УДК 621.3.019 : 51.001.57

Орест Лозинський, Сергій Щербовських
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електроприводу та автоматизації промислових установок

СПОСІБ СИНТЕЗУ ЗАКОНІВ РОЗПОДІЛУ ДЛЯ ПОБУДОВИ МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ НАДІЙНОСТІ НА ОСНОВІ РОЗШИРЕННЯ ПРОСТОРУ СТАНІВ

Розглянуто проблему синтезу фазових законів розподілу. Подано спосіб синтезу фазових законів розподілу, який має вищий ступінь загальності порівняно із відомими способами. Наведено приклад синтезу конкретного фазового закону розподілу.

This paper phase-type distribution synthesis problem is devoted. In comparison with familiar synthesis technique, this represented technique a greater level of generality is hold. The example of certain phase-type distribution synthesis is represented.

Постановка проблеми

Одним із найвживаніших методів для розрахунку коефіцієнта готовності відновлюваних електротехнічних об’єктів є метод простору станів [1]. Цей метод ґрунтується на аналізі відповідної однорідної марковської математичної моделі надійності досліджуваного об’єкта. Основне допущення, на якому ґрунтується цей метод, полягає в тому, що усі характеристики процесів відмов та відновлень, які відбуваються в об’єкті, повинні підпорядковуватись експоненціальним законам розподілу. Для багатьох електротехнічних об’єктів таке допущення не завжди є прийнятним. Наприклад, характеристика відмов електричного двигуна якнайкраще апроксимується законом розподілу Вейбула [2, 3]. Характеристики відновлення таких об’єктів якнайкраще апроксимуються логарифмічним нормальним законом розподілу або законом розподілу Вейбула [3]. У разі, коли характеристики випадкових процесів відмов та відновлення в досліджуваному об’єкті істотно відрізняються від характеристик експоненціального закону розподілу, то відповідна однорідна марковська математична модель надійності такого об’єкта матиме низький ступінь адекватності, що істотно обмежує діапазон її застосування. З метою підвищення адекватності моделювання надійності електротехнічних об’єктів перспективним постає використання методу фаз. Цей метод ґрунтується на аналізі спеціальної розширеної однорідної марковської математичної моделі надійності досліджуваного об’єкта. Метод фаз можливо застосувати щодо об’єкта лише у тому разі, якщо характеристики усіх процесів відмов та відновлень такого об’єкта будуть апроксимовані фазовими законами розподілу. Таким чином, постає проблема ефективного синтезу таких законів розподілу.

На нашу думку, лише глибоке розуміння принципів формування фазових законів розподілу дасть змогу обґрунтовано визначити оптимальні закони розподілу в цій множині. Тобто такі закони розподілу, використовуючи які, при максимальному врахуванні особливостей характеристики відповідного випадкового процесу отримуватимемо мінімальну кількість станів та переходів в еквівалентній розширеній однорідній марковській математичній моделі надійності об’єкта. Вибір оптимальних фазових законів розподілу уможливить ефективніше досліджувати та проектувати електротехнічні вироби.

Аналіз останніх досліджень

Фазові закони розподілу, які розглядаються у цій роботі, трактуються як функції імовірності безвідмовної роботи R(t), а твердження можна поширити і на функції імовірності відмовлення M(t), з врахуванням особливостей означення цих функцій.

У [4–7] фазові закони розподілу означуються у вигляді суперпозиції законів розподілу Ерланга. Множина таких фазових законів розподілу відображається сукупністю i (індекс) однорідних марковських ланцюгів із параметрами λ_i. Кожний ланцюг, своєю чергою, складається із k_i фаз. Початкова одинична імовірність розсіяна між початковими фазами кожного із складових ланцюгів і дорівнює коефіцієнту c_i. Введені в такий спосіб фазові закони розподілу можуть бути адекватно подані діаграмою станів та переходів (рис. 1).

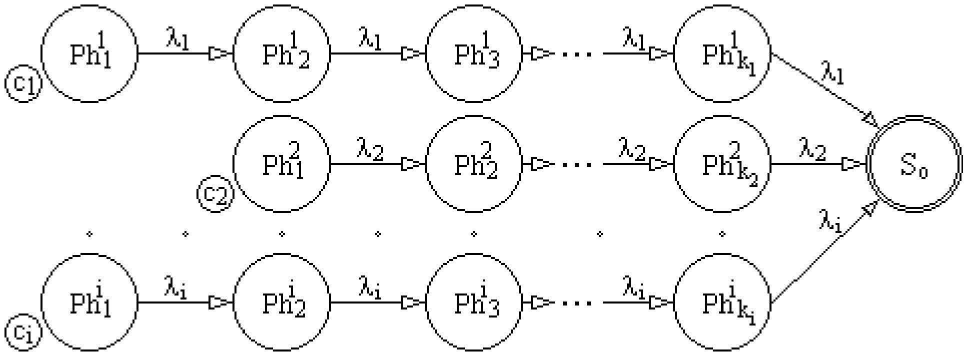

Рис. 1. Діаграма станів та переходів для суперпозиції законів розподілу Ерланга k_i-их порядків

Відповідно до такої діаграми станів та переходів фазового закону розподілу ставиться функція імовірності безвідмовної роботи R(t), яка за системи прийнятих позначень визначається таким аналітичним виразом:

$$R(t) = \sum_{i=1}^{m} c_i \sum_{j=0}^{k_i} \frac{(\lambda_i\, t)^j}{j!} e^{-\lambda_i t}, \quad \sum_{i=1}^{m} c_i = 1, \tag{1}$$

де m – кількість паралельних ланцюгів.

При застосуванні таких фазових законів розподілу (1) виникає ряд проблем, які ще не вирішені. При апроксимації експериментальної характеристики процесу відмов певного об’єкта виникає задача багатопараметричної оптимізації. Її не вдається ефективно розв’язати для цієї множини фазових законів розподілу (1) навіть із застосуванням сучасних обчислювальних засобів, що обумовлено складністю знаходження глобального мінімуму. За побудови математичних моделей надійності із застосуванням (1), користуючись наявними способами розширення простору станів [4, 7], для класу електротехнічних об’єктів не вдається досягти еквівалентної розширеної однорідної марковської моделі надійності, що легко перевірити за допомогою відповідних математичних моделей надійності, реалізованих на основі альтернативного методу Монте-Карло [11].

Внаслідок наведених складностей при практичному розрахунку коефіцієнта готовності для заданого класу об’єктів широкого застосування набув лише такий різновид фазових законів розподілу (1), який містить тільки один ланцюг, m = 1, [1, 8–10], тобто це є класична множина законів розподілу Ерланга. При апроксимації експериментальних характеристик маємо лише два параметри закону розподілу λ та k. Підбором параметра λ та нарощуванням кількості фаз k вдається ефективно апроксимувати задану характеристику, що докладно обґрунтовано та досліджено в [8]. Також такі закони розподілу мають фізичне трактування у вигляді послідовності випадкових подій, що дає змогу обґрунтованіше виконувати побудову математичних моделей надійності. Недоліком такого підкласу фазових законів розподілу є те, що кількість фаз k виступає параметром. Це призводить до значного ускладнення результуючої моделі надійності об’єкта, що негативно відбивається на її ефективності.

Означена множина фазових законів розподілу (1) не є вичерпною. В [12, 13], де розлядаються проблеми аналізу черг, вводиться більш загальне означення фазових законів розподілу. Проте трактування таких законів розподілу, що подано в цих літературних джерелах, є не прийнятним для описання характеристики безвідмовності електротехнічних об'єктів. Виникає питання про можливість існування таких фазових законів розподілу, що не означуються виразом (1), для яких задача багатопараметричної оптимізації може бути розв'язана в більш ефективний спосіб. Для відповіді на це, та на багато інших, не менш значущих питань, постає необхідним розуміння системи правил, які окреслюють усю множину фазових законів розподілу.

Завдання дослідження полягає в тому, щоб сформулювати таку системи правил, яка б означила усю множину фазових законів розподілу для описання характеристик надійності електротехнічних об'єктів. Також необхідно перевірити можливість застосування цих правил для синтезу конкретного фазового закону розподілу.

Виклад основного матеріалу

Із усієї множини законів розподілу, які використовуються в теорії надійності, можна виділити сукупність законів розподілу, які називають фазовими законами розподілу. Окрім загальних вимог, що висуваються до цих законів розподілу, таких як рівність нулю функції густини розподілу відмов f(t) у від'ємній часовій півплощині, $t < 0$, до фазових законів розподілу висувається ще одна вимога. Для них повинна існувати можливість перетворення відповідної неоднорідної марковської моделі такого закону розподілу у еквівалентну їй розширену однорідну марковську модель. Опишемо таку можливість детальніше.

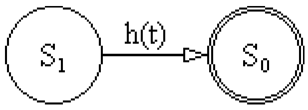

Рис. 2. Діаграма станів та переходів простого об'єкта

Нехай маємо простий об'єкт, характеристика відмов якого підпорядкована фазовому закону розподілу. Сформуємо для нього діаграму станів та переходів. Приймаємо, що об'єкт на початку функціонування перебуває в працездатному стані S_1 і після випадкового часу напрацювання переходить у непрацездатний стан S_0, як це відображено на рис. 2. Цей процес переходу між станами описується функцією інтенсивності переходу h(t), яка має відображати заданий закон розподілу. Для наведеної неоднорідної марковської моделі випадкового процесу відмов такого об'єкта диференціальні рівняння, що визначають імовірності обох станів є такими:

$$\left.\begin{aligned} d\,Pr_{N1}(t)/dt &= -h(t)\,Pr_{N1}(t), \\ d\,Pr_{N0}(t)/dt &= h(t)\,Pr_{N1}(t), \end{aligned}\right\}$$

де d/dt – символ диференціювання; $Pr_{N1}(t)$, $Pr_{N0}(t)$ – імовірності станів S_1 та S_0, відповідно.

Таку систему диференціальних рівнянь необхідно інтегрувати за початкових умов $Pr_{N1}(0) = 1$, $Pr_{N0}(0) = 0$. У такому разі функція імовірності безвідмовної роботи об'єкта відповідає імовірності перебування об'єкта в першому стані S_1, $R(t) = Pr_{N1}(t)$. Функція імовірності відмови визначається як імовірність перебування об'єкта в нульовому стані S_0, $Q(t) = Pr_{N0}(t)$. Можна показати, що функція інтенсивності відмов для цього випадку збігається із функцією інтенсивності переходу $\lambda(t) = h(t) = f(t) / R(t)$.

Оскільки характеристика відмов цього об'єкта підпорядковується фазовому закону розподілу, то це означає, що існує можливість утворити еквівалентну до вихідної діаграми (рис. 2) розширену діаграму станів та переходів, яка в загальному випадку матиме вигляд, подібний до зображеного на рис. 3. Отже, узагальнена діаграма являє собою сукупність фаз Ph_i (фіктивних станів) та фіктивних переходів, які сполучають фази у довільний спосіб, але так, щоб вони не були поглинаючими або ізольованими.

Сукупність фіктивних станів Ph_i переходить прямо чи непрямо в сукупність поглинаючих станів AS_i. Імовірність перебування в довільній фазі Ph_i в нульовий момент часу дорівнює заданому коефіцієнту c_i, $Pr_i(0) = c_i$. Сума усіх коефіцієнтів c_i повинна дорівнювати одиниці, що пов'язано із нормуючою умовою функції густини розподілу відмов. Імовірність перебування в довільному кінцевому стані в початковий момент часу є нульовою, $Pr_{Ai}(0)=0$. Усі функції фіктивних переходів в узагальненій діаграмі є сталими коефіцієнтами λ_j, тобто така діаграма являє собою спеціальну однорідну марковську математичну модель надійності простого об'єкта. Шляхом розв'язання диференціальних рівнянь Колмогорова – Чепмена отримаємо імовірності окремих станів діаграми.

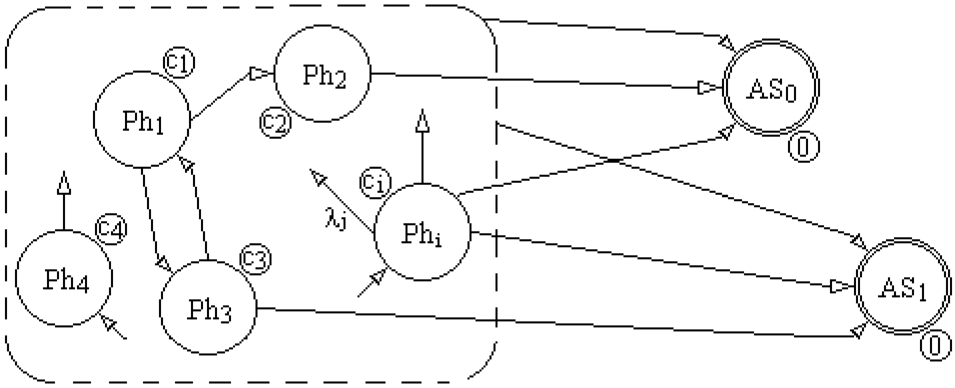

Рис. 3. Узагальнена розширена діаграма станів та переходів простого об'єкта

Щодо отриманої діаграми вводимо такі припущення. Приймаємо, що всі фази Ph_i відповідають перебуванню об'єкта в працездатному стані, а всі кінцеві стани AS_i, відповідно, перебуванню об'єкта в непрацездатному стані. Введемо згідно з цим трактуванням імовірнісні функції, які характеризують такий сукупний випадковий процес. Імовірність безвідмовної роботи об'єкта $R_{ex}(t)$ відповідає сумі імовірностей усіх фіктивних станів Ph_i. Функція імовірності відмови об'єкта $Q_{ex}(t)$ дорівнює сумі імовірностей усіх непрацездатних поглинаючих станів AS_i

$$R_{ex}(t)=\sum_i Pr_i(t), \quad Q_{ex}(t)=\sum_i Pr_{Ai}(t).$$

Оскільки за означенням діаграма станів та переходів (рис. 2) є еквівалентною до узагальненої діаграми станів та переходів (рис. 3), то можна записати такі тотожності:

$$R(t)=R_{ex}(t), \quad Q(t)=Q_{ex}(t). \tag{2}$$

Отже, усі закони розподілу, для яких можна записати тотожності (2), тобто для яких принципово можливо здійснити перехід від вихідної діаграми станів (рис. 2), в якій функція інтенсивності переходу залежить від часу, до еквівалентної розширеної діаграми станів (рис. 3), в якій усі функції інтенсивності переходів є сталими величинами, утворюють сукупність фазових законів розподілу. Наведені вище викладки вказують на один із шляхів синтезу таких особливих законів розподілу. Ми можемо запропонувати ще один, більш ефективний спосіб синтезу фазових законів розподілу, проте він вимагає додаткового теоретичного обґрунтування.

Важливо підкреслити, що фази Ph_i та фіктивні переходи λ_i узагальненої діаграми станів та переходів (рис. 3) не несуть жодного фізичного змісту і не відповідають жодній внутрішній структурі елемента. Вони являють собою зручний математичний прийом, користуючись яким, вдається ефективно розраховувати коефіцієнт готовності досліджуваних об'єктів, характеристики випадкових процесів яких істотно відрізняються від характеристик експоненціального закону розподілу. Натомість непрацездатні стани узагальненої діаграми станів та переходів мають певний фізичний зміст. У випадку, коли кінцевий стан діаграми (рис. 3) є єдиним, як про це сказано в [12, 13], можна вказати на чітку відповідність цього стану AS_0 та кінцевого стану вихідної діаграми (рис. 2) S_0. При дослідженні об'єктів з кількома видами відмов, наприклад, релейно-контакторні схеми керування (коротке замикання – обрив), виникає необхідність розрізнення цих двох видів відмов, що досягається введенням двох кінцевих станів. Тобто AS_0 – перебування об'єкта в непрацездатному стані внаслідок обриву, AS_1 – внаслідок короткого замикання, як це зображено на рис. 3.

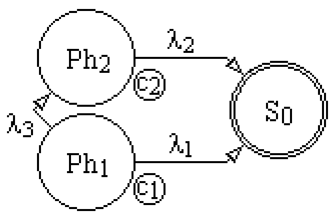

Рис. 4. Діаграма станів та переходів закону розподілу

Виконаємо тепер синтез конкретного фазового закону розподілу. Для законів розподілу цієї сукупності визначальним чинником виступає діаграма станів та переходів, яка має бути задана дослідником наперед. Вибираємо для подальшого дослідження фазовий закон розподілу, який відповідає показаній на рис. 4 діаграмі станів та переходів.

Ця діаграма вибрана із умови якнайкраще показати особливості цього способу синтезу та простоти подальших математичних перетворень. Запишемо для такої діаграми рівняння Колмогорова – Чепмена в операторній формі

$$\left.\begin{aligned} s\,Pr_2(s) - c_2 &= -\lambda_2\,Pr_2(s) + \lambda_3\,Pr_1(s), \\ s\,Pr_1(s) - c_1 &= -(\lambda_1 + \lambda_3)\,Pr_1(s), \\ s\,Pr_0(s) &= \lambda_2\,Pr_2(s) + \lambda_1\,Pr_1(s), \end{aligned}\right\}$$

де s – оператор Лапласа; Pr_2, Pr_1 та Pr_0 – імовірності фаз Ph_2, Ph_1 та стану S_0, відповідно.

Розв’язавши аналітично отриману систему рівнянь, отримаємо

$$Pr_2(s) = \frac{c_2(s+\lambda_1)+\lambda_3}{(s+\lambda_1+\lambda_3)(s+\lambda_2)}, \quad Pr_1(s) = \frac{c_1}{s+\lambda_1+\lambda_3}, \quad Pr_0(s) = \frac{s(c_1\lambda_1 + c_2\lambda_2) + \lambda_2(\lambda_1+\lambda_3)}{s\,(s+\lambda_1+\lambda_3)(s+\lambda_2)}.$$

В такому разі функція імовірності безвідмовної роботи R(t) визначається як зворотне перетворення Лапласа від суми імовірностей фіктивних працездатних станів

$$R(t) = L^{-1}\{Pr_2(s) + Pr_1(s)\} = \frac{c_1(\lambda_2-\lambda_1)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} + (c_2(\lambda_2-\lambda_1)-\lambda_3)e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2-\lambda_1-\lambda_3}, \tag{3}$$

а функція густини розподілу відмов f(t) визначається як зворотне перетворення Лапласа від імовірності непрацездатного поглинаючого стану, помножену на оператор Лапласа

$$f(t) = L^{-1}\{s\,Pr_0(s)\} = \frac{c_1(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1^2 - \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} + (c_2(\lambda_2^2 - \lambda_1\lambda_2) - \lambda_2\lambda_3)e^{-\lambda_2 t}}{\lambda_2-\lambda_1-\lambda_3}.$$

Зауважимо, що функція інтенсивності відмов знаходиться класичним способом як відношення функції густини імовірності відмов до функції імовірності безвідмовної роботи

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{c_2(\lambda_1\lambda_2 - \lambda_1^2 - \lambda_1\lambda_3 + \lambda_2\lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} + (c_2(\lambda_2^2 - \lambda_1\lambda_2) - \lambda_2\lambda_3)e^{-\lambda_2 t}}{c_1(\lambda_2-\lambda_1)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} + (c_2(\lambda_2-\lambda_1)-\lambda_3)e^{-\lambda_2 t}}.$$

Таким чином, вдалось синтезувати фазовий закон розподілу, який неможливо досягти на основі виразу (1), тобто на основі “зважених” розподілів Ерланга. Розглянемо особливі випадки, які можна утворити шляхом спрощення досліджуваного закону розподілу.

Випадок, за якого $\lambda_3 = 0$. В результаті такої підстановки у вираз (3) функція імовірності безвідмовної роботи спрощується до вигляду

$$R(t) = c_1\,e^{-\lambda_1 t} + c_2\,e^{-\lambda_2 t},$$

тобто отримуємо такий закон розподілу, який являє собою суперпозицію двох експоненціальних законів розподілу. Цей закон розподілу належить до множини фазових законів розподілу і його можна отримати на основі виразу (1).

Випадок, за якого $\lambda_1 = 0$, $c_1 = 1$. В результаті цієї підстановки функція безвідмовності досліджуваного закону розподілу відмов спрощується до вигляду

$$R(t) = \frac{1}{\lambda_2-\lambda_3}\left[\lambda_2\,e^{-\lambda_3 t} - \lambda_3\,e^{-\lambda_2 t}\right],$$

тобто отримуємо такий закон розподілу, який являє собою згортку двох експоненціальних законів розподілу. Цей розподіл так само є фазовим законом розподілу. За умови $\lambda_2 = \lambda_3$ отриманий вираз зводиться до загальновідомого закону розподілу Ерланга другого порядку.

Особливий інтерес полягає у *випадку, за якого $c_1 = 1$*. В такому разі отримуємо фазовий закон розподілу, функція інтенсивності відмов якого

$$\lambda(t) = \frac{(\lambda_2 - \lambda_1)(\lambda_1 + \lambda_3)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} - \lambda_2\lambda_3 e^{-\lambda_2 t}}{(\lambda_2 - \lambda_1)e^{-(\lambda_1+\lambda_3)t} - \lambda_3 e^{-\lambda_2 t}}, \lim_{t\to 0}\lambda(t) = \lambda_1, \lim_{t\to\infty}\lambda(t) = \min[\lambda_1 + \lambda_3, \lambda_2].$$

Можливо показати, що параметр λ_1 визначає початкову точку для графіка функції інтенсивності відмов, а усталене значення цієї функції визначатиметься як мінімальне із двох, $\min[\lambda_1+\lambda_3, \lambda_2]$. Отже, в отриманому законі розподілу вдається роздільно задавати два важливих параметри функції інтенсивності відмов, що може бути надзвичайно корисно при апроксимації характеристики відмов об'єкта, який функціонує в першій та другій зонах типової λ характеристики.

Також, з метою спрощення процедури апроксимації, може викликати інтерес *випадок, за якого $c_1 = 1$ і $\lambda_2 = \lambda_1 + \lambda_3$*. Після підстановки, функція імовірності безвідмовної роботи (3) спроститься до вигляду

$$R(t) = (1 + \lambda_3 t)\, e^{-\lambda_3 t} e^{-\lambda_1 t}.$$

Подібну функцію можна отримати через згортку двох показникових законів розподілу із однаковими параметрами λ_3, проте у цьому випадку шляхом утворення додаткового фіктивного переходу вдається ввести в функцію імовірності безвідмовної роботи додатковий параметр λ_1, який, істотно не ускладнюючи процедури апроксимації, дає змогу адекватніше відобразити характеристики надійності досліджуваного об'єкта.

Висновки

В цій роботі наведено спосіб синтезу фазових законів розподілу, виходячи із того, що вони трактуються як функції розподілу імовірності безвідмовної роботи R(t). Цей спосіб синтезу, на відміну від [12, 13], дає змогу отримати аналітичні вирази функції фазових законів розподілу, які прийнятні для опису характеристик безвідмовності електротехнічних об'єктів як із одним, так і з двома типами відмов. Наведений вище приклад синтезу конкретного фазового закону розподілу (рис. 4) показує принципову можливість отримання таких фазових законів розподілу, яких не можна досягнути, користуючись (1). Деякі із таких законів розподілу, як показали подальші дослідження, є більш ефективними при апроксимації характеристик випадкових процесів відмов та відновлення і, що особливо важливо, при побудові математичних моделей надійності багатоелементних електротехнічних об'єктів.

Надалі виникає необхідність синтезу інших фазових законів розподілу з метою оцінки їх ефективності та подальший аналіз найголовніших їх властивостей. Такий аналіз дає змогу нам встановити властивість зворотності для фазових законів розподілу. Цікавим постає питання класифікації таких законів розподілу. Процедура розширення простору станів при застосуванні узагальненої множини фазових законів розподілу (рис. 3) зазнає істотних змін, що потребує також окремого дослідження.

1. Лозинський О.Ю., Марущак Я.Ю., Костробій П.П. Розрахунок надійності електроприводів: Підручник. – Львів, 1996. 2. Rome Laboratory, Reliability Engineer's Toolkit – Griffiss AFB, NY, 1993. 3.MIL-HDBK-217F. Reliability Prediction of Electronic Equipment. – Superseding MIL-HDBK-217E, Intr. 2 December 1991. – US DOD, 1991. 4. Современные методы проектирования // Под общ. ред. Б.Н. Петрова, В.В. Солодовникова, Ю.И. Топчеева. – М., 1967. 5. Козлов Б.А., Ушаков И.А. Справочник по расчету надежности аппаратуры радиоэлектроники и автоматики. – М., 1975.

6. Надежность технических систем: Справочник / Ю.К. Беляев, В.А. Богатырев, В.В. Болотин и др. // Под ред. И.А. Ушакова. – М., 1985. 7. Райншке К., Ушаков И.А., Оценка надежности систем с использованием графов // Под ред. И.А. Ушакова. – М., 1988. 8. Sericola Bruno, Interval-Availability Distribution of 2-State Systems with Exponential Failures and Phase-Type Repairs // IEEE Transactions on Reliability. – 1994 – Vol. 43. – No 2. – P. 335–343. 9. Мандзій Б.А., Бєляєв В.П., Волочій Б.Ю. Метод надійнісного моделювання самовідновлюваних бортових інформаційних систем // Космічна наука та технологія. – 1998. – Т.4, №4. – С.55–60. 10. Lefebvre Ya. Using the phase method to model degradation and maintenance efficiency // International Journal of Reliability, Quality and Safety Engineering. – 2003. – Vol.10. – No.4. – P.383-405. 11. ReliaSoft Corporation, System Analysis Reference: Reliability Availability and Optimization. – ReliaSoft Publishing, Tucson, Arizona, 2003. 12. Neuts M. Matrix Geometric Solutions: Stochastic Models. – Johns Hopkins University Press, Baltimore–1981. 13. Башарин Г.П., Бочаров П.П., Коган Я.А. Анализ очередей в вычислительных сетях. Теория и методы расчета. – М., 1989.

УДК 62.507

Вадим Мінзюк
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра радіоелектронних пристроїв та систем

СПОСІБ СИНТЕЗУВАННЯ КОН'ЮНКТЕРМІВ БУЛОВИХ ФУНКЦІЙ

Запропоновано процедуру гіпотетичного синтезування кон'юнктермів, яка може бути корисною для побудови методів мінімізації булових функцій. Процедура дає змогу шукати кон'юнктерми заданої функції довільних рангів без проміжних склеювань, не спричиняючи появи тавтології. Порівняно низькі вимоги зазначеної процедури до обчислювальних ресурсів уможливлюють розширити коло розв'язуваних задач.

In this paper the procedure of hypothetic conjuncterms synthesis for Boolean functions minimization has been proposed. This procedure allows search of any ranks conjuncterms without finding of mediate ranks. The procedure does not cause tautology. Comparatively low requirements of the procedure to computational resources allows to extend range of solvable problems.

Вступ

Проблема мінімізації булових функцій n змінних є важливою складовою логічного синтезу комбінаційних мереж та цифрових автоматів. З розвитком мікроелектроніки спостерігається загальна тенденція до зростання розмірності таких задач та, відповідно, обсягів обчислювальних робіт для їх розв'язання. Навіть у разі використання комп'ютерної техніки задача мінімізації булових функцій багатьох змінних вимагає таких обчислювальних затрат (апаратурних ресурсів та машинного часу), що можливості комп'ютера можуть виявитися недостатніми для її розв'язання. Тому для успішного розв'язання задачі мінімізації постає проблема швидкого пошуку простих кон'юнктермів.

Класичні методи мінімізації [1–4] ґрунтуються на ідеї загального перебору всіх можливих попарних склеювань кон'юнктермів (кон'юнктивних термів) заданої функції з метою пошуку простих кон'юнктермів скороченої ДНФ. Загальний перебір є громіздкою процедурою, яка вимагає значних обчислювальних затрат. Крім того, він викликає появу тавтології, для ліквідації якої