

РАДІОВИМІРЮВАЛЬНІ ПРИСТРОЇ ТА СИСТЕМИ

УДК 681.335 (088.8)

Костянтин Семенистий

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра радіоелектронних пристроїв та систем

АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ УСЕРЕДНЮВАЛЬНОГО ПРИСТРОЮ ДЛЯ ВИМІРЮВАЛЬНИХ ПРИЛАДІВ ВИПРОСТУВАЛЬНИХ СИСТЕМ

© Семенистий Костянтин, 2004

Розглянуто швидкий усереднювальний пристрій, який використовується як згладжувальний фільтр під час вимірювання середньовипрямленого значення змінної напруги. Наведено аналіз статичної похибки та коефіцієнта пульсацій вихідної напруги пристрою, зумовлених скінченністю часу Δt замикання ключа схеми вибірки і запам'ятовування.

In this paper averaging device is searched. This device is used as smoothing filter at measuring the mean rectified value of alternative voltage. Static error and ruffle coefficient of output voltage of the device, caused by finiteness of the time Δt of key closing in the sampling and memorizing circuit, are analysed.

Вступ

Під час вимірювання середньовипрямленого значення змінної напруги, частота якої змінюється в широкому діапазоні, як згладжувальні фільтри часто використовують швидкі усереднювальні пристрої (ШУП), котрі уможливають істотно зменшити час вимірювання [1, 2]. Застосування таких пристроїв особливо ефективно в ділянці низьких частот, де використання RC-чи LC-фільтрів не дає змоги одночасно досягнути високого значення коефіцієнта згладжування та хорошої швидкодії при вимірюванні змінних напруг.

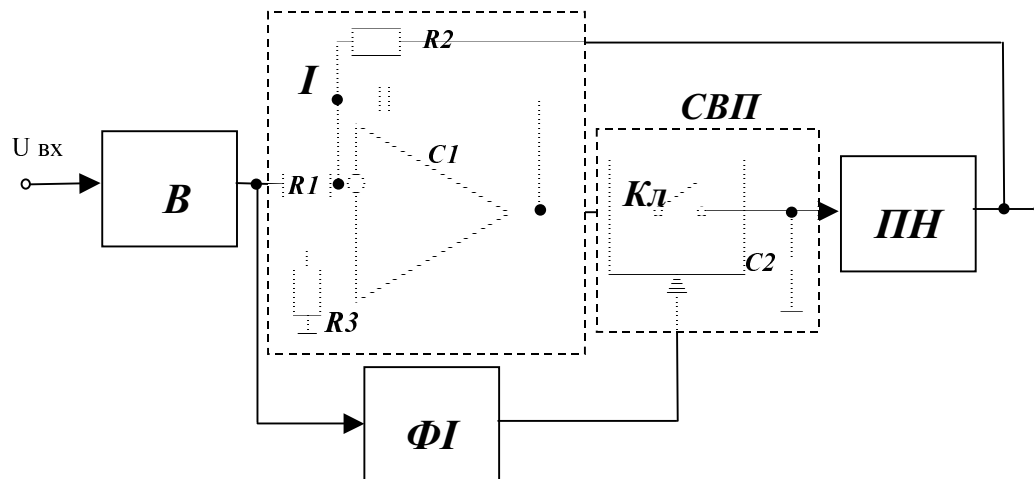


Рис. 1. Схема швидкого усереднювального пристрою (ШУП)

ШУП (рис. 1) – це астатичний перетворювач з дискретизацією вихідного сигналу інтегратора синхронно з пульсаціями випрямленого вхідного сигналу. Він складається з двопівперіодного випрямляча (В), двохдодового інтегратора (І), схеми вибірки і пам'яті (СВП), формувача імпульсів (ФІ) та повторювача напруги (ПН) [1].

1. Аналіз публікацій та формулювання задачі

У вказаних роботах [1, 2] під час аналізу статичних і динамічних характеристик пристрою допускають, що час Δt дискретизації, протягом якого відбувається процес вибірки та запам'ятовування вихідної напруги інтегратора, нехтовно малий порівняно з періодом T повторення вхідної напруги. Для цього випадку доведено, що статична похибка ШУП, побудованого на ідеальних елементах, дорівнює нулю.

Однак, як показано нижче, нехтування значенням Δt у деяких випадках може призвести до великих статичних похибок вимірювання. Тому проаналізуємо роботу пристрою з урахуванням скінченності проміжку часу Δt . При цьому вважатимемо, що усі елементи, які входять до складу ШУП, є ідеальними. Епюри напруг, які ілюструють роботу пристрою, показані на рис. 2.

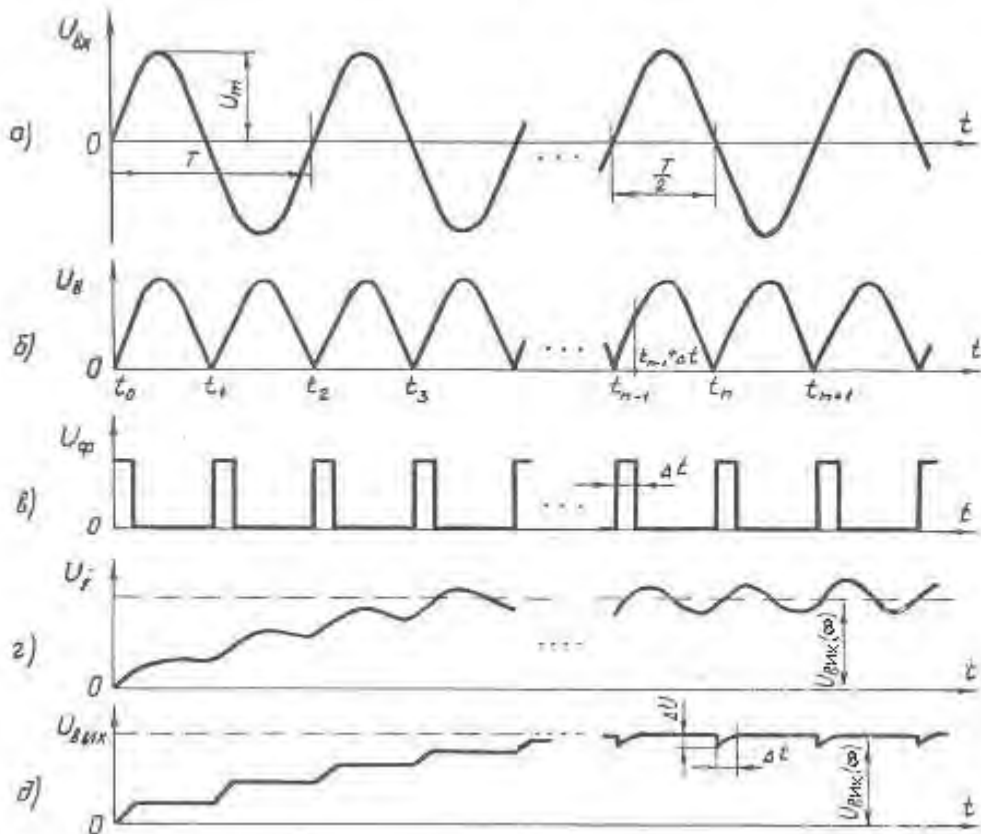


Рис. 2. Часові діаграми процесів у схемі ШУП: а і б – на вході та виході випрямляча В; в – на виході формувача імпульсів ФІ; г – на виході інтегратора; д – на виході пристрою

2. Виклад основного матеріалу дослідження

Приймаючи $\Delta t > 3\tau$, де τ – стала часу кола заряджання конденсатора C_2 схеми вибірки і пам'яті, знайдемо вираз для процесу встановлення вихідної напруги пристрою при подачі на його вхід напруги з виходу випрямляча В

$$U_{вх}(t) = U_m | \text{Sin}\omega t |,$$

де U_m – амплітудне значення вхідної вимірюваної напруги, $\omega = 2\pi/T$.

Замикання ключа КЛ СВП відбувається в моменти часу t_0, t_1, \dots, t_n (рис. 2, в), які відповідають нульовим значенням вихідної напруги випрямляча В. Тоді для вихідної напруги $U_{вих}(t)$ пристрою для значень $t \in [t_{n-1}; t_{n-1} + \Delta t]$ можна записати

$$U_{вих}(t) = U_{вих}(t_{n-1}) - \frac{kU_m}{\tau_1} \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1} + \Delta t} \text{Sin}\omega t dt - \frac{k}{\tau_2} \int_{t_{n-1}}^{t_{n-1} + \Delta t} U_{вих}(t) dt, \quad (1)$$

де $\tau_1 = R_1 C_1$, $\tau_2 = R_2 C_1$ – сталі часу інтегратора за першим та другим входом, відповідно; k – коефіцієнт передачі повторювача напруги ПН.

Враховуючи, що на цьому проміжку часу

$$\int_{t_{n-1}}^{t_{n-1}+t} \text{Sin} \omega t dt = \frac{2}{\omega} \text{Sin}^2 \frac{\omega t}{2},$$

рівняння (1) подамо в операторній формі [3]

$$U_{\text{вих}}(p) = \frac{U_{\text{вих}}(t_{n-1})}{p} - \alpha U_m \frac{\omega^2}{p(p^2 + \omega^2)} - \frac{k}{\tau_2} \cdot \frac{U_{\text{вих}}(p)}{p}, \quad (2)$$

де $\alpha = \frac{k}{\omega \tau_1}$; p – оператор Лапласа.

Розв'язок рівняння (2) відносно $U_{\text{вих}}(p)$ матиме вигляд [3]

$$U_{\text{вих}}(p) = \frac{U_{\text{вих}}(t_{n-1})}{p + k/\tau_2} - \frac{\alpha U_m \omega^2}{(p^2 + \omega^2)(p + k/\tau_2)}. \quad (3)$$

У часовій області зображенню (3) відповідає оригінал

$$U_{\text{вих}}(t) = U_{\text{вих}}(t_{n-1}) \cdot e^{-kt/\tau_2} - \alpha U_m \left[\frac{e^{-kt/\tau_2}}{1 + \beta^2} + \frac{\text{Sin}(\omega t - \text{arctg} \frac{1}{\beta})}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right], \quad (4)$$

де позначено $\beta = \frac{k}{\omega \tau_2}$.

У частковому випадку, коли $t = \Delta t$, матимемо

$$U_{\text{вих}}(t_{n-1} + \Delta t) = U_{\text{вих}}(t_{n-1}) e^{-k\Delta t/\tau_2} - \alpha U_m \left[\frac{e^{-k\Delta t/\tau_2}}{1 + \beta^2} + \frac{\text{Sin} \psi}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right], \quad (5)$$

де $\psi = \omega \Delta t - \text{arc tg } 1/\beta$.

На проміжку часу $t \in [t_{n-1} + \Delta t; t_n]$ ключ Кл розімкнутий і вихідна напруга інтегратора описується залежністю

$$U(t) = U(t_{n-1} + \Delta t) - \frac{k U_m}{\tau_1} \int_{t_{n-1} + \Delta t}^{t_{n-1} + \Delta t + t} \text{Sin} \omega t dt - \frac{k U(t_{n-1} + \Delta t)}{\tau_2} t.$$

Перетворюючи останній вираз і враховуючи, що $t_n - t_{n-1} = T/2$ (де $T = \frac{2\pi}{\omega}$), для значення $t = t_n$ отримаємо

$$U(t_n) = U(t_{n-1} + \Delta t) \cdot \left[1 - \frac{k}{\tau_2} \left(\frac{T}{2} - \Delta t \right) - \alpha U_m (1 + \text{Cos} \omega \Delta t) \right]. \quad (6)$$

Підставляючи значення $U(t_{n-1} + \Delta t)$ з виразу (5) в формулу (6), отримаємо рекурентне співвідношення вигляду

$$U(t_n) = \left\{ U(t_{n-1}) e^{-k\Delta t/\tau_2} - \alpha U_m \left[\frac{e^{-k\Delta t/\tau_2}}{1 + \beta^2} + \frac{\text{Sin} \psi}{\sqrt{1 + \beta^2}} \right] \right\} \cdot \left[1 - \frac{k}{\tau_2} \left(\frac{T}{2} - \Delta t \right) - \alpha U_m (1 + \text{Cos} \omega \Delta t) \right]. \quad (7)$$

Після елементарних перетворень залежність (7) приводиться до лінійного різницевого неоднорідного рівняння першого порядку вигляду

$$U[n] - \Phi U[n-1] = A, \quad (8)$$

де позначено

$$U[n] = U(t_n), \quad U[n-1] = U(t_{n-1});$$

$$\Phi = \left[1 - \frac{k}{\tau_2} \left(\frac{T}{2} - \Delta t \right) \right] e^{-k\Delta t / \tau_2};$$

$$A = -\alpha U_m \left[\frac{\Phi}{1 + \beta^2} + \frac{\text{Sin}\psi}{\sqrt{1 + \beta^2}} \cdot \Phi \cdot e^{k\Delta t / \tau_2} + 1 + \text{Cos}\omega\Delta t \right].$$

Використовуючи метод дискретного перетворення Лапласа [4], знаходимо розв'язок рівняння (8) у вигляді

$$U[n] = -\alpha U_m \left[\Phi \left(\frac{1}{1 + \beta^2} + \frac{\text{Sin}\psi}{\sqrt{1 + \beta^2}} \cdot e^{\frac{k\Delta t}{\tau_2}} \right) + 1 + \text{Cos}\omega\Delta t \right] \frac{1 - \Phi^n}{1 - \Phi}. \quad (9)$$

Підставляючи отриманий розв'язок (9) для $U[n-1]$ в рівняння (5), остаточно одержимо вираз для вихідної напруги пристрою на часовому проміжку $t \in [t_{n-1} + \Delta t; t_n]$

$$U_{\text{вих}}(t) = U(t_{n-1} + \Delta t) = -\alpha U_m \left[\frac{1 - \Phi^{n+1}}{1 - \Phi} \left(\frac{\text{Sin}\psi}{\sqrt{1 + \beta^2}} + \frac{e^{\frac{k\Delta t}{\tau_2}}}{1 + \beta^2} \right) + \frac{1 - \Phi^n}{1 - \Phi} (1 + \text{Cos}\omega\Delta t) e^{\frac{k\Delta t}{\tau_2}} \right]. \quad (10)$$

Легко переконатися, що в ідеальних умовах роботи пристрою усереднення ($\Delta t = 0$) з формули (10) виходить, що його вихідна напруга в усталеному режимі (тобто, якщо $n \rightarrow \infty$) дорівнює

$$U_{\text{усм}} = -\frac{2}{\pi} U_m \cdot \frac{R_2}{R_1}, \quad (11)$$

Це збігається з виразом для вихідної напруги звичайного усереднювального пристрою типу згладжувального LC-фільтра при дії на його вхід випрямленої синусоїдної напруги [5].

Формула (10) дає змогу визначити вихідну напругу пристрою в будь-який з часових проміжків після n замикань ключа, у тому числі і в усталеному режимі ($n \rightarrow \infty$) з урахуванням скінченності часу Δt замикання ключа

$$U_{\text{вих}}(\infty) = \lim_{n \rightarrow \infty} U_{\text{вих}}(t) = -\frac{\alpha U_m}{1 - \Phi} \left[\frac{\text{Sin}\psi}{\sqrt{1 + \beta^2}} + \left(\frac{2 + \beta^2}{1 + \beta^2} + \text{Cos}\omega\Delta t \right) e^{\frac{k\Delta t}{\tau_2}} \right]. \quad (12)$$

Відносну статичну похибку $\delta_{\text{ст}}$ цього пристрою в усталеному режимі, зумовлену скінченністю часу Δt замикання ключа, визначимо з виразу

$$\delta_{\text{ст}} = \frac{U_{\text{вих}}(\infty)}{U_{\text{усм}}} - 1. \quad (13)$$

У частковому випадку, коли $\tau_1 = \tau_2 = \tau$ ($R_1 = R_2$) і $k = 1$, що часто має місце на практиці, вираз (13) набуває вигляду

$$\delta_{\text{ст}} = \frac{\frac{\pi}{2}}{\frac{1}{\beta} - \left(\frac{1}{\beta} - \pi + \omega\Delta t \right) e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}} \left[\frac{\text{Sin}\psi}{\sqrt{1 + \beta^2}} + \left(\frac{1 + 2\beta^2}{1 + \beta^2} + \text{Cos}\omega\Delta t \right) e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right] - 1. \quad (14)$$

Графіки залежності похибки $\delta_{\text{ст}}$ від Δt в безрозмірних координатах $\omega\Delta t$ для деяких значень показані на рис. 3.

Скінченність часу вибірки Δt зумовлює пульсації у вихідному сигналі пристрою у вигляді викидів напруги експоненційної форми тривалістю Δt , амплітудне значення ΔU яких дорівнює

$$\Delta U = U(t_{n-1} + \Delta t) - U(t_{n-1}). \quad (15)$$

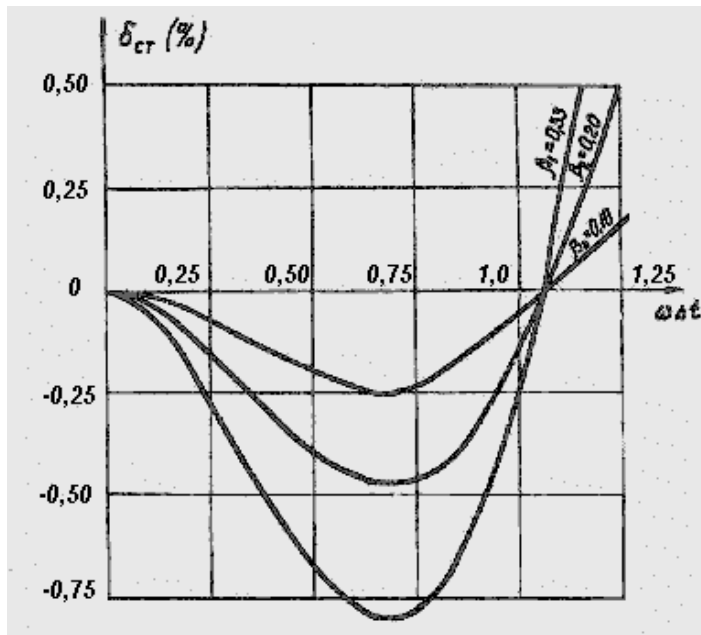


Рис. 3. Графіки залежності статичної похибки $\delta_{ст}$ від $\omega\Delta t$

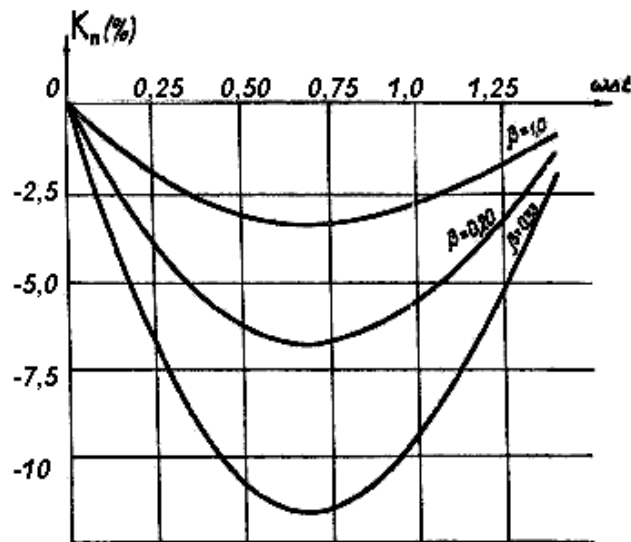


Рис. 4. Графіки залежності коефіцієнта пульсації K_n від $\omega\Delta t$

Підставляючи в (15) вирази (9) та (10) для відповідних напруг, отримаємо

$$\Delta U = \frac{\alpha U_m}{1-\Phi} \left[\frac{\Phi - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{1+\beta^2} + \frac{\left(\Phi e^{\frac{\Delta t}{\tau}} - 1 \right)}{\sqrt{1+\beta^2}} \sin \psi + (1 + \cos \omega \Delta t) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right) \right]. \quad (16)$$

Коефіцієнт пульсацій на виході пристрою визначиться залежністю

$$K_n = \frac{\Delta U}{U_{уст}} = -\frac{\pi \beta}{2(1-\Phi)} \left[(1 + \cos \omega \Delta t) \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{\tau}} \right) - \beta (\pi - \omega \Delta t) \left(\frac{\sin \psi}{\sqrt{1+\beta^2}} + \frac{e^{-\frac{\Delta t}{\tau}}}{1+\beta^2} \right) \right]. \quad (17)$$

На рис. 4 показані графіки залежності K_n від $\omega\Delta t$ для деяких значень β .

Висновки

З показаних на рис. 3 і 4 графіків видно, що $\delta_{ст}$ і K_n досягають максимального значення при $\omega\Delta t \cong 0,7$. При цьому максимальне значення похибок істотно залежить від значення величини β і зростає при його збільшенні. Зменшення значення β (тобто підвищення сталої часу інтегратора) дає змогу знизити вказані похибки, однак приводить до затягування перехідних процесів та погіршення швидкодії пристрою.

Так, наприклад, для $\beta = 0,1$ (тобто $\tau = T$) $\delta_{ст} < 0,25\%$, а $K_n < 3,5\%$.

Робочою ділянкою графіків слід вважати їх початкову частину за малих значень $\omega\Delta t$ (наприклад, за $\omega\Delta t < 0,3$), де можуть бути забезпечені малі похибки вимірювання.

Необхідно зазначити, що врахування часу вибірки Δt особливо важливе під час роботи пристрою в ділянці високих частот, де параметр $\omega\Delta t$ зростає і похибки $\delta_{ст}$ та K_n при цьому можуть досягати великих значень.

Результати проведеного аналізу відносної похибки вимірювання середньовипрямленого значення змінної напруги добре узгоджуються з результатами експериментальних досліджень макета описаного пристрою. Отримані співвідношення та показані графіки дають змогу проводити оптимальний з точки зору точності вимірювання вибір параметрів пристрою (Δt і τ) у заданому діапазоні зміни частоти ω вхідного сигналу.

1. Попов В.С., Рубан И.Г. Исследование динамических характеристик и помехозащищённости интеграторов с запоминающей обратной связью // Известия ВУЗов СССР. Приборостроение. – 1978. – Т. XXI, №5. – с. 90–94. 2. Гутников В.С., Клементьев А.В., Лопатин В.В. Быстродействующие астатические усредняющие измерительные преобразователи с синхронным временным квантованием в прямой цепи: Тр. Ленинград. политехн. ин-та. – 1975. – № 342. – С. 42–46. 3. Гарднер М., Бэрнс Дж. Переходные процессы в линейных системах с сосредоточенными постоянными. – М., 1961. 4. Цыпкин Я.З. Теория линейных импульсных систем. – М., 1978. 5. Волгин Л.И. Измерительные преобразователи переменного напряжения в постоянное. – М., 1977.