

2. Швидкість обертання АМФР однозначно визначається сигналом завдання швидкості як в режимі двигуна, так і в режимі генератора, і може бути як меншою, так і більшою за синхронну швидкість обертання.

3. При використанні запропонованого способу керування струм статора асинхронної машини має суто активний характер (коефіцієнт потужності для статора дорівнює одиниці) як в усталеному, так і в перехідних режимах.

1. Пересада С.М., Шаповал И.А. Управление моментом и реактивной мощностью асинхронной машины двойного питания на основе косвенной ориентации по вектору потокосцепления статора // *Технічна електродинаміка*. – 2002. – № 6. 2. Плахтина Е.Г. Математическое моделирование электромашинно – вентильных систем. – Львов, 1986. 3. Плахтина О.Г., Мазепа С.С., Куцик А.С. Частотно-керовані асинхронні та синхронні електроприводи. – Львів, 2002.

УДК 614.313

Я.В. Ковівчак, В.Й. Чабан

Національний університет “Львівська політехніка”

2-D ПОЛЬОВА МОДЕЛЬ ТУРБОГЕНЕРАТОРА

© Ковівчак Я.В., Чабан В.Й., 2003

Розглянуті польові математичні моделі турбогенератора, побудовані у фазній і приведеній системах координат, на підставі диференціальних рівнянь векторного потенціалу квазістаціонарного електромагнітного поля. Математичні моделі розроблені в режимі заданих напруг обмоток збудження. У моделях розрахунок електромагнітного поля проводиться у всіх зонах поперечного перерізу турбогенератора. Просторова дискретизація диференціальних рівнянь здійснюється за допомогою методу кінцевих різниць, а тимчасова – неявним методом Ейлера. Наведено результати комп'ютерного симулювання.

In the given paper the field mathematical models of turbogenerator constructed in phase co-ordinates and in a converted co-ordinate on the basis of the differential equations of the vector potential of quasistationary electromagnetic field are considered. The mathematical models are realized in regime of given voltage of rotor magnet winding. The calculation of electromagnetic field is carried out in the all cross section zones of turbogenerator. The spatial discretization of the differential equations is carried out by the finite differences method, and temporal integration – by the Eller implicit method. The computer simulations are given.

Вступ. Математичне моделювання складних електротехнічних об'єктів завжди становить значний інтерес в практичних і теоретичних дослідженнях. Особливої гостроти ця проблема набула в електроенергетиці, де найскладнішими об'єктами для математичного моделювання є турбогенератори. Режимми їх роботи мають визначальне значення для надійності систем електропостачання загалом. Використання математичних моделей таких пристроїв дає змогу здійснити комп'ютерне симулювання критичних режимів, виконання

яких неможливе при натурному експерименті, або вимагає великих матеріальних затрат. Тому є актуальною задачею побудови математичних моделей турбогенератора, які з достатньою для практики точністю та адекватністю відтворювали б фізичний процес у реальному об'єкті.

Стрімкий розвиток обчислювальної техніки відкрив нові можливості для інтенсивного використання методів теорії електромагнетного поля в математичному моделюванні перехідних та усталених процесів електротехнічних пристроїв. З'явилася реальна можливість побудови польових математичних моделей, які на порядок якісніші та значно точніші від традиційних.

Застосування в наукових дослідженнях моделей, побудованих на методах теорії електромагнетних кіл не відповідає вимогам сучасності через цілу низку допущень, які здебільшого недопустимо спрощують фізичний процес.

Заслужують уваги методи математичного моделювання, які базуються на одночасному використанні теорії електромагнетних кіл та теорії електромагнетного поля. Напівпольові моделі є нескладні в реалізації і достатньо точні при розрахунку.

Найперспективнішим напрямком дослідження процесів, що відбуваються в турбогенераторі, є розробка польової математичної моделі. Такі моделі будуються винятково на основі методів теорії електромагнетного поля з мінімально можливою кількістю допущень і містять вичерпну інформацію про електромагнетний процес в об'єкті загалом. Поряд з традиційними інтегральними характеристиками процесу (струмами та напругами), вони оперують просторово-часовими розподілами основних векторів електромагнетного поля у всіх зонах пристрою.

Використання методів теорії електромагнетного поля в математичному моделюванні дає змогу без особливих труднощів здійснити розрахунок теплових явищ та їх впливу на електромагнетні процеси в перехідних та усталених режимах електротехнічних об'єктів різного призначення.

Формулювання проблеми. Побудова польової математичної моделі турбогенератора передбачає одночасний розрахунок електромагнетного поля в усіх зонах пристрою з різними електромагнетними характеристиками. Проведення розрахунку вимагає знаходження граничних умов, які б, не порушуючи законів електромагнетизму, відображали електромагнетні процеси між різними лінійними і нелінійними, ізотропними і анізотропними середовищами, як в середині пристрою, так і на його зовнішніх границях. Особливу увагу слід приділити проблемі знаходження граничних умов між рухомими та нерухомими середовищами, а також проблемі врахування системи координат стосовно основних рівнянь електромагнетного поля для рухомих та нерухомих зон.

Практичний інтерес становлять лише польові математичні моделі, розроблені в режимі заданих напруг, оскільки вони оперують величинами, зручними для практичних досліджень.

Математична модель. Основою для побудови польової математичної моделі турбогенератора є рівняння Максвелла, записані стосовно потенціалів. Оскільки струми зміщення в таких пристроях практично відсутні, розрахункові рівняння електромагнетного поля записуються у квазістаціонарному наближенні.

У математичній моделі розрахунок електромагнетного поля проводиться у всіх зонах поперечного перерізу турбогенератора. Ці зони показано на рис. 1, розпочинаючи з центра ротора: $0 \div R_1$ – зона масивного феромагнетного тіла ротора; $R_1 \div R_2$ – зубцева зона ротора; $R_2 \div R_3$ – зона повітряного проміжку між статором і ротором; $R_3 \div R_4$ – зубцева зона статора;

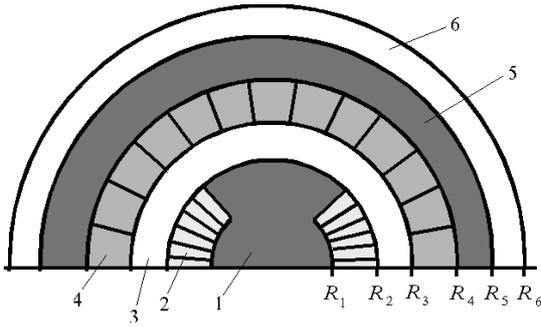


Рис. 1. Зони поперечного перерізу турбогенератора

магнетних проникливостей середовища; δ – вектор сторонньої густини струму; \mathbf{v} – вектор лінійної швидкості; ∇ – оператор набла.

У випадку нерухомого середовища $\mathbf{v} = 0$. Якщо у середовищі відсутні сторонні струми, тоді $\delta = 0$.

У феромагнетних зонах пристрою з великим питомим електричним опором для розрахунку електромагнетного поля використовуємо рівняння

$$0 = \nabla \times (\mathbf{N} \nabla \times \mathbf{A}). \quad (2)$$

Розрахункове рівняння електромагнетного поля в повітряному просторі має вигляд

$$0 = v_0 \nabla \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (3)$$

де v_0 – обернена магнетна проникливість повітря.

У теперішній час побудова тривимірних польових моделей електромеханічних пристроїв є складною задачею, як в математичному, так і в алгоритмічному відношеннях. Першим етапом її розв'язання розглянемо розробку двовимірної моделі. Враховуючи співвідношення геометричних розмірів турбогенератора та незначний вплив лобових частин на розподіл електромагнетного поля в середині пристрою, з достатньою точністю можна відтворити процеси, що відбуваються в ньому, в плоско-паралельному наближенні [2].

За умови плоско-паралельності функція векторного потенціалу має тільки осьову компоненту $\mathbf{A} = z_0 A_z$, тому рівняння (1) в циліндричній системі координат набуде вигляду

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{1}{\gamma_z} \left(v_\alpha \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \left(\frac{v_\alpha}{r} + \frac{\partial v_\alpha}{\partial r} \right) \frac{\partial A}{\partial r} \right) + \frac{1}{\gamma_z} \left(\frac{1}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} \frac{\partial A}{\partial \alpha} \pm \delta_z \right) - \omega \frac{\partial A}{\partial \alpha}, \quad (4)$$

де γ_z – електропровідність середовища в осьовому напрямку; v_r , v_α – статичні обернені магнетні проникливості в радіальному і тангенціальному напрямках; ω – кутова швидкість обертання ротора; δ_z – осьова компонента вектора сторонньої густини струму.

Рівняння (2), (3), при врахуванні умови плоско-паралельності поля, видозміняться

$$0 = v_\alpha \frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{v_r}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \left(\frac{v_\alpha}{r} + \frac{\partial v_\alpha}{\partial r} \right) \frac{\partial A}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial v_r}{\partial \alpha} \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad (5)$$

$$0 = v_0 \left(\frac{\partial^2 A}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 A}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial r} \right). \quad (6)$$

Граничні умови для функції векторного потенціалу вздовж радіусів області інтегрування

$R_4 \div R_5$ – зона тіла статора; $R_5 \div R_6$ – повітряна зона поза турбогенератором.

Основне розрахункове рівняння електромагнетного поля, записане відносно потенціалів для провідного рухомого нелінійного середовища в квазістаціонарному наближенні при калібрувальній інваріантності $\nabla \varphi = 0$, має вигляд [1]

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} = -\Gamma^{-1} (\nabla \times (\mathbf{N} \nabla \times \mathbf{A}) \pm \delta) - \mathbf{v} \times \nabla \times \mathbf{A}, \quad (1)$$

де \mathbf{A} – векторний потенціал електромагнетного поля; Γ – матриця статичних електропровідностей; \mathbf{N} – матриця статичних обернених

задаємо, враховуючи умови періодичності поля на полюсному діленні турбогенератора

$$A(r, 0) = -A(r, \pi). \quad (7)$$

Граничні умови вздовж кутової координати на зовнішній межі турбогенератора знаходимо з виразу

$$\left. \frac{\partial A}{\partial r} \right|_{r=R_6} = 0. \quad (8)$$

На внутрішніх нерухомих межах, які розміщені вздовж кутової та радіальної координат, між зонами з різними електромагнетними характеристиками, граничні умови знаходимо з виразу поведінки основних векторів електромагнетного поля на розділі двох середовищ, записаного стосовно функції векторного потенціалу

$$A_i = \frac{v_i^- \Delta r_{i+1} A_{i-1} + v_i^+ \Delta r_{i-1} A_{i+1}}{v_i^- \Delta r_{i+1} + v_i^+ \Delta r_{i-1}}, \quad (9)$$

де v_i^-, v_i^+ – обернені магнетні проникливості середовищ зліва та справа від межі; $\Delta r_{i-1}, \Delta r_{i+1}$ – просторові кроки дискретизаційних сіток зліва та справа від межі; A_{i-1}, A_{i+1} – значення функції векторного потенціалу у вузлах сітки зліва і справа, відповідно.

Граничні умови на рухомій межі між статором і ротором знаходимо з виразу

$$A_{i-1}(t) = A_{i+1}(t) - \omega \int_0^t \frac{\partial A_{i+1}}{\partial \alpha} dt. \quad (10)$$

Модуль та складові вектора магнетної індукції в усіх зонах поперечного перерізу турбогенератора в системах координат статора і ротора, або в приведеній системі координат, знаходимо з виразів

$$B_r = \frac{1}{r} \frac{\partial A}{\partial \alpha}; \quad B_\alpha = -\frac{\partial A}{\partial r}; \quad B = \sqrt{B_r^2 + B_\alpha^2}, \quad (11)$$

де B_r, B_α, B – радіальна, тангенціальна компоненти та модуль вектора магнетної індукції.

Нелінійні властивості феромагнетного середовища масивного ротора враховуємо за допомогою виразу

$$v(B) = \begin{cases} 1000, & |B| \leq 1 \text{ T}; \\ 1000/B - 508,7(1 - B^4), & 1 < |B| < 1,5 \text{ T}; \\ 36607 - 50900/B, & 1,5 \leq |B| \text{ T}. \end{cases} \quad (12)$$

Нелінійні властивості матеріалу статора вираховують виразом

$$v(B) = \begin{cases} 211,11 & |B| \leq 0,9 \text{ T}; \\ 298,05/B - 349,09(1 - B^4), & 0,9 < |B| < 1,6 \text{ T}; \\ 43000 - 65400/B, & 1,6 \leq |B| \text{ T}. \end{cases} \quad (13)$$

Анізотропні електромагнетні характеристики зубцевих зон статора і ротора, а також ламінованого тіла статора, перераховуємо згідно з

$$v_r = \frac{d_f + v_0 \cdot d_0 / v}{d_f + d_0} \cdot v; \quad v_\alpha = \frac{d_f + d_0}{d_f + v \cdot d_0 / v_0} \cdot v; \quad \gamma = \frac{\gamma_f d_f + \gamma_{Cu} \cdot d_0}{d_f + d_0}, \quad (14)$$

де γ_f – електропровідність матеріалу ротора; γ_{Cu} – електропровідність міді; d_f, d_0 – ширина зубця та паза, або феромагнетного листа та ізоляції в тілі ламінованого статора.

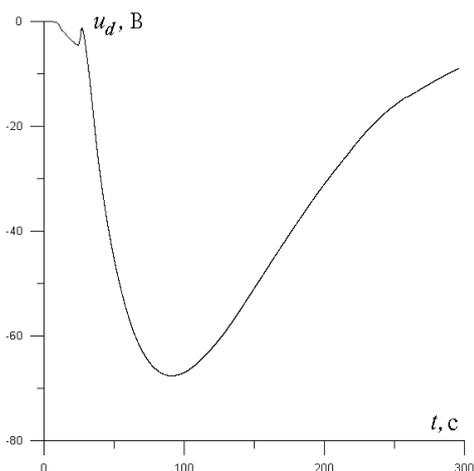


Рис. 2. Розрахункова крива напруги обмотки статора u_d в перехідному процесі

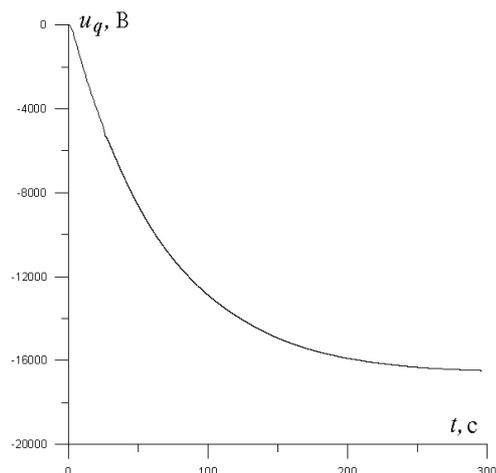


Рис. 3. Розрахункова крива напруги обмотки статора u_q в перехідному процесі

Залежно від системи координат, в якій розраховується електромагнетний процес (власна система координат чи приведена), в основних рівняннях (4)–(9), (11) повинні фігурувати значення функції векторного потенціалу у вибраній системі координат для цього середовища. Зазначати змін буде лише рівняння (10) залежно від вибору системи координат для рухомих та нерухомих зон.

Рівняння обмотки ротора турбогенератора використовуємо у вигляді

$$\frac{d\Psi_f}{dt} = u_f - r_f i_f, \quad (15)$$

де Ψ_f , u_f , i_f – повне потокозчеплення, напруга і струм обмотки ротора.

Струм обмотки знаходимо з виразу

$$i_f = (\Psi_f - \psi_f) / L_f, \quad (16)$$

де L_f – індуктивність розсіяння лобових частин обмотки ротора.

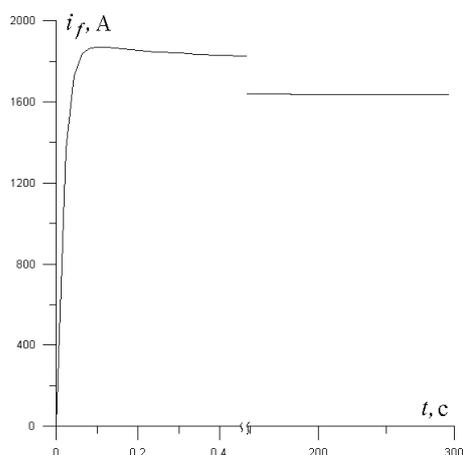


Рис. 4. Розрахункова крива струму обмотки ротора в перехідному процесі

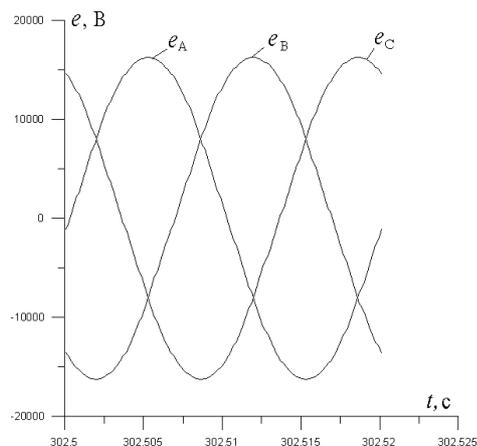


Рис. 5. Миттєві значення фазних напруг обмотки статора після завершення перехідного процесу

Робоче потокозчеплення обмотки ротора розраховуємо, використовуючи вираз

$$\Psi_f = w_f k_f l_r \sum_{i=1}^n A_{Ri}, \quad (17)$$

де w_f – кількість витків обмотки ротора; l_r – осьова довжина обмотки; A_{Ri} – значення функції векторного потенціалу в системі координат ротора у вузлах сітки, що попадають в зону обмотки; k_f – коефіцієнт, який враховує кількість вузлів дискретизаційної сітки вздовж кутової координати α , що попадають в зону обмотки ротора.

Рівняння обмотки статора у фазних координатах має вигляд

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = u_i - r_i i_i, \quad i = A, B, C, \quad (18)$$

де Ψ_i , u_i , i_i – повне потокозчеплення, напруга і струм окремих фаз.

Диференціальні рівняння обмоток статора в перетворених координатах використовуємо у вигляді

$$\frac{d\Psi_d}{dt} = u_d + \omega\Psi_q - r_d i_d; \quad \frac{d\Psi_q}{dt} = u_q - \omega\Psi_d - i_q r_q, \quad (19)$$

де Ψ_j , u_j , i_j , $j = d, q$ – повне потокозчеплення, напруга і струм приведених обмоток статора.

При розрахунку режиму неробочого ходу турбогенератора рівняння (18), (19) видозмінюються

$$u_i = \frac{d\Psi_i}{dt}, \quad i = A, B, C; \quad (20) \quad u_d = \frac{d\Psi_d}{dt} - \omega\Psi_q; \quad u_q = \frac{d\Psi_q}{dt} + \omega\Psi_d, \quad (21)$$

причому

$$\frac{d\Psi_i}{dt} = w_i k_i l \sum_{i=1}^n \frac{\partial A_{Si}}{\partial t}; \quad i = A, B, C, d, q, \quad (22)$$

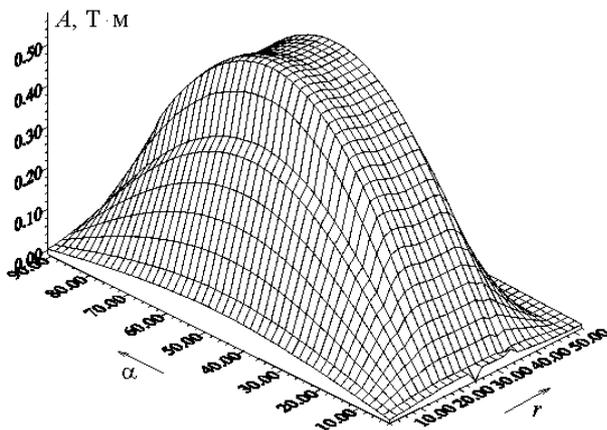


Рис. 6. Просторовий розподіл векторного потенціалу електромагнетного поля в системі координат статора на полюсному діленні поперечного перерізу турбогенератора в момент часу $t = 200$ с перехідного процесу

де w_i – кількість витків обмотки статора; l – осьова довжина обмотки; A_{Si} – значення функції векторного потенціалу у вузлах просторової дискретизаційної сітки, що попадають в зону

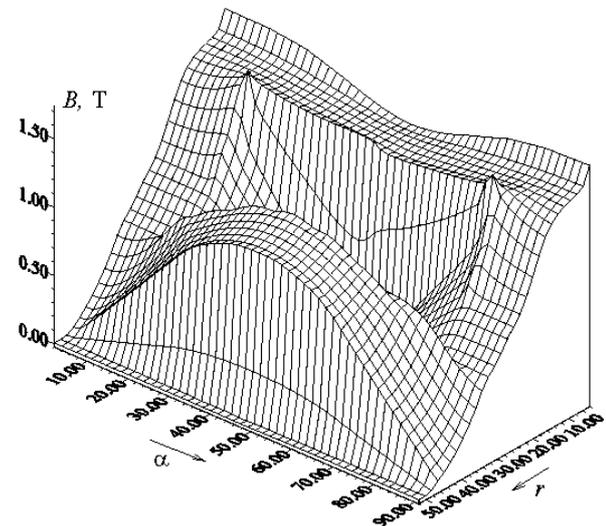


Рис. 7. Просторовий розподіл модуля вектора магнетної індукції в системі координат статора на полюсному діленні турбогенератора в момент часу $t = 200$ с перехідного процесу

обмоток статора у відповідній системі координат.

Рівняння (4)-(9), (15), (21), (22) утворюють польову математичну модель турбогенератора для розрахунку режиму неробочого ходу в приведеній системі координат $d, q, 0$.

Рівняння (4), за умови $\omega = 0$, (5)–(10), (15), (20), (22) утворюють польову математичну модель турбогенератора для розрахунку режиму неробочого ходу у фазній системі координат.

Для проведення комп'ютерного симулювання режиму неробочого ходу було взято параметри реального турбогенератора ТГВ-500.

Внаслідок розрахунку отримано струм обмотки ротора та напруги обмоток статора у фазній та приведеній системах координат, а також просторово-часові розподіли основних

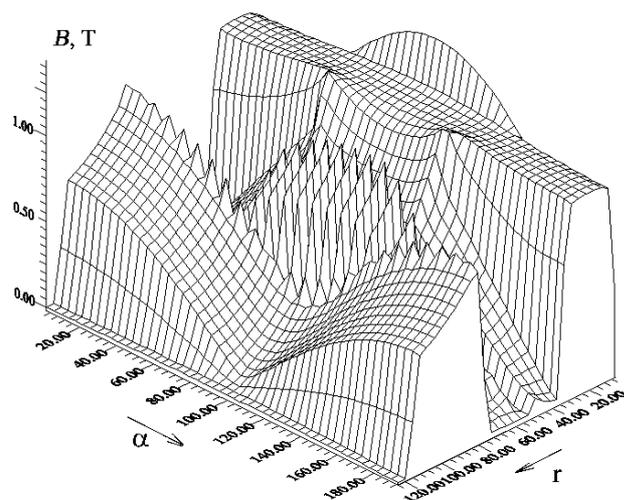


Рис. 8. Просторовий розподіл модуля вектора магнетної індукції в системі координат ротора на полюсному діленні турбогенератора з реальною зубцевою зоною статора в момент часу $t = 300$ с перехідного процесу

векторів електромагнетного поля в перехідному процесі. Точність розрахунку по струму обмотки ротора становить менше 0,2 %, по напругах обмотки статора в приведеній системі координат в межах 1,1 % і по фазних напругах обмотки статора – в межах 3,2 %.

На рис. 2–8 показано результати комп'ютерного симулювання перехідного процесу неробочого ходу турбогенератора при включенні його обмотки збудження на номінальне значення напруги.

Висновки. Розробка польових математичних моделей електротехнічних пристроїв є одним із найперспективніших напрямків математичного моделювання фізичних процесів, що відбуваються в них. Польові моделі відкривають нові можливості для дослідження електромагнетних явищ. Математичні

моделі, розроблені в режимі заданих напруг, становлять значний практичний інтерес. Отримані результати розрахунку підтверджують високу точність польових математичних моделей та їх ефективність.

1. Tchaban V., Kovivchak Ya. 2D-Field Mathematical Model of Turbogenerator with Real Stator Tooth Zone // Compact Disk of Proceedings of MCMS'2003 Mediterranean Conference on Modelling and Simulation, Reggio Calabria (Italy), 25–27 June 2003. – 164 p. 2. Чабан В.И., Ковивчак Я.В. Полевая математическая модель турбогенератора в режиме холостого хода // Электричество. – 2003. – № 6. – С. 37–42.

УДК 62-83:621.313.3

Б.Л. Копчак