2a\dot{h}_1 + \dot{h}_1 a_3 + (2h + h_1)\dot{a}_3.
\end{aligned}$$

Зазначимо, що у рівняннях (10) змінний параметр  $a_2(t)$  визначається виразом (2), а у рівняннях (11) параметр  $a_3(t)$  визначається за допомогою (3).

У рівняннях (9)–(11) наявно входять невідомі параметри  $h_1(t)$ ,  $a_2(t)$  і  $a_3(t)$  залежно від розгляду принципів схем, зображених на рис. 2, а, б, в.

Зв'язки між параметрами  $h_1(t)$ ,  $a_2(t)$  і  $a_3(t)$  кутом повороту ємності  $\varphi_0(t)$  і кутом нахилу рідини щодо дна ємності  $\alpha_p(t)$  можна знайти з умов:

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{h_2(t) - h_1(t)}{a}; \quad (12)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{h_2(t)}{a - a_2(t)}; \quad (13)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{h - h_1(t)}{a - a_3(t)}; \quad (14)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_p = \frac{N_{y'}}{N_{z'}}. \quad (15)$$

Так, для випадку 1, прирівнюючи (12) і (15) з урахуванням (1), (4) і (9), після низки перетворень, одержимо нелінійне диференціальне рівняння, що пов'язує параметр  $h_I(t)$  з кутом повороту ємності  $\varphi_0(t)$  у вигляді

$$\begin{aligned} & \frac{a^2}{12h_0^2} K_{\varphi_0} t g \varphi_0 \left( h_{01}^2 + \frac{a^2}{4} \right) \ddot{h}_1 - \frac{a^2}{12h_0^2} h_{01} K_{\varphi_0} t g \varphi_0 \dot{h}_1^2 - \frac{\mu}{3h_0 m_p} \cdot \\ & \cdot \left( 2h_{01}^2 + \frac{a^2}{2} \right) \dot{h}_1 + \frac{1}{6h_0} \cdot (ah_{02} - 2h_{01}h_{0a}) \ddot{\varphi}_0 - \frac{1}{6h_0} \cdot \\ & \cdot (ah_{0a} + 2h_{01}h_{02}) \dot{\varphi}_0^2 + (2h_{01} \cos \varphi_0 - a \sin \varphi_0) \cdot (g + \ddot{z}) + \\ & + \frac{m}{m_p} \cdot (2h_{01} \sin \varphi_0 + a \cos \varphi_0) a(t) = 0. \end{aligned} \quad (16)$$

Для складання диференціальних рівнянь руху тракторного агрегату обприскувача (рис. 1) використаємо рівняння Лагранжа другого роду в загальноприйнятій формі:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_k} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_k} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_k} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_k} = \Phi_k, \quad (17)$$

де  $T$  і  $\Pi$  – кінетична і потенціальна енергія системи;  $\Phi$  – дисипативна функція (функція розсіювання Релея);  $q_k$  –  $k$ -а узагальнена координата;  $\Phi_k$  – узагальнена сила, що відповідає  $k$ -й узагальненій координаті.

За узагальнені координати вибираємо:  $y, y_l, y_0, i, y_s$  – поздовжні переміщення трактора, переднього моста трактора, обприскувача і начіпної штанги;  $z_b, z_3, z_s$  – вертикальні переміщення підресорених частин трактора, обприскувача, начіпної штанги;  $\xi_l$  та  $\xi_3$  – вертикальні переміщення невідресорених мас переднього моста трактора та моста обприскувача;  $\varphi_t$  і  $\varphi_{03}$  – кутові відхилення трактора і обприскувача у поздовжньо-вертикальній площині;  $\varphi_d, \varphi_{tr}, \varphi_{ki}$  – кути поворотів двигуна, трансмісії, коліс тракторного агрегату. Кінетична енергія цієї механічної системи складається із таких складових:

$$\begin{aligned} T = & T_d + T_{tr} + T_{irk} + T_y + T_{z_l} + T_{z_3} + T_{z_s} + T_{y_s} + T_{\varphi_t} + T_{\varphi_0} + \\ & + T_{klyl} + T_{ki} + T_{z_0}, \end{aligned} \quad (18)$$

де  $T_d = \frac{1}{2} I_d \dot{\varphi}_d^2$  – кінетична енергія двигуна трактора;  $T_{tr} = \frac{1}{2} I_{tr} \dot{\varphi}_{tr}^2$  – кінетична енергія

обертових частин трансмісії трактора і обприскувача;  $T_{irk} = \frac{1}{2} I_{irk} \dot{\varphi}_{irk}^2$  – кінетична енергія

обертових частин карданного вала і ведучих коліс трактора;  $T_y = \frac{1}{2} m_{i0} \dot{y}^2$  – кінетична енергія

всієї маси тракторного агрегату обприскувача, що поступально переміщується вздовж осі  $y$ ;

$T_{z_l} = \frac{1}{2} m_l \dot{z}_l^2$  – кінетична енергія вертикальних переміщень підресореної маси трактора;

$T_{z_3} = \frac{1}{2} M_0 \dot{z}_3^2$  – кінетична енергія вертикальних переміщень підресореної маси

обприскувача разом з рідиною в ємності;  $T_{z_s} = \frac{1}{2} m_s \dot{z}_s^2$ ,  $T_{y_s} = \frac{1}{2} m_s \dot{y}_s^2$  – кінетична енергія

відповідно вертикального і горизонтального переміщення начіпної штанги;



$T_{\varphi_i} = \frac{1}{2} I_i \dot{\varphi}_i^2$  – кінетична енергія трактора, що здійснює поздовжньо-кутові коливання;  
 $T_{\varphi_0} = \frac{1}{2} I_{0p} \dot{\varphi}_{03}^2$  – кінетична енергія підресореної маси обприскувача разом з рідиною в ємності, зумовлена його кутовими коливаннями у поздовжньо-вертикальній площині і з урахуванням змінного моменту інерції рідини;  $T_{ki} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} I_{ki} \dot{\varphi}_{ki}^2$  – кінетична енергія коліс тракторного агрегату, що обертаються;  $T_{k1y1} = \frac{1}{2} m_{k1} \dot{y}_1^2$  – кінетична енергія горизонтальних переміщень переднього моста трактора;  $T_{k1} = \frac{1}{2} m_{k1} \dot{\xi}_1^2$  і  $T_{k3} = \frac{1}{2} m_{k3} \dot{\xi}_3^2$  – кінетична енергія вертикальних переміщень переднього моста трактора і моста обприскувача;  $T_{z0} = (M_0 I_4 + m_s I_s) \dot{Z}_3 \dot{\varphi}_{03}$  – додаткова кінетична енергія обприскувача, зумовлена тим, що за початок поступального руху системи осей обприскувача, який під час коливань здійснює плоский рух, вибрано не центр мас обприскувача, а вісь обертання моста обприскувача, т.  $O_3$ . У цьому зв'язку необхідно зазначити, що коли за полюс вибрати не центр мас твердого тіла, яке перебуває у плоскому русі, а довільну точку  $O$ , то кінетична енергія визначається складніше [1]:

$$T = \frac{1}{2} I_x^0 \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} M (\dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2) - M \dot{\varphi} (V_{0y'} Z'_c - V_{0z'} y_c^1) \quad (19)$$

де проекції швидкості полюса  $V_{0y'} = V_{0y} \cos \varphi + V_{0z} \sin \varphi$ ;  $V_{0z'} = -V_{0y} \sin \varphi + V_{0z} \cos \varphi$ , причому  $M, \dot{\varphi}, I_x^0$  – маса, кутова швидкість, момент інерції твердого тіла відносно вибраного полюса;  $y_0$  і  $z_0$  – швидкість поступального руху полюса у напрямках відповідних осей.

Оскільки у нашому випадку враховується поступальний рух тільки в напрямі вертикальної осі  $z$ , то третій член у рівнянні (19) спроститься і має вигляд, наведений вище. Тут  $T_{tr}$  – приведений до вала двигуна трактора момент інерцій  $t$  обертових частин трансмісії тракторного агрегату обприскувача;  $I_d$  – момент інерції обертових частин двигуна;  $m_{t0} = m_t + m_0 + m_p + m_s + m_k$  – маса тракторного агрегату обприскувача, що містить підресорені маси трактора, обприскувача, рідини в ємності, масу начіпної штанги та непідресореної маси трактора і причіпа;  $M_0 = m_0 + m_p$ ;  $I_{0p} = I_{00} + i_p(t, \tau)$  – приведений момент інерції обприскувача відносно осі моста причіпа, що містить момент інерції обприскувача і змінний момент інерції рідини, визначення яких наведено нижче;  $I_t$  і  $I_{ki}$  – момент інерції трактора відносно його центра мас і моменти інерції коліс тракторного агрегату обприскувача відносно їх осей обертання ( $i=2n$ ,  $n$  – кількість осей коліс тракторного агрегату обприскувача)

Потенціальна енергія системи містить енергії:

$$\begin{aligned}
 \Pi = & \Pi_{tr} + \Pi_{trk} + \Pi_{pt} + \Pi_{p0} + \Pi_s + \Pi_k + \Pi_{kfg} + \Pi_{gy} + \Pi_{k\varphi} + \Pi_{y1} + \\
 & + \Pi_{sy} + \Pi_h,
 \end{aligned} \quad (20)$$

де

$$\Pi_{tr} = \frac{1}{2} c_{tr} (\varphi_d - \varphi_{tr})^2; \quad \Pi_{trk} = c_{trk} (\varphi_{trk} - \varphi_{k2})^2; \quad \Pi_{pt} = k_{pl} (z_t + l_1 \varphi_t - \xi_1)^2;$$

$$\Pi_{ir} = \frac{1}{2} c_{ir} (\varphi_d - \varphi_{ir})^2; \quad \Pi_{irk} = c_{irk} (\varphi_{irk} - \varphi_{k2})^2; \quad \Pi_{pt} = k_{p1} (z_t + l_1 \varphi_t - \xi_1)^2;$$

$$\Pi_{po} = c_{p3} (z_3 - \xi_3)^2; \quad \Pi_s = \frac{1}{2} c_s [z_s - (z_3 + (l_5 - l_6) \varphi_{03})]^2;$$

$$\Pi_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} c_{ki} (\xi_i - \eta_i)^2$$

– потенціальні енергії накопичені при передачі крутного моменту від двигуна до пружних валів трансмісії, від пружних валів трансмісії до ведучих коліс трактора, при деформації пружних елементів підвіски трактора, обприскувача, начіпної штанги і деформації машин;

$\Pi_{kfg} = f_{gki} \sum_{i=1}^{2n} [c_{ki} (\xi_i - \eta_i) + c_{ki} z_{cm}] y$  – потенціальна енергія, яка затрачається на перемагання сили опору кочення коліс тракторного агрегату обприскувача по деформованій поверхні

грунту;  $\Pi_{gy} = \sum_{i=1}^{2n} c_{gy} \cdot \sqrt{r_{di}^2 - (r_{di} - h_g)^2} \cdot y$  – додаткова потенціальна енергія, необхідна для деформування ґрунту ґрунтозачіпами коліс тракторного агрегату обприскувача при переміщенні їх по м'якому ґрунту,  $h_g$  – глибина осідання ґрунту при коліютворенні;

$\Pi_{k\varphi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} c_{k\varphi i} \left( \varphi_{ki} - \frac{y_{ki}}{r_{di}} \right)^2$  – потенціальна енергія шин, накопичених при їх закручуванні;

$\Pi_{y1} = \frac{1}{2} c_y (y - y_1)^2$  – потенціальна енергія, зумовлена поздовжнім горизонтальним переміщенням переднього моста трактора;  $\Pi_{sy} = \frac{1}{2} c (y - y_s)^2$  – потенціальна енергія горизонтальних переміщень начіпної штанги внаслідок нерівномірного руху тракторного агрегату обприскувача;

$\Pi_h = m_{io} y \sin \alpha_g$  – потенціальна енергія, зумовлена підніманням чи опусканням тракторного агрегату обприскувача при його русі по негоризонтальній поверхні.

Функція розсіювання містить:

$$\Phi = \Phi_{ir} + \Phi_{irk} + \Phi_{pt} + \Phi_{po} + \Phi_s + \Phi_k + \Phi_{kfg} + \Phi_{gy} + \Phi_{k\varphi} + \Phi_{y1} + \Phi_{sy}, \quad (21)$$

де

$$\Phi_{ir} = \frac{1}{2} K_{ir} (\dot{\varphi}_d - \dot{\varphi}_{ir})^2; \quad \Phi_{irk} = K_{irk} (\dot{\varphi}_{irk} - \dot{\varphi}_{k2})^2;$$

$$\Phi_{pt} = K_{p1} (\dot{z}_t + l_1 \dot{\varphi}_t - \dot{\xi}_1)^2 + \sum_{j=1}^2 F_{p1} (\dot{z}_t + l_1 \dot{\varphi}_t - \dot{\xi}_1) \text{sign}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\varphi}_t - \dot{\xi}_1);$$

$$\Phi_{po} = K_{p3} (\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3)^2 + 2F_{p3} (\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3) \text{sign}(\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3);$$

$$\Phi_s = \frac{1}{2} K_s [\dot{z}_s - (\dot{z}_3 + (l_5 - l_6) \dot{\varphi}_{03})]^2; \quad \Phi_k = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} K_{ki} (\xi_i - \eta_i)^2 + \sum_{i=1}^{2n} H_k \frac{1}{n_{k+1}} \varepsilon_i^{n_{k+1}} \cdot \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{i_{\max}}}} \quad -$$

енергії розсіювання, викликані при передачі крутного моменту від двигуна до пружних валів трансмісії, від пружних валів трансмісії до ведучих коліс трактора, при деформуванні пружних елементів підвіски трактора обприскувача, начіпної штанги, деформації шин і згладжуючої здатності шин [1],  $\varepsilon_i = \xi_i - \eta_i$ ,  $H_k$  – коефіцієнт пропорційності між силою непружного опору і радіальною деформацією шин,  $n_k$  – показник степеня, що виражає

нелінійний зв'язок даних величин;  $\Phi_{kfg} = fgki \sum_{i=1}^{2n} [K_{ki} (\xi_i - \eta_i) + K_{ki} \dot{z}_{cm}] \dot{y}$ ;

$\Phi_{gy} = \sum_{i=1}^{2n} K_{gy} r_{di} \sqrt{\dot{r}_{di}^2 - (\dot{r}_{di} - \dot{h}_g)^2} \cdot \dot{y}$  – розсіювання енергій, зумовлені силами опору кочення коліс тракторного агрегату обприскувача і при деформуванні ґрунту ґрунтозачіпами коліс;

$\Phi_{k\phi} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{2n} K_{k\phi i} \left( \dot{\phi}_{ki} - \frac{\dot{y}_{ki}}{r_{di}} \right)^2$  – розсіювання при закручуванні шин тракторного агрегату

обприскувача під час руху;  $\Phi_{yi} = \frac{1}{2} k_y (\dot{y} - \dot{y}_i)^2$ ;  $\Phi_{sy} = \frac{1}{2} k (\dot{y} - \dot{y}_s)^2$  – розсіювання енергій,

зумовлених горизонтальними переміщеннями переднього моста трактора і начіпної штанги внаслідок нерівномірного руху тракторного агрегату обприскувача.

Узагальненими силами є крутний момент двигуна  $M_d$ , сила опору повітря  $P_w$  і колова сила ведучих коліс трактора  $P_{k2}$ .

До узагальнених сил умовно належать гідродинамічні сили тиску рідини  $Nz'$  і  $Nz'$  на стінки ємності обприскувача, зумовлені коливаннями рідини в ємності, які визначаються рівняннями (9–11).

Тут у наведених рівняннях, прийняті такі позначення і їх величини:

$c_{lr}, c_{lrk}, k_{lr}, k_{lrk}$  – коефіцієнти кутової жорсткості та демфування пружних валів трансмісії і карданного вала;  $c, c_y, c_{ki}, c_{gy}$  і  $k, k_y, k_{ki}, k_{gy}$  – коефіцієнти жорсткості і демфування відповідно начіпної штанги, переднього моста трактора, коліс тракторного агрегату, горизонтального деформування ґрунту;  $c_{k\phi i}, k_{k\phi i}$  – коефіцієнти кутової жорсткості та демфування шин при їх закручуванні;  $r_{di}, h_g, \alpha_g, y_k, \phi_{ki}$  – динамічний радіус кочення  $i^{ro}$  колеса  $i = n = 1, 2, 3$ , глибина осідання ґрунту при коліютворенні, кут підйому поверхні ґрунту, зміщення контактної майданчика колеса при його русі кут закручення  $i^{ro}$  колеса;  $z_{icm} = \frac{R_{zi}}{c_{ki}}$  – статична деформація  $i^{ro}$  колеса;  $R_{zi}$  – нормальна статична реакція  $i^{ro}$  колеса;  $f_{gki} = \frac{(c_g h_g^\mu \text{tg} \varphi_{og} + c_{og}) F_g}{m_{kig}}$  – коефіцієнт зчеплення  $i^{ro}$  колеса з деформівним ґрунтом

[2],  $c_g \mu$  – параметри ґрунту;  $h_g$  – перпендикулярна до поверхні деформація ґрунту;  $\alpha_{og}, c_{og}$  – кут внутрішнього тертя у ґрунті, коефіцієнт внутрішнього зчеплення ґрунту;  $F_g$  – майданчик зсуву ґрунту;  $m_{ki}$  – маса  $i^{ro}$  колеса,  $g$  – пришвидшення земного тяжіння;  $P_w = k_w F_l \dot{y}^2$ ,  $k_w$  – коефіцієнт опору повітря;  $F_l$  – лобовий майданчик тракторного агрегату обприскувача;  $F_l = k_l B H_{to}$ ,  $k_l$  – коефіцієнт форми лобової площі тракторного агрегату обприскувача;  $B$  і  $H_{to}$  – ширина колії і висота тракторного агрегату обприскувача.

Виразивши частинні похідні від рівнянь кінетичної і потенціальної енергій та функцій розсіювання і підставляючи значення цих величин разом з узагальненими силами у рівняння Лагранжа другого роду, одержимо систему нелінійних диференціальних рівнянь руху тракторного агрегату обприскувача у вигляді:

$$\begin{aligned}
& m_t \ddot{z}_t + 2k_{p1}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\phi}_t - \dot{\xi}_1) + 2F_{p1} \text{sinh}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\phi}_t - \dot{\xi}_1) + 2c_{p1}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\phi}_t - \dot{\xi}_1) = 0; \\
& M_0 \ddot{z}_3 + (M_0 l_4 + m_s l_5) \ddot{\phi}_{03} + 2k_{p3}(\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3) + 2c_{p3}(\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3) + 2F_{p3} \text{sinh}(\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3) - \\
& - k_s [\dot{z}_3 - (l_5 - l_6) \dot{\phi}_{03}] + N_{z'} = 0; \\
& J_t \ddot{\phi}_t + k_{p1}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\phi}_t - \dot{\xi}_1) l_1 + c_{p1}(z_t + l_1 \phi_t - \xi_1) l_1 + 2F_{p1} \text{sinh}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\phi}_t - \dot{\xi}_1) l_1 = 0; \\
& J_{00} + J_p(t, \tau) \ddot{\phi}_{03} + \dot{J}_p(t, \tau) \dot{\phi}_{03} + (M_0 l_4 + m_s l_5) \ddot{z}_5 - k_s [\dot{z}_5 - (\dot{z}_3 + (l_5 - l_6) \dot{\phi}_{03})] \cdot \\
& \cdot (l_5 - l_6) - c_s [z_5 - (z_3 + (l_5 - l_6) \phi_{03})] \cdot (l_5 - l_6) = N_{y'z_p}(t, \tau) + N_{z'y_p}(t, \tau); \\
& m_s \ddot{z}_s + k_s [z_s - (\dot{z}_s + (l_5 - l_6) \dot{\phi}_{03}) + c_s [z_s - (z_3 + (l_5 - l_6) \phi_{03})]
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& m_{t0} \ddot{y} + k(\dot{y} - \dot{y}_s) + c_y(y - y_1) + c(y - y_s) + m_{t0} g \sin \alpha_g + k_w F_l \dot{y}^2 + f_{gki} \sum_{i=1}^{2n} [c_{ki}(\xi_i - \eta_i) + c_{ki} z_{cm}] + \\
& + f_{gki} \sum_{i=1}^{2n} [k_{ki}(\xi_i - \eta_i) + k_{ki} z_{cm}] + \sum_{i=1}^{2n} k_{gy} \cdot \sqrt{\dot{r}_{di}^2 - (\dot{r}_{di} - \dot{h}_g)^2} + \sum_{i=1}^{2n} c_{gy} \sqrt{r_{di}^2 - (r_{di} - h_g)^2} + P_{kp} - 2P_{k2} = 0; \\
& m_{k1} \ddot{y}_1 - k_y(\dot{y} - \dot{y}_1) - c_y(y - y_1) = 0; \\
& m_s \ddot{y}_s - k(\dot{y} - \dot{y}_s) - c(y - y_s) = 0;
\end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
& m_{k1} \ddot{\xi}_1 - 1k_{p1}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\phi}_t - \dot{\xi}_1) - 2c_{p1}(z_t + l_1 \phi_t - \xi_1) - 2F_{p1} \text{sinh}(\dot{z}_t + l_1 \dot{\phi}_t - \dot{\xi}_1) + \\
& + 2K_{k1}(\xi_1 - \eta_1) + 2c_{k1}(\xi_1 - \eta_1) + 2H_k \varepsilon_{1\max}^{nk} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{1\max}}} + 2c_{k1} f_{gk1} y; \\
& m_{k3} \ddot{\xi}_3 - 2k_{p3}(\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3) - 2c_{p3}(z_3 - \xi_3) + 2k_{k3}(\xi_3 - \zeta_3) + 2c_{k3}(\xi_3 - \zeta_3) + \\
& + 2f_{gk3} k_{k3} \dot{y} - 2F_{p3} \text{sinh}(\dot{z}_3 - \dot{\xi}_3) + 2H_k \varepsilon_{3\max}^{nk} \sqrt{1 - \frac{\varepsilon_3}{\varepsilon_{3\max}}} + 2f_{gk3} c_{k3} y; \\
& \sum_{i=1}^{2n} J_{ki} \ddot{\phi}_{ki} + \sum_{i=1}^{2n} c_{k\phi i} \left( \phi_{ki} - \frac{y_{ki}}{r_{di}} \right) + \sum_{i=1}^{2n} K_{k\phi i} \left( \phi_{ki} - \frac{y_{ki}}{r_{di}} \right) = 2P_{k2}; \\
& J_d \ddot{\phi}_d + k_{tr}(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}_{tr}) + c_{tr}(\phi_d - \phi_{tr}) + M_{01} - M_d = 0; \\
& J_t \ddot{\phi}_{tr} - k_{tr}(\dot{\phi}_d - \dot{\phi}_{tr}) - c_{tr}(\phi_d - \phi_{tr}) + M_{02} = 0; \\
& J_{trk} \ddot{\phi}_{trk} + k_{trk}(\dot{\phi}_{trk} - \dot{\phi}_2) + c_{trk}(\phi_{trk} - \phi_2) + P_{k2} r_{d2} = 0.
\end{aligned}$$

У диференціальних рівняннях  $M_{01}$  і  $M_{02}$  – момент опору трансмісій коробки передач і заднього ведучого моста трактора,  $y_{ki}$  – довжина майданчика контакту і  $\overset{ro}{\text{колеса}}$  з грунтом [2].

У диференціальних рівняннях (22) змінні моменти інерції рідини відносно осі повороту ємності  $O$  (рис. 2, а, б, в), що збігається з віссю  $O_3$  причепа обприскувача (рис. 1), можна записати відповідно у вигляді:

1) для випадку (рис. 2, а)

$$\begin{aligned}
J_p &= \frac{1}{6} m_p (3a^2 - 8aa_1 + 6a_1^2 + 4h^2) - \frac{1}{6} m_p \frac{h_1(t)}{h} (a^2 + 4h^2 - 2aa_1) + \frac{1}{3} m_p h_1^2(t); \\
j_p &= \frac{m_p a(2a_1 - a)}{6h} \dot{h}_1(t);
\end{aligned}$$

2) для випадку (рис. 2, б)

$$J_p = \frac{1}{18} m_p \left\{ [a - a_2(t)]^2 + 2[2a - 3a_1 + a_2(t)]^2 \right\} + \frac{2m_p a^2 h^2}{3[a - a_2(t)]^2};$$

$$\dot{J}_p = \frac{1}{3} m_p \left\{ a - 2a_1 + a_2(t) + \frac{4a^2 h^2}{[a - a_2(t)]^3} \right\} \dot{a}_2(t).$$

3) для випадку (рис. 2, в)

$$J_p = \frac{m_p}{12ah} \left\{ ahh_1^2(t) + (2ah^2 - A_1)h_1 + [a - a_3(t)]h_1^3(t) + (2h^2 - A_2)h_1(t)a_3(t) + [h_1(t) - h]A_3a_3^3(t) + A_4h - A_5ha_3(t) + [h - h_1(t)]a_3^3(t) - ha_3(t)h_1^2(t) \right\}$$

$$A_1 = a^3 - ah^2 - 9a^2a_1 + 6aa_1^2;$$

$$A_2 = 3a^2 - 8aa_1 + 6a_1^2 + 3H^2;$$

$$A_3 = 3a - 4a_1;$$

$$A_4 = 3a^3 + 6aa_1^2 - 3a^2a_1 + ah^2;$$

$$A_5 = 3aa_1 - 6a_1^2 - 3h^2.$$

$$\dot{J}_p = \frac{m_p}{12ah} \left\{ 2ahh_1(t)\dot{h}_1(t) + 3(a - a_3(t))h_1^2(t)\dot{h}_1(t) + [(2h^2 - A_2)h_1(t) + 2(h_1(t) - h) \cdot A_3a_3(t) - A_5h + 3(h - h_1(t))a_3^2 - hh_1^2(t)]\dot{a}_3(t) + [(2h - A_2)\dot{h}_1(t) + h_1(t)A_3\dot{a}_3(t) - \dot{h}_1(t)a_3(t)] \cdot a_3(t) - 2ha_3(t)h_1(t)\dot{h}_1(t) - h_1^3(t) \right\}$$

Диференціальні рівняння (22) повинні бути доповнені диференціальними рівняннями, що враховують в'язкопружні властивості ґрунту при русі тракторного агрегату обприскувача  $h_0$  поверхні м'якого ґрунту, які наведено без детальних викладок

$$\begin{aligned} & \xi_i^{IV} + b_1\xi_i^{III} + b_2\dot{\xi}_i + b_3\ddot{\xi}_i + b_4\dot{\xi}_i + b_5z_i^{III} - b_6\ddot{z}_i - b_7\dot{z}_i - b_8z_i \pm b_9\ddot{F}_{ki}(\varepsilon) - \\ & \pm b_{10}\dot{F}_{ki}(\varepsilon) \pm b_{11}F_{ki}(\varepsilon) - b_{12}[\ddot{F}_{pj}\text{sign}(\dot{z}_i - \dot{\xi}_i) + 4\dot{F}_{pj}\delta(\dot{z}_i - \dot{\xi}_i) + 2F_p\delta'(\dot{z}_i - \dot{\xi}_i)] - \\ & - b_{13}[\dot{F}_{pj}\text{sign}(\dot{z}_i - \dot{\xi}_i) + 2F_{pj}\delta(\dot{z}_i - \dot{\xi}_i)] - b_{14}F_{pj}\text{sign}(\dot{z}_i - \dot{\xi}_i) = \\ & = b_{15}q_i'' + b_{16}\dot{q}_i + b_{17}q_i + b_{18}q_i; \quad (i=1,2,3; j=1,3) \end{aligned} \quad (23)$$

де

$$b_1 = \frac{\sum_{j=1}^{2m} d_5 k_{pj} + \sum_{i=1}^{2n} m_k d_6 + c_{g1} k_g k_{ki} k_{g1}}{m_k d_5}; \quad b_2 = \frac{\sum_{j=1}^{2m} (d_5 c_{pj} + d_6 k_{pj}) + \sum_{i=1}^{2n} m_{ki} c_{g1} d_3 + d_7}{m_k d_5};$$

$$b_3 = \frac{\sum_{j=1}^{2m} (d_6 c_{pj} + d_3 c_{g1} k_{pj}) + d_8}{\sum_{i=1}^{2n} m_{ki} d_5}; \quad b_4 = \frac{\sum_{j=1}^{2m} c_{pj} c_{g1} d_3 - \sum_{i=1}^{2n} c_g c_{ki} c_{g1}^2}{\sum_{i=1}^{2n} m_k d_5};$$

$$b_5 = \frac{\sum_{j=1}^{2m} k_{pj}}{\sum_{i=1}^{2n} m_{ki} d_5}; \quad b_6 = \frac{d_5 c_p + d_6 k_p}{m_k d_5}; \quad b_7 = \frac{d_6 c_p + c_{g1} k_p d_3}{m_k d_5};$$

$$\begin{aligned}
b_8 &= \frac{c_p c_{g1} d_3}{m_k d_5}; \quad b_9 = \frac{c_g k_g k_{g1}}{m_k d_5}; \quad b_{10} = \frac{d_9}{m_k d_5}; \quad b_{11} = \frac{c_g c_{g1}^2}{m_k d_5}; \quad b_{12} = \frac{1}{m_k}; \\
b_{13} &= \frac{d_6}{m_k d_5}; \quad b_{14} = \frac{d_3 c_{g1}^2}{m_k d_5}; \quad b_{15} = -\frac{c_{g1} k_g k_k k_{g1}}{m_k d_5}; \quad b_{16} = \frac{d_{10}}{m_k d_5}; \quad b_{17} = \frac{d_8}{m_k d_5}; \quad b_{18} = \frac{c_g c_k c_{g1}^2}{m_k d_5}; \\
d_1 &= \sum_{i=1}^{2n} (c_{ki} c_{g1} k_g + c_g c_{g1} k_{ki} - c_g c_{ki} k_{g1}); \quad d_2 = \sum_{i=1}^{2n} (c_{ki} c_{g1} k_g + c_g c_{g1} k_{ki}); \\
d_3 &= c_g c_{g1} + \sum_{i=1}^{2n} (c_{ki} c_{g1} + c_g c_{ki}); \quad d_4 = c_{g1} (k_g + \sum_{i=1}^{2n} k_{ki}); \quad d_5 = \sum_{i=1}^{2n} c_{g1} k_{ki} k_g + k_{g1} d_4; \\
d_6 &= d_1 + k_{g1} d_3 + c_{g1} d_4; \quad d_7 = d_2 k_{g1} + \sum_{i=1}^{2n} k_g k_{ki} c_{g1}^2; \quad d_8 = \sum_{i=1}^{2n} (c_{g1} (c_g c_{ki} k_{g1} + c_g c_{g1} k_{ki} + c_{g1} c_{ki} k_g)); \\
d_9 &= c_g c_{g1} k_{g1} + c_{g1}^2 k_g; \quad d_{10} = d_1 k_{g1} + \sum_{i=1}^{2n} (c_{g1}^2 k_g k_{ki} + c_g c_{ki} k_{g1}^2).
\end{aligned}$$

### Висновок

Очевидно, що одержана система нелінійних диференціальних рівнянь може бути найефективніше розв'язана числовим методом. Доцільно розв'язувати систему нелінійних диференціальних рівнянь (22)–(23) числовим методом за допомогою підпрограм STIFF чи DGEAR, які призначені для розв'язування такого класу рівнянь.

Отже, запропонована методологія розрахунку коливань тракторного агрегату обприскувача з рідиною в ємності та з урахуванням в'язкопружних властивостей ґрунту дає змогу проводити аналіз динамічних процесів у машинах для хімічного захисту рослин для забезпечення необхідної стійкості руху і плавності ходу й зменшення інтенсивності коливань начіпних штанг.

1. Вікович І.А. Врахування в'язкопружних властивостей ґрунтів при дослідженні плавності ходу сільськогосподарських машин // Вісн. Львів. політехн. ін-ту. – 1991. – № 250. – С. 15–18. 2. Луковский И.А., Барняк М.Я., Комаренко А.Н. Приближенные методы решения задач динамики ограниченного объема жидкости. –К.: Наук. думка, 1984. – 232 с. 3. Микишев Г.Н. Экспериментальные методы в динамике космических аппаратов. – М.: Машиностроение, 1978. – 248 с. 4. Шукле Л. Реологические проблемы механики ґрунтов. – М.: Стройиздат, 1976. – 585 с.