

Серед проаналізованих парникових газів найбільший вплив має вуглекислий газ. З врахуванням глобального потенціалу потепління частки інших парникових газів у порівнянні з вуглекислим газом становлять: метану (CH_4) – 0,0916; оксиду вуглецю (CO) – 0,3818; закису азоту (N_2O) – 0,0093.

Результати моделювання та здійснених обчислень показали, що річні емісії парникових газів від лісових пожеж не є суттєвими для України в цілому і є значно меншими ніж емісії від багатьох інших категорій господарської діяльності, які враховуються Кіотським протоколом.

Література

- [1] Бунь Р. Моделирование глобального и региональных круговоротов углерода в биосфере / Р. А. Бунь, В. С. Дачук // Проблемы управления и информатики. – 1997. – №2. – С.141-148.
- [2] Голубець М. А. Екологічний потенціал наземних екосистем / М. А. Голубець, О. Г. Марискевич, Б. О. Крок та ін. – Львів : Поллі, 2003. – 180 с.
- [3] IPCC Guidelines for national greenhouse gas inventories / Prepared by the National Greenhouse Gas Inventories Program; Eggleston H.S., Buendia L., Miwa K., Ngara T., Tanabe K. (eds). – IGES, Japan, 2006.
- [4] Україна та глобальний парниковий ефект. Част. I. Джерела і поглиначі парниковых газів / Н. П. Іваненко, М. М. Калетник, М. Козелькевич та ін.; за ред. В. Васильченка та М. Рапчуна. – Київ : Аренас-Еко, 1997. – 96 с.
- [5] Інформаційні технології інвентаризації парникових газів та прогнозування вуглецевого балансу України / Р. А. Бунь, М. І. Густі, В. Дачук та ін.; За ред. Р. А. Буня. – Львів : УАД, 2004. – 376 с.
- [6] Статистичний щорічник України за 2007 рік. – Київ : Держкомстат України, 2008. – 702 с.
- [7] Генсірук С.А. Ліси України / С. А. Генсірук. – Київ : Наукова думка, 1992. – 408с.
- [8] Короткий довідник по лісовому фонду України (за матеріалами чергового державного обліку лісів України станом на 01.01.96). – Київ : Державний комітет лісового господарства України, 1998. – 101 с.
- [9] Гришин А. М. Об одной модели прогноза лесной пожарной опасности / А. Гришин, А. Фильков // Инженерно-физический журнал. – 2003. – Т. 76, № 5. – С. 154-158.
- [10] Софонов М. А. Оценка пожарной опасности по условиям погоды с использованием метеопрогнозов / М. Софонов, Т. Софонова, А. В. Волокитина // Лесное хозяйство. – 2004. – № 6. – С. 31-32.

Просторова інвентаризація парникових газів у житловому секторі Волинської області

Христина Гамаль, Василь Теглівець

¹ Кафедра прикладної математики, Національний університет “Львівська політехніка”, УКРАЇНА, м.Львів, вул.С.Бандери, 12, E-mail: kh.hamal@gmail.com, tvmvasja87@mail.ru

Abstract – An approach based on geographic information system for spatial inventory of greenhouse gases on a regional level is developed. The model for spatial inventory of greenhouse gas emissions from fossil fuel burning in the residential sector is introduced. The spatial structure of total emissions in the residential sector, according to economical activity results in Volynj region is analyzed, and each administrative unit's contribution to summarized emissions is estimated.

Ключові слова – spatial greenhouse gas inventory, residential sector, regional level.

I. Вступ

Зміна клімату – одна із найбільших глобальних проблем у сучасному світі. Науково обґрунтовано, що кліматичні зміни відбуваються через посилення так званого «парникового ефекту» в результаті накопичення в атмосфері парникових газів (ПГ), що пов’язано із господарською діяльністю людини (спалювання викопного палива, вирубування лісів, розвиток промисловості, діяльність транспорту тощо). Найбільш впливовими ПГ є вуглекислий газ CO_2 , метан CH_4 , закис азоту N_2O .

Інформація про територіальний розподіл емісій ПГ та їх структуру є надзвичайно цінною для проек-

тування ефективних природоохоронних заходів, дослідження можливостей зниження емісій та невизначеностей результатів інвентаризації за умов обмежених ресурсів, що дозволить покращити екологічну ситуацію та сприятиме участі України у механізмах Кіотського протоколу (наприклад, у торгівлі квотами). Такого роду інформація є основою для кліматичних моделей, спрямованих на дослідження поширення ПГ в атмосфері.

II. Загальний підхід до просторової інвентаризації парникових газів від спалювання викопного палива

Просторова інвентаризація викидів ПГ на досліджуваній території полягає у розбитті території дослідження на елементарні ділянки та почерговому проведенні інвентаризації викидів методом «знизу-вверх» для кожної елементарної ділянки [2]. У свою чергу емісія ПГ в межах елементарної ділянки для певного роду діяльності є сумою емісій від усіх джерел, що частково чи повністю розташовані в її межах. Для того, щоб побудувати просторовий розподіл викидів деякої речовини необхідно знайти питомі емісії викидів цієї речовини, розподілені по

території із використанням параметрів та даних, що характеризують процес емісії для обраного роду діяльності і враховують географічне розташування джерел емісії. Отже, для кожного роду антропогенної діяльності питомі емісії ПГ є певною функцією від параметрів, що характеризують інтенсивність цієї діяльності на деякій ділянці території, відповідних коефіцієнтів емісії, географічних координат досліджуваної ділянки та часу:

$$e = \phi(a_{x,y,i}, b_{x,y,i}, \dots, x, y, t), \quad (1)$$

де a – дані про діяльність, b - параметри, що впливають на рівень емісії, (x, y) - географічні координати об'єкту дослідження, i – рід діяльності, t – час.

Якщо питомі емісії є функцією від координат, що задають розміщення об'єкту дослідження, тоді результат традиційної інвентаризації (на рівні цілої країни чи окремого її регіону) виражається наступним чином:

$$E = \iint \phi[a(x, y), b(x, y), \dots, x, y, t] dx dy. \quad (2)$$

В межах окремо взятої елементарної ділянки знаходяться різномірні джерела емісій – великі та дрібні за розмірами емісій, пересувні та стаціонарні тощо. Для здійснення просторового аналізу доцільно усі джерела емісій поділяти на три основні типи – лінійні, площинні та великі точкові джерела [3]. Підходи до моделювання та оцінки емісій ПГ для кожного з них є принципово різними [4].

До великих точкових джерел відносять здебільшого крупні джерела емісій, які характеризуються значними емісіями ПГ внаслідок своєї діяльності та відносно малою площею, яку вони займають у просторі. Прикладами великих точкових джерел емісій є теплові електростанції, нафтопереробні підприємства тощо. Ці джерела необхідно точно ідентифікувати у просторі і відповідні емісії безпосередньо відносити до точки у просторі за географічними координатами розташування джерела.

До лінійних джерел викидів ПГ в атмосферу відносять джерела, зафіксовані у просторовій системі координат у вигляді лінії. До таких джерел відносять автомобільні шляхи та залізничні колії, нафтопроводи. Просторове моделювання емісій для лінійних об'єктів здійснюється шляхом їх розбиття на відрізки за допомогою накладання сітки і для кожного відрізу обчислюють значення емісій із врахуванням численних параметрів, які визначають ці рівні емісій.

До площинних джерел емісії ПГ відносять джерела, викиди від яких відбуваються з поверхні, що займає певну площину. Наприклад, сільськогосподарські угіддя чи ділянки території, на яких сконцентрована велика кількість невеликих точкових чи лінійних джерел емісій (міська транспортна мережа).

Порівняно із традиційною інвентаризацією просторово розподілена інвентаризація викидів ПГ може відчутно вплинути на загальну оцінку емісій. Це пояснюється тим, що такий підхід дозволяє враховувати особливості ведення господарства на окремих, достатньо малих ділянках території, способи та норми спалювання всіх видів палива в різних галузях економіки, технологію видобування та переробки первинних видів палива. апропоновано використати

математичну модель інвентаризації так званого. Недоліком інвентаризації на рівні елементарних ділянок є відносна важкість отримання усіх необхідних вхідних даних моделі. Частину параметрів такої моделі можна отримати, наприклад, з електронної карти за певними алгоритмами, щодо решти параметрів робляться певні допущення, які окреслюють алгоритм знаходження параметру [4].

Принциповим результатом такого моделювання і відповідної інвентаризації є те, що результати, представлені в такому вигляді, відображають регіональну специфіку процесів емісії та поглинання парникових газів і тому є вкрай важливими для тих, хто приймає управлінські рішення щодо стратегічних напрямків природоохоронної діяльності [2].

III. Математична модель емісії у житловому секторі

Емісії ПГ у житловому секторі виникають внаслідок спалювання реалізованих населенню паливних продуктів: природного газу, кам’яного вугілля, дров для опалення, торф’яніх брикетів та напівбрикетів, моторного бензину та дизельного палива.

Оскільки досліджувати викиди ПГ на рівні окремого будинку неможливо, тому доцільно джерелами емісій у цьому секторі вважати території населених пунктів, що є площинними джерелами емісій. В такому випадку площа елементарних ділянок доцільно вибирати так, щоб середня площа окремого джерела (населеного пункту) не перевищувала площину ділянки. Згідно з таким принципом територію Волинської області роздібто на елементарні ділянки розміру 4 км \times 4 км.

Коефіцієнти емісій ПГ при спалюванні палива у житловому секторі залежать від виду палива та його хімічних характеристик, які відрізняються для різних регіонів країни. Технологія спалювання палива у житловому секторі не відрізняється для окремих населених пунктів, тому не впливає на просторову диференційованість коефіцієнтів емісії. Такі види палива, як кам’яне вугілля, дрова, торф’яні брикети та напівбрикети використовуються в основному у сільській місцевості як основне чи додаткове джерело енергії для опалення будинків та інших побутових потреб. Тому загальнообласні чи районні обсяги продажу цих видів палива доцільно розподіляти лише у сільській місцевості, пропорційно до кількості сільського населення, що в них проживає.

Природний газ та скраплений газ використовують для опалення як в сільських, так і міських поселеннях, причому кількість газифікованих квартир скрапленим газом в сільській місцевості у декілька раз переважає таку кількість у міських поселеннях, а для природного газу – навпаки. Загальний алгоритм розподілу даних про обсяги споживання природного та скрапленого газу полягає в реалізації наступних кроків:

- 1) загальнообласні дані про споживання природного газу розподіляють по адміністративних районах та містах обласного підпорядкування пропорційно до показника «кількість газифікованих квартир природнім газом у сільській та міській місцевостях

загалом»; аналогічно, для скрапленого газу – пропорційно до показника «кількість газифікованих квартир скрапленим газом у сільській та міській місцевостях загалом»;

2) для міст обласного підпорядкування отримані дані про використане паливо відносять до території, на яких вони розміщені;

3) в межах окремо взятого адміністративного району виділяють територію, зайняту поселеннями міського типу та сільські поселення;

4) для кожного району загальну кількість використаного природного газу розділяють на дві групи (спожите у сільських поселеннях та у містах) на основі показника частки газифікованих квартир у сільській та міській місцевості, відповідно, а також враховуючи середній показник споживання природного газу на одне помешкання в міських поселеннях та сільських (ці показники є різними);

5) дані про спожитий скраплений та природний газу міським населенням деякого району розподіляють по населених пунктах міського типу пропорційно до кількості населення, що в них проживає (аналогічно і для сільських поселень), причому за наявності відповідної інформації виділяють поселення, що не були газифікованими у році, для якого проводиться інвентаризація.

На рівні елементарної ділянки δ емісії ПГ G від спалювання палива у житловому секторі визначають за допомогою математичної моделі:

$$E_{Res}^G(\delta) = \sum_{s \in \tilde{S}^{Rur}} \left[\frac{\sum_{i=1}^{I_1} M_{Res,i}^O \cdot (P_{Rur,i}^R + P_{Urb,i}^R)}{P_{Rur,i}^O + P_{Urb,i}^O} \cdot K_i^{Rur} \cdot EF_{Res,i}^G + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{J_2} M_{Res,j}^R \cdot EF_{Res,j}^G \right] \times \frac{Q(s) \cdot area(s \cap \delta)}{area(s) \cdot \sum_{p \in [\tilde{S}^{Rur} \cap R]} Q(p)} + \\ + \sum_{s \in \tilde{S}^{Urb}} \left(\frac{\sum_{i=1}^{I_1} M_{Res,i}^O \cdot (P_{Rur,i}^R + P_{Urb,i}^R)}{P_{Rur,i}^O + P_{Urb,i}^O} \cdot K_i^{Urb} \times \right. \\ \left. \times EF_{Res,i}^G \frac{Q(s) \cdot area(s \cap \delta)}{area(s) \cdot \sum_{p \in [\tilde{S}^{Urb} \cap R]} Q(p)} \right), \\ R = \{R \in \tilde{R} \wedge \delta \in R\},$$

де $E_{Res}^G(\delta)$ - емісії ПГ G на території ділянки δ , i – визначає такі види палива: природний, бензин, дизельне паливо та скраплений газ ($I_1=4$), j – визначає види палива, що використовують для опалення лише в сільській місцевості: кам'яне вугілля, дрова, торф'яні брикети ($J_2=3$); R – адміністративний район, якому належить елементарна ділянка δ ; K_i^{Rur} та K_i^{Urb} – показники, які використовують для виділення частки із загальнорайонних обсягів споживання палива, спаленого у сільській та міській місцевостях, відповідно; $P_{Rur,i}$ та $P_{Urb,i}$ – кількість газифікованих квартир i -м видом палива в розрізі сіл та міст відповідного району; $M_{Res,i}$ з відповідним верхнім індексом – середньорічні вит-

рати палива на одне помешкання в сільській та міській місцевостях; $EF_{Res,i}^G$ – коефіцієнт емісії; $\tilde{S}^{Urb} = \{S_1^{Urb}, S_2^{Urb}, \dots\}$ – множина географічних об'єктів міст та селищ міського типу, $\tilde{S}^{Rur} = \{S_1^{Rur}, S_2^{Rur}, \dots\}$ – множина географічних об'єктів сіл; $\tilde{R} = \{R_1, R_2, \dots\}$ – множина адміністративних районів; δ – елементарна ділянка; $Q(x)$ -операція, що визначає кількість населення, що проживає у географічному об'єкті x ; $area(x)$ -операція, що визначає площу географічного об'єкту x ; $\hat{\cap}$ - операція географічного перетину ($x \hat{\cap} y$ визначає спільну територію для географічних об'єктів x та y); індекс Res визначає відношення показника до житлового сектору.

IV. Формування елементарних об'єктів та допоміжних цифрових карт.

Для реалізації запропонованої математичної моделі інвентаризації парникових газів необхідно насамперед сформувати елементарні об'єкти, в межах яких здійснюватиметься інвентаризація парникових газів. В межах кожного району створюється множина елементарних об'єктів розміром 4 км x 4 км.

Частина з цих об'єктів є “повноцінними”, оскільки вони мають правильну форму і їх площа дорівнює 16 км². Решта об'єктів мають неправильну форму, оскільки їх обмежує границя відповідного району. Крім цього слід окремо сформувати ряд об'єктів, які відповідають містам обласного підпорядкування..

Формування елементарних ділянок здійснено за допомогою системи MapInfo Professional. Для цього карту Волинської обл. спочатку розбито на адміністративні райони, а далі для кожного району окремо виконано розбиття на елементарні ділянки.

Для реалізації розроблених моделей просторового аналізу емісій ПГ у секторі дорожнього транспорту сформовано множину географічних об'єктів – населених пунктів усіх типів із вказанням кількості населення, що на час інвентаризації проживава.

Для всіх елементів множини $\Delta = \{\delta_1, \delta_2, \dots\}$ – множини елементарних ділянок, на які розбито досліджувану територію, обчислено наступні параметри: «загальна кількість населення», «кількість сільського населення», «кількість міського населення». Ці значення знайдено на основі цифрової карти населених пунктів усіх типів та інформації про кількість населення, що на час інвентаризації проживало в них.

Використано цифрову карту населених пунктів 1:50000 [5], за назвою та розташуванням кожного поселення визначено тип поселення – місто обласного підпорядкування, місто районного підпорядкування, селище міського типу, село. Тобто, для кожного поселення (географічного об'єкту) за офіційною інформацією про територіально-адміністративний устрій України та результатами останнього перепису населення [6] визначено наступні параметри –

кількість населення, що в ньому проживає, та тип поселення. Інформацію внесено у відповідні рядки георозподіленої бази даних.

Сформовану цифрову карту населених пунктів використано для розрахунку розподілу населення по елементарних ділянках.

Населення в елементарній ділянці δ є сумою кількості населення по усіх населених пунктах, що розміщені повністю в її межах та частки населення пропорційної до частки площини населеного пункту, що потрапила в ділянку (для об'єктів, що частково знаходяться в межах ділянки):

$$Q(\delta) = \sum_{S \in \tilde{S}} \frac{Q(S) \cdot \text{Area}(S \cap \delta)}{\text{Area}(S)},$$

де $Q(x)$ – кількість населення, що проживає в об'єкті x , $\text{Area}(x)$ – площа об'єкту x , \tilde{S} – множина населених пунктів усіх типів на досліджуваній території.

V. Результати інвентаризації.

Розроблений підхід просторової інвентаризації викидів ПГ реалізовано за допомогою геоінформаційної системи MapInfo. При цьому цифрові карти використовуються як для формування бази вхідних даних (за розробленими алгоритмами), так і для відображення чи інтерпретації результатів. Методики IPCC [1] використовуються для здійснення інвентаризації для кожної елементарної ділянки, а сумування результатів інвентаризації по всіх елементарних ділянках дає результати традиційної інвентаризації на регіональному рівні.

Для реалізації числових експериментів для житлового сектору у Волинській обл. використано дані про обсяги проданого палива населенню по окремих адміністративних районах та містах обласного підпорядкування із [7] та ряд додаткових показників із [8].

Результати показали велику нерівномірність територіального розміщення джерел (рис.1,2) та суттєву різницю у структурі емісій по окремих районах (рис.3). Це засвідчило доцільність проведення просторової інвентаризації для області.

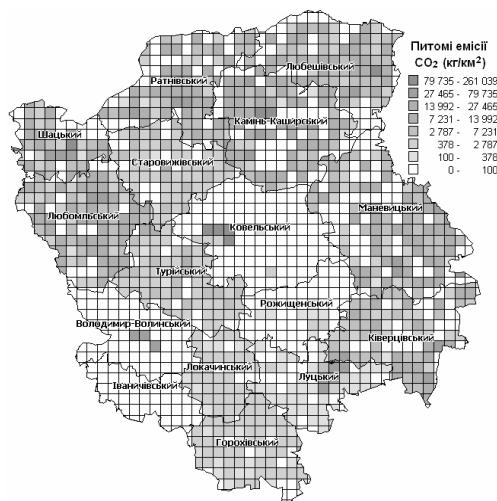


Рис. 1. Просторовий розподіл питомих емісій CO₂ від спалювання дров для опалення у житловому секторі Волинської області у 2007 році (кг/км², елементарні ділянки розміром 4 км x 4 км)

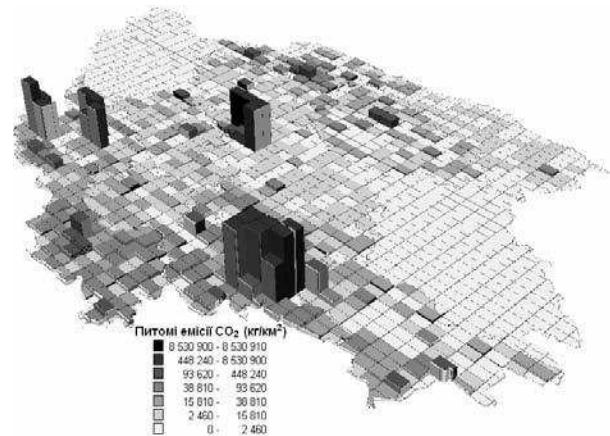


Рис. 2. Карта-призма просторового розподілу питомих емісій CO₂ від спалювання природного газу для опалення у житловому секторі Волинської області у 2007 році (кг/км², елементарні ділянки розміром 4 км x 4 км)

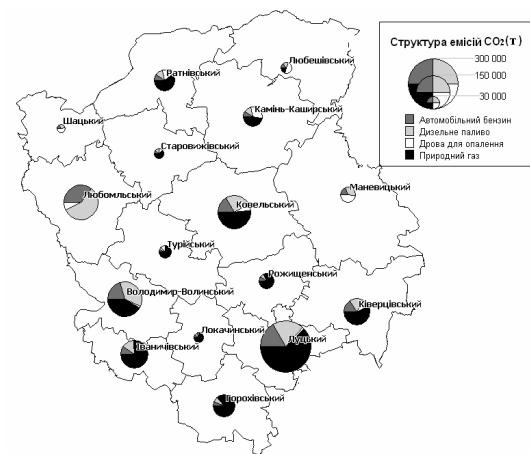


Рис. 3. Структура емісій CO₂ від спалювання палива у житловому секторі в розрізі адміністративних районів Волинської області (тони, 2007 р., використано шкалу кореня квадратного).

ВИСНОВОК

Просторовий розподіл даних про емісії ПГ особливо необхідний для регіонального планування та оцінки і прогнозування стану навколошнього середовища.

Представлені у вигляді шарів цифрових карт дані про емісії використовуються також як вхідні дані багатьох моделей для дослідження якості атмосферного повітря. Оскільки атмосферні процеси є нелінійними, то використання просторово усереднених значень емісій спричинить хибні розрахунки процесів переміщення досліджуваних газів.

Окрім того, попри те, що міжнародні домовленості щодо зниження чи обмеження викидів ПГ встановлюють вимоги на рівні окремої країни чи групи країн, заходи щодо зниження емісій рідко проводяться на національному рівні, вони здебільшого мають локальний характер.

На прикладі аналізу емісій ПГ від спалювання палива у житловому секторі показано значну нерівномірність у просторовому розподілі джерел емісії та неоднорідність у структурі емісій по окремих адміністративних районах області.

References

- [1] Revised 1996 IPCC Guidelines for National Greenhouse Gas Inventories: Reporting instructions.- Vol. 1.- IPCC, 1996.
- [2] Інформаційні технології інвентаризації парникових газів та прогнозування вуглецевого балансу України / Р.А.Бунь, М.І.Густі, В.С.Дачук та ін.; За ред. Р.А.Буня.- Львів: УАД, 2004.- 376 с.
- [3] Гамаль Х. Геоінформаційний підхід до інвентаризації парникових газів на Львівщині / Х. Гамаль, Н. Терлецька // Комп'ютерні науки та інженерія : Матеріали 1-ї Міжнар. конф. молодих науковців (CSE-2006). – Львів : НУ «ЛП», 2006. – С. 88–90
- [4] Бунь Р. А. Математичні моделі для просторової інвентаризації парникових газів в енергетичній галузі Львівщини / Р. А. Бунь, Х. В. Гамаль //
- [5] Просторова база даних України масштабу 1:500 000. Версія 1.5 / Товариство з обмеженою відповідальністю "Інтелектуальні Системи ГЕО" (ТОВ ІСГЕО).
- [6] Офіційний Інтернет сайт Верховної Ради України. Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/>
- [7] Паливно-енергетичні ресурси Волинської області та їх використання : Статистичний збірник. – – Луцьк: Головне управління статистики у Волинській обл., 2008. – 76 с
- [8] Статистичний щорічник Волинської області за 2006 рік : Статистичний збірник. – Луцьк : Головне управління статистики у Волинській обл., 2008. – 540с.

Інкрементні ітераційні методи для розв'язання СЛАР

Гомозов Олег

Кафедра прикладної математики та інформатики, Донецький національний технічний університет, УКРАЇНА, м.Донецьк, вул. Артема, 58, E-mail: blackswanny@gmail.com

Abstract – This paper describes special class of incremental iterative methods to solve linear equations. Also there described their advantages compared to other iterative methods and analysis of perspective FPGA based implementation of these methods.

Ключові слова – linear equations, solver, increment, iterative methods, matrix.

I. Вступ

У багатьох наукових сферах використовуються системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Ними описуються складні математичні моделі, фізичні процеси, динамічні системи і інші аналітичні задачі. Проте часто необхідні системи можуть досягати великих порядків. При цьому виникає проблема швидкості таких задач і коректності отриманих результатів. Обидві проблеми можуть розв'язати обчислювальні машини. У зв'язку з цим були створені спеціальні алгоритми, засновані на класичних ітераційних методах розв'язання СЛАР.

II. Опис методів

Ітераційні методи засновані на тому, що розв'язання СЛАР вигляду:

$$A \cdot \vec{x} = \vec{b}, \quad (1)$$

де A - матриця коефіцієнтів, \vec{b} - вектор вільних членів, \vec{x} - вектор невідомих, відбувається шляхом послідовних наближень $\vec{x}^{(n)}$ при $n \rightarrow \infty$, де n - номер ітерації, умовою закінчення часто є виконання нерівності $\|x^{(n)} - x^{(n-1)}\| < \varepsilon$, де $\varepsilon > 0$ -погрішність

Моделювання та інформаційні технології.– Вип. 40.– 2007.– С. 167–175.

- [5] Просторова база даних України масштабу 1:500 000. Версія 1.5 / Товариство з обмеженою відповідальністю "Інтелектуальні Системи ГЕО" (ТОВ ІСГЕО).
- [6] Офіційний Інтернет сайт Верховної Ради України. Режим доступу: <http://zakon.rada.gov.ua/>
- [7] Паливно-енергетичні ресурси Волинської області та їх використання : Статистичний збірник. – – Луцьк: Головне управління статистики у Волинській обл., 2008. – 76 с
- [8] Статистичний щорічник Волинської області за 2006 рік : Статистичний збірник. – Луцьк : Головне управління статистики у Волинській обл., 2008. – 540с.

обчислення. Найвідоміші методи Якобі, Зейделя, Ланцюша, верхніх релаксацій.

Недоліком ітераційних методів є лише їх можлива незбіжність, але їх перевагами перед прямими методами є:

- менша кількість обчислень за рахунок раціонального використування структури матриці і відсутності надмірності інформації;
- велика швидкість розв'язання;
- ефективність реалізації для обчислювальних машин, зокрема, менші апаратні витрати.

На основі цих методів були створені алгоритми, орієнтовані на апаратну реалізацію. У цих методах арифметичні операції перетворяться в зручний вигляд для використування в цифрових обчислювальних пристроях. При цьому використовуються проміжні змінні, такі як, нев'язність, що визначає значення і напрям відхилення поточного значення невідомої від істинного. У цих алгоритмах розв'язання СЛАР (1) представляється у вигляді інтеграції еквівалентної системи лінійних диференціальних рівнянь (СЛДР) [1], тоді розв'язання визначається за формулою:

$$\frac{dx_i}{dt} = b_i - \sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_j, \quad i, j = 1, 2, \dots, n, \quad n - \text{порядок СЛАР} \quad (2)$$

Позначимо ліву частину системи через нев'язність $\varepsilon_i(x)$, тоді $\varepsilon_i(x) = b_i - \sum_{i,j=1}^n a_{ij}x_j$. Розв'язання СЛДР з початковими умовами \vec{x}_0 виконується методом Ейлера, тоді розв'язання обчислюється за наступними формулами: