

УДК 539.373

Я.Ф. Андрусик, В.П. Ляшенко

Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра теоретичної механіки

## ОЦІНКА РІВНЯ НАГРОМАДЖЕННЯ ПЛАСТИЧНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ЗСУВУ В ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСАХ ЗМІЦНЕННЯ МАТЕРІАЛІВ

© Андрусик Я.Ф., Ляшенко В.П., 2003

**Проведено аналітичне дослідження рівня пластичних деформацій зсуву при пропорційному навантаженні, на основі використання інтегрального критерію нагромадження пластичних деформацій. Отримано замкнуту формулу для оцінки нагромадження пластичних деформацій при такому навантаженні.**

**Analytic investigation of the level of tangent plastic deformations under proportional loading has been completed. It is realized at the base of the integral criterion of accumulation of plastic strains. Closed formula for estimating of the accumulation of plastic strains under that loading has been derived.**

У сучасних прогресивних видах технологічних процесів оброблення тиском, порошкової металургії, дифузійного термогазонасичення, зміцнення або холодного зварювання металів виникає потреба у визначенні міри пластичної деформації в матеріалі. Потрібно знати такий режим силового навантаження, при якому в елементарному об'ємі утворюється необхідний рівень нагромадження пластичних деформацій.

В роботі [1], на основі синтезного варіанта теорії пластичності, було запропоновано інтегральний критерій нагромадження пластичних деформацій зсуву  $J_\gamma^p$  такого вигляду:

$$J_\gamma^p = \int \int \int_{\alpha \beta \lambda} F(H_N) \sin \beta \, d\alpha \, d\beta \, d\lambda, \quad (1)$$

де  $F(H_N)$  – характеристична функція матеріалу;  $\alpha, \beta, \lambda$  – кути, які задають орієнтацію нормалі  $\vec{N}$  до площини простору напружень  $R^5$

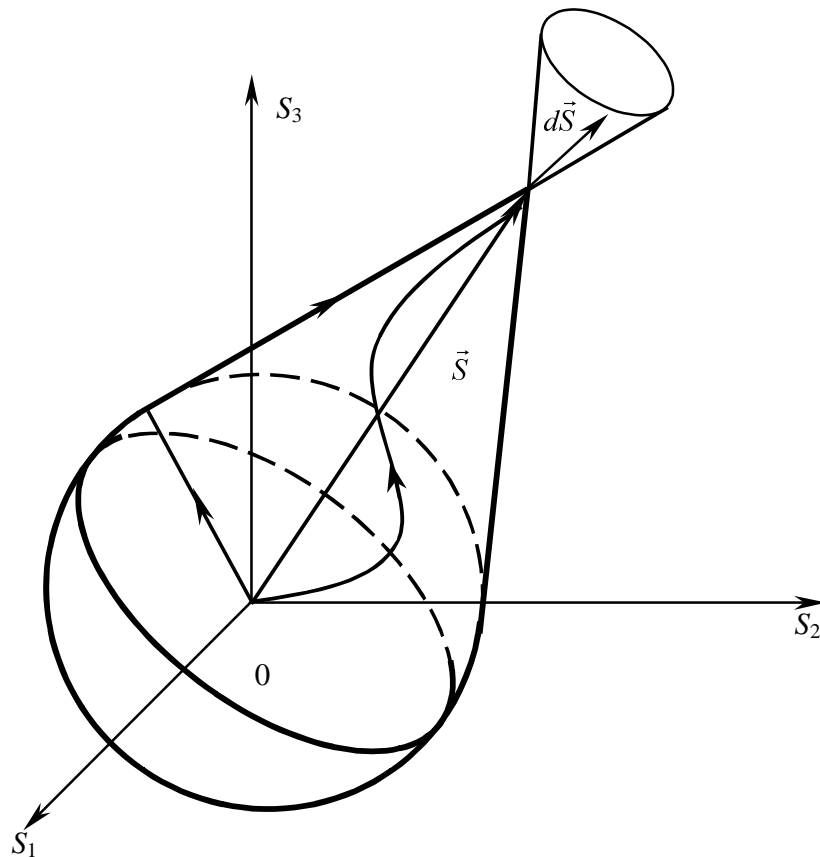
Рівняння (1) може бути легко проінтегроване, якщо  $F(H_N)$  при  $H_N \geq \sigma_s$  прийняти у вигляді [2]:

$$F(H_N) = a \left[ \left( \frac{H_N}{\sigma_s} \right)^2 - 1 \right], \quad (2)$$

де  $a$  – стала матеріалу;  $\sigma_s$  – границя плинності при одновісному розтязі;  $H_N$  – відстань від початку координат до площини з нормаллю  $\vec{N}$  простору компонент вектора напружень  $R^5$ .

Відмітимо, що в просторі  $R^5$  з ортонормованим базисним репером  $\vec{e}_k$  ( $k = \overline{1, 5}$ ) між компонентами девіатора напружень  $S_{ij}$  і компонентами вектора напружень  $\vec{S} = S_k \vec{e}_k$  існують залежності:

$$S_1 = \frac{3}{2}(S_{zz} + S_{xx}), \quad S_2 = \frac{\sqrt{3}}{2}(S_{zz} - S_{xx}), \quad S_3 = \sqrt{3} S_{xz}, \quad S_4 = \sqrt{3} S_{yz}, \quad S_5 = \sqrt{3} S_{xy}.$$



Оцінімо рівень пластичних деформацій зсуву для процесу навантаження, якому в тривимірному підпросторі компонент вектора напружень  $S_1, S_2, S_3$  відповідає траєкторія вектора  $\vec{S}$ , що знаходиться всередині конічної поверхні з вершиною на кінці променя  $\vec{S}$  (довжиною  $S^*$ ) і твірними дотичними до поверхні пластичності – сфери радіуса  $\sigma_s$ . Ці процеси досить різноманітні, і їх траєкторії можуть сильно відрізнятися від променевих. Див. рисунок.

Згідно з [3], відстань  $H_N$  для такого навантаження визначається так

$$H_N = S^* \cos \beta \cos \lambda . \quad (3)$$

Тому з врахуванням (2) і (3), співвідношення (1) для знаходження  $J_\gamma^p$  набере вигляд:

$$J_\gamma^p = a \int_0^{2\pi} \int_0^{\beta_1} \int_0^{\lambda_1} \left( \frac{\cos^2 \beta \cos^2 \lambda}{\cos^2 \beta_1} - 1 \right) \sin \beta \, d\alpha \, d\beta \, d\lambda . \quad (4)$$

Причому для  $\beta_1$  і  $\lambda_1$  маємо:

$$\cos \beta_1 = \frac{\sigma_s}{S^*} , \quad \cos \lambda_1 = \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta} . \quad (5)$$

Виконавши інтегрування (4) по  $\alpha$ , отримаємо:

$$J_\gamma^p = \frac{2\pi a}{\cos^2 \beta_1} \int_0^{\beta_1} \cos^2 \beta \sin \beta \, d\beta \int_0^{\lambda_1} \cos^2 \lambda \, d\lambda - 2\pi a \int_0^{\beta_1} \sin \beta \, d\beta \int_0^{\lambda_1} d\lambda . \quad (6)$$

Після інтегрування по  $\lambda$ , дістанемо:

$$J_{\gamma}^p = \frac{\pi a}{\cos \beta_1} \int_0^{\beta_1} \sin \beta \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \beta_1} d\beta + \frac{\pi a}{\cos^2 \beta_1} \int_0^{\beta_1} \cos^2 \beta \sin \beta \arccos \left( \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta} \right) d\beta - \\ - 2\pi a \int_0^{\beta_1} \sin \beta \arccos \left( \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta} \right) d\beta. \quad (7)$$

Запишемо знайдені значення інтегралів у кожному з доданків (7):

$$\int_0^{\beta_1} \sin \beta \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \beta_1} d\beta = \frac{1}{2} \left( \sin \beta_1 + \cos^2 \beta_1 \ln \frac{\cos \beta_1}{1 + \sin \beta_1} \right), \\ \int_0^{\beta_1} \cos^2 \beta \sin \beta \arccos \left( \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta} \right) d\beta = \frac{1}{6} \left( 2\beta_1 - \sin \beta_1 \cos \beta_1 - \cos^3 \beta_1 \ln \frac{\cos \beta_1}{1 - \sin \beta_1} \right), \quad (8) \\ \int_0^{\beta_1} \sin \beta \arccos \left( \frac{\cos \beta_1}{\cos \beta} \right) d\beta = \beta_1 - \cos \beta_1 \ln \frac{\cos \beta_1}{1 - \sin \beta_1}.$$

Підставляючи (8) в (7), після нескладних перетворень запишемо

$$J_{\gamma}^p = \frac{\pi a}{3} \left( \operatorname{tg} \beta_1 + 4 \cos \beta_1 \ln \frac{1 + \sin \beta_1}{\cos \beta_1} + \frac{1 - 6 \cos^2 \beta_1}{\cos^2 \beta_1} \beta_1 \right). \quad (9)$$

Отримане співвідношення (9) для оцінки рівня нагромадження пластичних деформацій може бути використане при оптимізації технологічних процесів гідропластичної обробки металів у машинобудуванні та формозміни технологічних заготовок в металургії.

1. Андрусик Я.Ф. Про критерій нагромадження пластичних деформацій // П'ятий міжнародний симпозіум українських інженерів – механіків у Львові: Тез. доп. – Львів: КІНПАТРИ ЛТД. – 2001. С.132. 2. Андрусик Я.Ф., Русинко К.Н. Пластическое деформирование упрочняющихся материалов при нагружении в трехмерном подпространстве пятимерного пространства девиаторов // Изв. АН МТТ. – 1993. – №2. – С. 92 – 101. 3. Русинко К.Н., Андрусик Я.Ф. Исследование пределов применимости деформационной теории пластичности на основе синтетической теории течения и скольжения // Прогнозирование механического поведения материалов. 25-й Всесоюзный семинар “Актуальные проблемы прочности”. Новгород: Новгор. политех. ин-т. – 1991. – Т. 2. – С. 74 – 78.