

Богдан Русин, Віталій Таянов, \*Борис Капустій  
Фізико-механічний інститут НАН України ім. Г.В. Карпенка,  
\*Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

## ВИЗНАЧЕННЯ АПОСТЕРІОРНОЇ НАДІЙНОСТІ СИСТЕМИ ПІДТРИМКИ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕННЯ МЕТОДОМ ВЕРИФІКАЦІЇ МІР ЛОКАЛЬНИХ ПЕРЕХОДІВ КОЕФІЦІЄНТА НАДІЙНОСТІ РОЗПІЗНАВАННЯ

© Русин Богдан, Таянов Віталій, Капустій Борис, 2004

Запропоновано визначення надійності роботи системи підтримки прийняття рішення шляхом аналізу мір локальних переходів. Встановлено залежність між розміром послідовності правильних об'єктів і числом переходів до припинення галуження та до моменту перетворення у нуль коефіцієнта надійності розпізнавання. Побудовано залежності коефіцієнта надійності розпізнавання та параметра надійності від зовнішніх спотворюючих чинників.

In this paper the definition of decision making support system work reliability by way of measure analysis of local transfers is offered. The dependence between correct object sequence size and transfers number till moment branch stops and till moment when recognition reliability coefficient equal zero is defined. The recognition reliability coefficient and reliability parameter dependence on external corruption factors is built.

### Вступ

Методи визначення надійності системи підтримки прийняття рішення можуть бути апіорними або апостеріорними. В [1] пропонується визначати надійність розпізнавання тієї чи іншої системи аналізом поведінки математичного сподівання та дисперсії закону розподілу коефіцієнта надійності розпізнавання. Цей метод відноситься до класу апостеріорних методів визначення надійності систем підтримки прийняття рішення. Метод, описаний в [2], дає змогу визначати надійність розпізнавання шляхом оцінки початкової ймовірності правильного розпізнавання з нормального закону розподілу і є апіорним методом. Обидва згадані вище методи не дають можливості визначати надійність на конкретному переході, оскільки не оперують переходами, як такими. Переходи коефіцієнта надійності розпізнавання описані в [3]. Нами пропонується ввести поняття міри локального переходу, тобто ваги цього переходу на основі реєстрації коефіцієнта надійності розпізнавання і ступеня спотворюючих чинників, що присутній на момент здійснення переходу коефіцієнтом надійності розпізнавання. Отже, можна визначати параметр, що характеризує стійкість системи розпізнавання до спотворюючих чинників заданої інтенсивності. Для послідовності всіх локальних переходів надійність глобального переходу визначається на основі суми мір локальних переходів. Маючи ланцюг локальних переходів, можна також визначати міру зосередженості об'єктів у межах того чи іншого класу.

### Постановка задачі

Потрібно визначити в загальному вигляді залежність довжини максимального і мінімального глобальних переходів від розміру послідовності правильних об'єктів до припинення галуження переходів і до моменту досягнення нуля коефіцієнтом надійності розпізнавання та розробити критерії для оцінки апостеріорної надійності системи підтримки прийняття рішення на довільному етапі переходу.

### Розв'язання задачі

В [3] побудовано ланцюги глобальних переходів для послідовності з трьох правильних об'єктів, що знаходяться на перших позиціях у довірчому інтервалі. Запишемо загальні вирази для довжин мінімального та максимального глобальних переходів при довільному розмірі послідовності правильних об'єктів. Спочатку побудуємо моделі для максимального і мінімального глобальних переходів, коли розмір  $v$  послідовності правильних об'єктів, що розташовуються на перших позиціях у довірчому інтервалі, дорівнює трьом та чотирьом. Цього достатньо, щоб побачити логіку здійснення переходів та певні закономірності між розміром послідовності правильних об'єктів та кількістю локальних переходів. Отже, мінімальний та максимальний глобальні переходи в цьому разі відповідно будуть такими:

$v = 3$	$v = 3$
111-011-001	111-011-001-000
111-110-101-100	111-110-101-100-010-001-000
$v = 4$	$v = 4$
1111-0111-0011-0001	1111-0111-0011-0001-0000
1111-1110-1101-1100-1010-1001-1000	1111-1110-1101-1100-1010-1001-1000-0100-0010-0001-0000
а)	б)

Рис. 1. Мінімальний та максимальний глобальні переходи:  
 а – до припинення галуження переходів коефіцієнта надійності розпізнавання;  
 б – до моменту перетворення у нуль коефіцієнта надійності розпізнавання

Основна відмінність між випадками а і б полягає в тому, що перший випадок стосується визначення ймовірностей незаміщення правильного об'єкта неправильним у списку можливих претендентів [3], а другий – визначення апостеріорних параметрів надійності.

Не важко вивести залежність між розміром послідовності правильних об'єктів і кількістю переходів до припинення галуження та до моменту перетворення у нуль коефіцієнта надійності розпізнавання. Довжина мінімального та максимального глобальних переходів для послідовності з  $v$  правильних об'єктів у першому випадку запишеться у вигляді

$$\begin{aligned} l_{\min} &= v - 1 \\ l_{\max} &= \frac{1}{2}v(v - 1), \end{aligned} \quad (1)$$

а в другому

$$\begin{aligned} l_{\min} &= v \\ l_{\max} &= \frac{1}{2}v(v + 1). \end{aligned} \quad (2)$$

Тоді відношення довжини максимального до довжини мінімального переходу у першому випадку дорівнює

$$\frac{l_{\max}}{l_{\min}} = \frac{1}{2}v, \quad (3)$$

а в другому

$$\frac{l_{\max}}{l_{\min}} = \frac{1}{2}(v + 1). \quad (4)$$

Із формул (1)–(4) можна зробити такі висновки. Функціональна залежність між  $v$  та  $l_{\max}$  в обох випадках являє собою поліном другого степеня без вільного члена. Залежність між  $v$  та  $l_{\min}$  являє собою лінійну функцію, яка в першому випадку зміщена на  $-1$ . Що стосується відношення

$\frac{l_{\max}}{l_{\min}}$ , то в першому випадку – це лінійна залежність з нульовим зміщенням, а в другому – зі зміщенням, що дорівнює  $\frac{1}{2}$ .

Якщо кількість переходів коефіцієнта надійності розпізнавання  $Kr$  до перетворення його у нуль дорівнює  $l$ , то відношення  $\frac{l_{\max}}{l} = \frac{v(v+1)}{2l}$  дає оцінку скупченості об'єктів цього класу. Потрібно зазначити, що ця оцінка є відносною. Це означає, що міра скупченості буде залежати від стану як базових об'єктів, так і вхідних об'єктів, що подаються на розпізнавання. Отже, скупченість об'єктів буде тим більшою, чим коротшим буде перехід, а всі об'єкти, що подаються на розпізнавання, піддаються однакової дії спотворюючих чинників.

Нехай, наприклад, існує набір спотворюючих чинників  $\theta$  та  $\vartheta$ . Під першим спотворюючим чинником розумітимемо довільний недолік в алгоритмі системи підтримки прийняття рішення, а під другим – зовнішні спотворюючі чинники. Тоді коефіцієнт надійності розпізнавання  $Kr$  буде функцією цих двох параметрів, тобто  $Kr = f(\theta, \vartheta)$  [1]. Для дискретного випадку цю залежність позначатимемо як  $Kr_{\theta, \vartheta}$ .

Допустимо, що  $\theta$  – вектор відхилень параметрів алгоритму системи підтримки прийняття рішення від оптимальних, а  $\vartheta$  – вектор зовнішніх спотворюючих чинників. Апостеріорна надійність системи підтримки прийняття рішення стосовно одного об'єкта може бути описана таким параметром надійності  $r_{\theta, \vartheta}$ :

$$r_{\theta, \vartheta} = \frac{(1 - P_{\theta})r_{\theta|\vartheta} + (1 - P_{\vartheta})r_{\vartheta|\theta}}{2}, \quad (5)$$

де  $P_{\theta}, P_{\vartheta} \in (0, 1]$  – відповідно ймовірності вибігу параметрів системи підтримки прийняття рішення з певного діапазону та появи неврахованих значень зовнішніх спотворюючих чинників, а

$$r_{\theta|\vartheta} = \frac{\prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \sum_{s=1}^f \sum_{k=1}^l Kr_{\theta_i^{[k]}|\vartheta_j^{[s]}} \theta_i^{[k]}}{\prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \sum_{s=1}^f \sum_{k=1}^l \theta_i^{[k]}}, \quad r_{\vartheta|\theta} = \frac{\prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \sum_{k=1}^{l'} \sum_{s=1}^{f'} Kr_{\vartheta_j^{[s]}|\theta_i^{[k]}} \vartheta_j^{[s]}}{\prod_{j=1}^m \prod_{i=1}^n \sum_{k=1}^{l'} \sum_{s=1}^{f'} \vartheta_j^{[s]}}. \quad (6)$$

Потрібно зазначити, що право на існування має як адитивна, так і мультиплікативна модель розрахунку параметра надійності системи підтримки прийняття рішення, проте ми використовуємо лише адитивну модель (5).

Усереднений максимум параметрів  $r_{\theta|\vartheta}$  та  $r_{\vartheta|\theta}$  (6) у заданому діапазоні їх змін обчислюється в такий спосіб:

$$r_{\theta, \vartheta}^{\sup} = \frac{\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \sup_{k \in [1, l], s \in [1, f]} (Kr_{\theta_i^{[k]}|\vartheta_j^{[s]}})}{mn}. \quad (7)$$

Параметр (7) не враховує інтенсивності дії зовнішніх спотворюючих чинників, проте дає можливість оцінити потенціальні можливості системи у заданому діапазоні значень цих чинників.

### **Визначення апостеріорних параметрів надійності розпізнавання зображення об'єкта при дії на нього зовнішніх спотворюючих чинників**

Визначаючи апостеріорні надійнісні параметри для окремо взятого об'єкта, виберемо як зовнішні спотворюючі чинники зміну середнього рівня яскравості  $\Delta B_{сер}$  та зміну відношення

сигнал/шум  $SNR$ . Зашумлення здійснюється гауссівським шумом. Як змінний параметр системи підтримки прийняття рішення приймемо кількість спектральних складових  $\psi$  перетворення Карунена – Лоева [4], що є базовим алгоритмом для такої системи. Практичний сенс має розгляд лише тієї частини глобальних переходів, що відповідає тому чи іншому діапазону зміни спотворюючих чинників.

Проведемо експериментальне дослідження надійності системи розпізнавання облич людей. База даних, з якою працює ця система, нараховує 40 класів по 18 реалізацій на кожний клас – разом 720 об'єктів. Як ознаки, як уже було зазначено вище, використовуються спектральні компоненти ортогонального перетворення Карунена – Лоева. Для спрощення вибиратимемо ознаки з початку спектра, поступово збільшуючи їх кількість.

На рис. 2 показана залежність коефіцієнта надійності розпізнавання від зміни середнього рівня яскравості за умови, що набір спектральних складових  $\psi$  є сталою величиною. Відрахунок зміни середнього рівня яскравості проводиться в досліджуваному діапазоні  $\Delta B_{сер}^* = 100$  відносно максимального значення яскравості  $B_{сер}^{max} = 175$ , яке буде оптимальним тому, що цьому значенню відповідає максимальне значення  $Kr_{\Delta B_{сер}|\psi}$  для більшості значень  $\psi$ . Як видно з цього рисунка, відмінність між усіма кривими в інтервалі змін середніх яскравостей від 0 до 60 стає незначною, що означає можливість використання навіть невеликої кількості спектральних ознак для забезпечення задовільних показників роботи цієї системи.

Криві, що відповідають кількості спектральних складових до 20 включно, мають обмеження знизу при відхиленнях середнього рівня яскравості від 80 до 100. При зниженні середньої яскравості збільшується контраст зображення. Це спричиняє розширення спектра цього зображення, оскільки збільшується відносний перепад між околom мінімальних та максимальних яскравостей. За розширеного спектра для надійного розпізнавання потрібно враховувати більше спектральних складових – не менше ніж 40.

Діапазон змін яскравості  $\Delta B_{сер} = 100$  не слід змінювати, тому що він охоплює практично усі можливі рівні середньої яскравості цього напівтонового зображення. Значення порога середньої яскравості було вибрано на рівні 75, оскільки при його зменшенні з'являтимуться випадкові спотворення, пов'язані з обмеженістю рівнів яскравості на напівтоновому зображенні. Кількість градацій яскравості становить 256, а змінюється яскравість в градаціях від 0 до 255. Поступове збільшення значення порога при збереженні вказаного діапазону змін яскравості також призводить до спотворень.

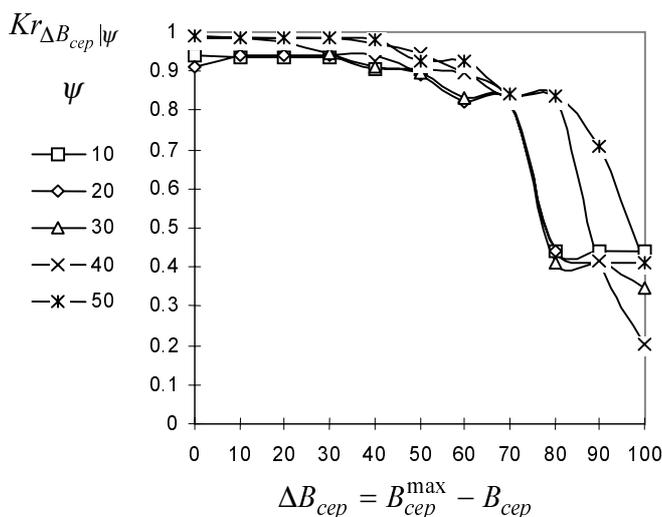


Рис. 2. Залежність коефіцієнта надійності розпізнавання від зміни середнього рівня яскравості за фіксованого набору спектральних складових

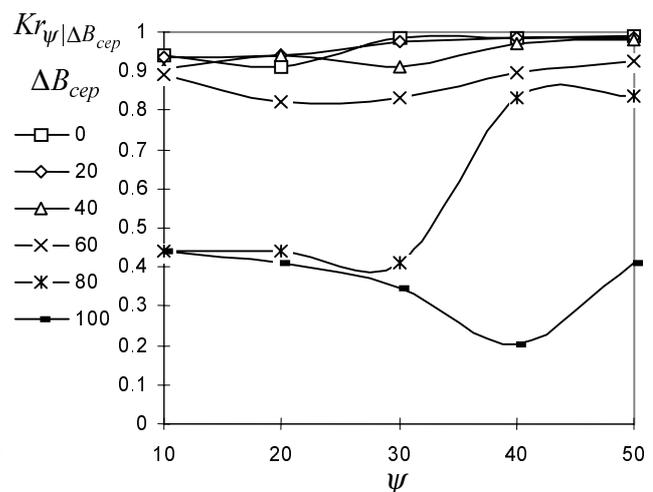


Рис. 3. Залежність коефіцієнта надійності розпізнавання від зміни набору спектральних складових за фіксованої зміни середнього рівня яскравості

На рис. 3 показана залежність коефіцієнта надійності розпізнавання від набору спектральних складових за умови, що зміна середнього рівня яскравості  $\Delta B_{сер}$  є сталою величиною. Від основної групи кривих відрізняються дві криві, що відповідають найнижчим рівням яскравості. З цього можна зробити висновок, що рівень середньої яскравості зображення, яке подається на вхід системи, має бути не більш ніж на 60 рівнів меншим від прийнятого максимального його значення.

На рис. 4 показано усереднені по діапазону змін середнього рівня яскравості значення параметра надійності за фіксованого набору спектральних складових. Для розрахунку цих значень на кожному наборі спектральних складових  $\psi^{[s]}$  було використане відношення суми добутків  $Kr_{\Delta B_{сер}|\psi}$  на  $\Delta B_{сер} = B_{сер}^{max} - B_{сер}$ , де  $B_{сер}^{max} = B_{сер}^{nop} + 100$  і  $B_{сер}^{nop} = 75$ , до суми  $\Delta B_{сер}$ . З графіка на рисунку видно, що при збільшенні набору спектральних складових надійність системи розпізнавання монотонно збільшується.

Для набору спектральних складових від 10 до 20 крива є менш крутою, ніж у разі набору від 40 до 50. Це пояснюється тим, що для більших наборів спектральних складових відповідні криві на рис. 2 не мають нижнього обмеження за малих значень рівня середньої яскравості.

На рис. 5 показано усереднені по діапазону змін набору спектральних складових значення параметра надійності за фіксованої зміни середнього рівня яскравості. Наведені значення розраховуються як відношення суми добутків  $Kr_{\psi|\Delta B_{сер}}$  на  $\psi$  до суми  $\psi$ . Починаючи з рівня середньої яскравості, нижчого на 60 градацій від максимального значення, крива починає заходити в область насичення. Це означає, що надійне розпізнавання можна отримати в діапазоні змін середнього рівня яскравості, що дорівнює 60. Такий висновок підтверджується кривими на рис. 3.

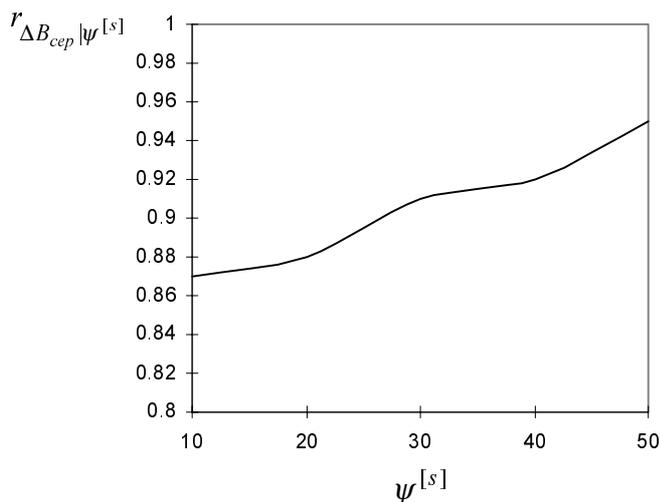


Рис. 4. Усереднені по діапазону змін середнього рівня яскравості значення параметра надійності за фіксованого набору спектральних складових

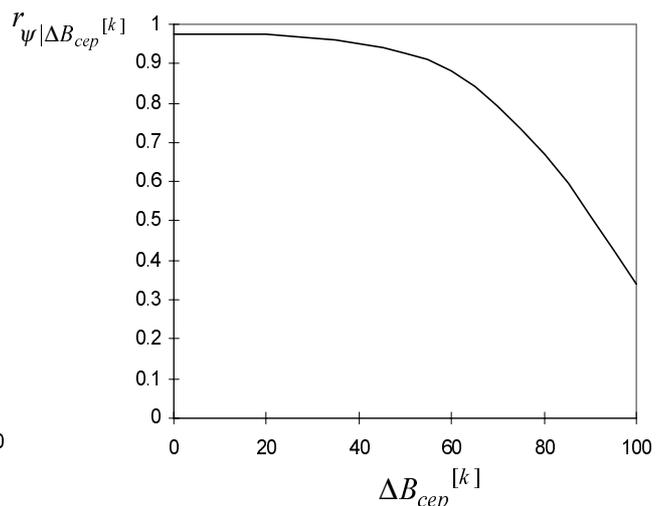


Рис. 5. Усереднені по діапазону змін набору спектральних складових значення параметра надійності за фіксованої зміни середнього рівня яскравості

Рис. 6 вказує на те, що збільшення відношення сигнал/шум для різних наборів спектральних складових призводить до збільшення коефіцієнта надійності розпізнавання, яке також може відбуватися немонотонно. Немонотонність пов'язана із випадковим спотворенням зображення. Для кривої, що будується при  $\psi = 30$ , характерна впадина в інтервалі значень  $SNR$  від 15 до 20 дБ (порівняти з рис. 7). Тому ясно, що для надійного розпізнавання набір спектральних складових повинен бути не меншим, ніж 30.

Із рис. 7 випливає, що збільшення набору спектральних складових призводить до збільшення коефіцієнта надійності розпізнавання, однак це відбувається монотонно не для всіх значень відношення сигнал/шум. Так, для відношень сигнал/шум 15 і 20 дБ за потужністю відповідні криві мають впадини. Мінімуми  $Kr_{\psi|SNR}$  досягаються в околі  $\psi = 30$  для обидвох кривих. Необхідно зауважити, що значення цих мінімумів є близькими. Вибраний в межах 35 дБ діапазон змін відношення сигнал/шум охоплює всі можливі реалізації зашумленого зображення.

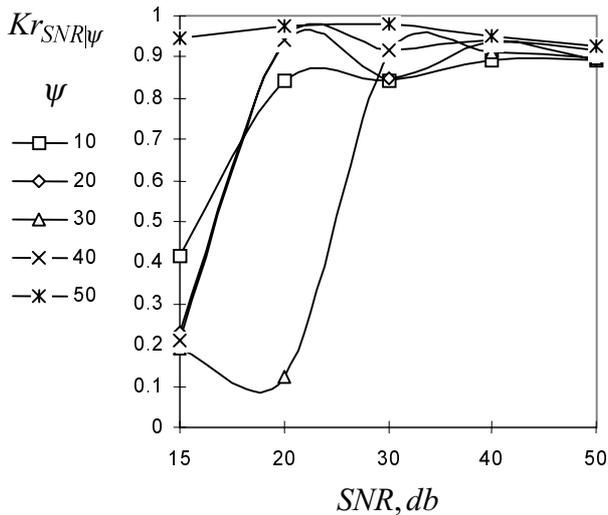


Рис. 6. Залежність коефіцієнта надійності розпізнавання від зміни відношення сигнал/шум за фіксованого набору спектральних складових

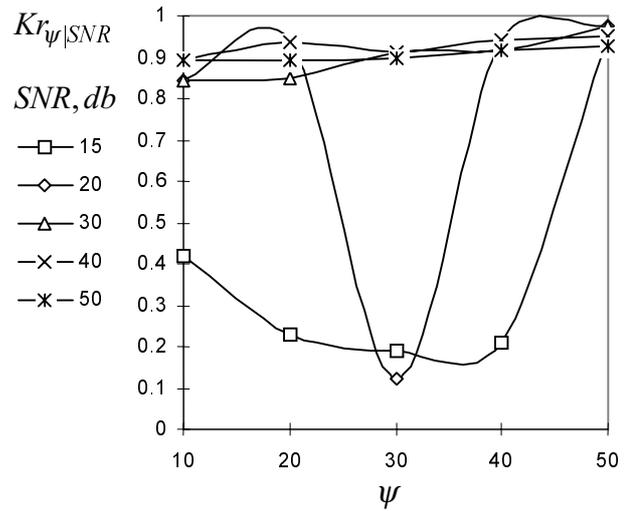


Рис. 7. Залежність коефіцієнта надійності розпізнавання від зміни набору спектральних складових за фіксованого відношення сигнал/шум

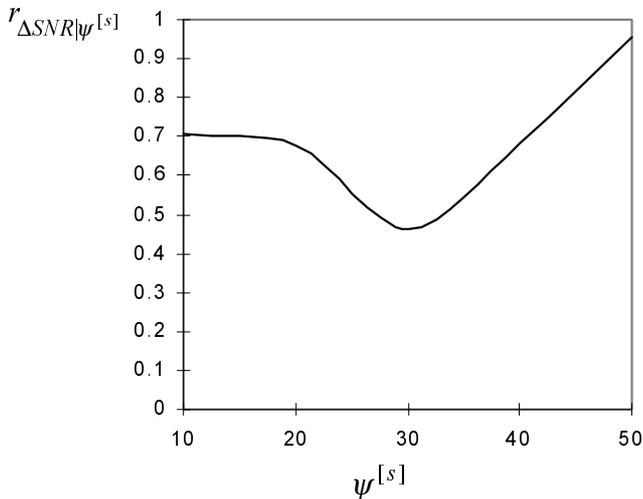


Рис. 8. Усереднені по діапазону змін відношення сигнал/шум значення параметра надійності за фіксованих наборів спектральних складових

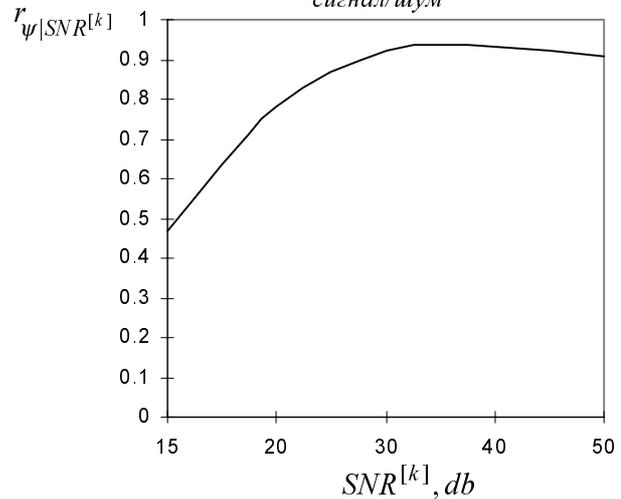


Рис. 9. Усереднені по діапазону змін наборів спектральних складових значення параметра надійності за фіксованих значень відношення сигнал/шум

Залежності, показані на рис. 8 та 9, будуються аналогічно до залежностей рис. 4 та 5. Зазначимо лише, що за оптимальне значення відношення сигнал/шум було взято  $SNR_{\max} = 50$  дБ і  $\Delta SNR = SNR_{\max} - SNR$ . Рис. 8 вказує на те, що за збільшення набору спектральних складових підвищується надійність розпізнавання для цього діапазону змін відношення сигнал/шум. Впадина на цій характеристиці добре узгоджується з рис. 7. Мінімум  $Kr_{\psi|SNR}$  досягається для кривих з рівнем відношення сигнал/шум 15 і 20 дБ як раз в околі  $\psi = 30$ . Крива, що відповідає відношенню сигнал/шум 15 дБ (рис. 7), має полого дно і тому не може істотно вплинути на фіксацію мінімуму кривої на рис. 8. Зате крива, що відповідає відношенню сигнал/шум 20 дБ, має гостро виражений мінімум в околі  $\psi = 30$ . Цей мінімум забезпечує фіксацію дна кривої на рис. 8.

За збільшення відношення сигнал/шум в усьому діапазоні змін наборів спектральних складових також зростає надійність розпізнавання. Крива на рис. 9 прямує до насичення і досягає його при  $SNR^{[k]} = 30$  дБ. Це пояснюється тим, що починаючи з  $SNR^{[k]} = 30$  дБ, усі криві на рис. 6 стабілізуються, зазнаючи лише невеликих коливань.

На завершення зазначимо, що цей підхід щодо оцінки апостеріорної надійності може бути застосований лише для порівняння різних систем підтримки прийняття рішення чи систем розпізнавання. Він ґрунтується на реєстрації параметрів, які використовуються в подальшому розрахунку параметра надійності. Відповіді на запитання, наскільки вдало вибрані параметри тієї чи іншої системи, підхід не дає, як не дає він і вичерпної відповіді про вплив спотворюючих чинників.

### Висновки

У цій роботі отримано такі результати:

- Встановлено залежність між розміром послідовності правильних об'єктів і кількістю переходів до припинення галуження та до моменту перетворення у нуль коефіцієнта надійності розпізнавання.
- Побудовано вирази для визначення параметра надійності як функції від вектора зовнішніх спотворюючих чинників, вектора відхилень параметрів системи підтримки прийняття рішення та коефіцієнта надійності розпізнавання.
- Отримано графічні залежності коефіцієнта надійності розпізнавання від зміни середнього рівня яскравості та зміни відношення сигнал/шум. Як базовий алгоритм для аналізованої системи підтримки прийняття рішення було використано перетворення Карунена – Лоева. Побудовано залежності параметра надійності від змін спотворюючих чинників та кількості спектральних складових.
- Зроблено опис отриманих графічних результатів.

1. Капустій Б.О., Русин Б.П., Таянов В.А. Про особливості стохастичних характеристик коефіцієнта надійності розпізнавання для об'єктів з класу  $R^3$  // Вісник НУ "Львівська політехніка" "Радіоелектроніка та телекомунікації". – 2003. – № 444. – С. 69–76. 2. Капустій Б.О., Русин Б.П., Таянов В.А. Розподіл середньоквадратичних відстаней між об'єктами в просторі  $R^2$  // Відбір і обробка інформації. – 2003. – Вип. 19(95). 3. Капустій Б.Е., Русин Б.П., Таянов В.А. Новый подход к определению вероятности правильного распознавания объектов множеств. Управляющие системы и машины. – М., 2003. 4. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов / Пер. с англ. – М., 1999.

УДК 621.372.54

Ірина Стрелковська

Одеська національна академія зв'язку ім. О.С. Попова,  
кафедра вищої математики

## ПОВНА ЕНЕРГІЯ СЕЛЕКТИВНИХ СИГНАЛІВ З ПАРАМЕТРАМИ, ПОБУДОВАНИХ НА ОСНОВІ СПЛАЙН-ІНТЕРПОЛЯЦІЇ

© Стрелковська Ірина, 2004

Розглянуто селективні сигнали для випадку інтерполяції їх спектральної щільності кубічним сплайном. Знайдено аналітичний вираз для селективних сигналів, які залежать від параметрів. Отримано вираз повної енергії цих сигналів.

In this paper selective signals for a case of interpolation of their spectral density by cubic spline are considered. We found the analytical expression for the selective signals, which depend on parameters; we've obtained expression of full energy of its signals.

Підвищення спектральної ефективності цифрових телекомунікаційних систем пов'язано з питаннями синтезу сигналів з фінітним спектром, що задовольняють першому критерію Найквіста, який записується у вигляді [1]