УДК 004.75

Олег Заставний
Тернопільська академія народного господарства,
Інститут комп'ютерних інформаційних технологій

ДОСЛІДЖЕННЯ ТЕОРЕТИКО-ЧИСЛОВИХ БАЗИСІВ ЯК ОСНОВИ ПОБУДОВИ ДВОВИМІРНИХ ШУМОПОДІБНИХ СИГНАЛІВ

Проведено аналіз існуючих шумоподібних кодових послідовностей та наведено напрямки пошуку нових ефективних одновимірних та двовимірних кодових послідовностей.

In this paper conducted the analysis of existent spread spectrum code sequences and shown directions of search of new effective code sequences one-dimensional and two-dimensional.

Вступ

Стрімкий розвиток інформаційних технологій потребує використання ефективних та надійних каналів зв'язку. Причому для багатьох систем (віддалені та мобільні об'єкти) зручним та доцільним є використання безпровідних каналів зв'язку, зокрема радіоканалу. Проте високе насичення радіоканалів у всіх частотних діапазонах, високий рівень промислових завад та велика кількість користувачів ускладнюють його використання.

Більшість систем, що використовують радіоканал для передавання інформації, застосовують широкосмугові сигнали (ШСС).

Теорія одновимірних ШСС ґрунтується на властивостях базису Галуа, найчастіше представляє М-сигнали або послідовності максимальної довжини, які характеризуються широкосмуговою АЧХ та імпульсною автокореляційною функцією [1]. Перехід до двовимірних ШСС, як показано в [2], дає змогу на 15 – 30 % підвищити завадозахищеність передавання цифрових повідомлень по відношенню до відомих одновимірних ШСС. В той самий час теорія формування двовимірних ШСС практично відсутня і потребує спеціальних досліджень.

1. Аналіз теоретико-числових базисів

Сьогодні в теорії та техніці цифрової обробки даних ефективно використовують такі теоретико-числові базиси (ТЧБ) [3]: унітарний, Хаара, Крейга, Уолша, Радемахера, Грея, Крестенсона та Галуа. Аналіз використання ТЧБ в різних галузях інформаційних технологій показує виключно широке застосування базису Радемахера, який породжує двійкову систему числення. В той самий час світовий досвід застосування ТЧБ для швидких теоретико-числових перетворень, реалізація засобів цифрової згортки та цифрової фільтрації сигналів показує, що значні переваги по швидкодії спецпроцесорів та кількість операцій програмних алгоритмів забезпечують базиси Крестенсона та Галуа [4]. Важливою системною характеристикою ТЧБ є кодова матриця, яка показана на рис. 1.

З рис. 1 видно, що базиси унітарний, Хаара, Крейга, Уолша і Галуа [2] є одновимірними дворівневими, тобто являють собою виродження багаторівневих аналогічних базисів. Тільки єдиний із названих базисів базис Галуа передбачає максимальне упакування інформації, що виражається векторним поданням кодової матриці з обсягом V=N, де N – діапазон кодування чисел.

$$M_{\mathrm{Uni}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{vmatrix}, \qquad M_{har} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix}$$

а) б)

$$M_{\mathrm{Gr}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}, \quad M_{\mathrm{Rad}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \end{vmatrix}$$

в) г)

$$M_{\mathrm{Cr}} = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{vmatrix}, \quad M_{\mathrm{Gres}} = \begin{vmatrix} P_1 & P_2 & \dots & P_x \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & 1 & \dots & 1 \\ 2 & 2 & \dots & 2 \\ 0 & 3 & \dots & 3 \\ 1 & 4 & \dots & 4 \\ 2 & 0 & \dots & 5 \\ 0 & 1 & \dots & 6 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & a_x \end{vmatrix}, \quad M_{\mathrm{G}} = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \dots \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ \dots \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{vmatrix}$$

д) ж) з)

Рис 1. Кодові матриці дискретних базисів: а – унітарного; б – Хаара; в – Грея; г – Радемахера; д – Крейга; ж– Галуа; з – Крестенсона

Одновимірні багаторівневі базиси Крестенсона (Р) та Галуа (Р) породжують відповідно систему числення залишкових класів (СЗК) та систему числення Галуа (СЧГ). При цьому СЗК дає змогу максимально розпаралелити обчислювальні процеси при виконанні арифметичних операцій, що забезпечує максимальну швидкодію спецпроцесорів цифрової обробки даних. Застосування СЧГ уможливлює реалізувати вертикальну інформаційну технологію за формування даних в низових комп'ютерних мережах, створити засоби біт-орієнтованого програмування в базисі Галуа, а також здійснити ефективне завадозахищене кодування даних на основі рекурентних алгоритмів.

Викладені властивості одновимірних багаторівневих теоретико-числових базисів (ТЧБ) дає змогу вважати за доцільне проводити більш глибокі дослідження інших багаторівневих ТЧБ: Хаара, Уолша та Галуа. Крім того, перспективним є розвиток багатовимірних дворівневих та багаторівневих ТЧБ, які можуть стати ефективним інструментом синтезу багаторівневих та багатовимірних ШСС для розв'язання задач підвищення завадозахищеності вихідних сигналів автономних сенсорів та інших прикладних задач.

2. Методика формування матриць

Шумоподібні кодові послідовності (КП) характеризуються особливими автокореляційними властивостями, тобто максимальним значенням відношення амплітуди головної пелюстки АКФ, до максимального викиду бокової пелюстки, що можна розрахувати за формулою

$$V_m = \frac{\phi_{ss(0)}}{\phi_{ss(j)}},$$

де $\phi_{ss(0)}$ – рівень головної пелюстки АКФ, а $\phi_{ss(j)}$ – максимальний рівень бокової пелюстки.

Водночас це відношення зростає при збільшенні довжини КП, проте велика довжина КП знижує ефективність використання каналів зв'язку. Тому доцільним є використання коротких КП з максимальним V_m, які дають змогу забезпечити необхідну завадостійкість для розв'язання конкретного класу задач. Найкращі кореляційні властивості мають коди Баркера [5]; вони знайшли широке застосування в багатьох галузях систем зв'язку, зокрема в системах мобільного зв'язку стандарту GSM, безпровідних комп'ютерних мережах стандарту IEEE 802.11 тощо.

Мала кількість кодів Баркера та невелика їх довжина обмежують можливості їх використання в інших задачах, де потрібна більша завадостійкість та обмежена потужність приймально-передавального обладнання. Для таких задач використовують КП більшої довжини, зокрема М-послідовності. Проте ці коди мають, як правило, гірші характеристики порівняно з кодами Баркера, зокрема більший рівень бокових пелюсток. Тому в таких випадках доцільно використовувати двовимірні КП, які за такої самої довжини КП мають менший рівень бокових пелюсток, а, отже, і кращі кореляційні властивості.

Проаналізувавши КП від 3 до 25 розрядів, можна зробити висновок, що ефективні КП мають приблизно рівну кількість нулів та одиниць у своєму коді, тобто

$$\sum a - \sum b = \pm 1,$$

де $\sum a$ – кількість нульових елементів у КП, а $\sum b$ – кількість одиничних елементів. Причому ця рівність справедлива лише для КП, які мають максимальний рівень бокової пелюстки –1.

На рис. 2 зображено позиції КП та їх десяткові подання.

З цього рисунка видно, що зі зростанням довжини кодової послідовності збільшується її діапазон подання, а, отже, і кількість кодів для цієї розрядності.

Використання цієї залежності дає змогу значно скоротити час пошуку ефективних КП великої розрядності.

В двовимірних сигналах використовується матриця m розміру на h. Для передавання цього сигналу по каналу зв'язку матриця розбивається на лінійки і послідовно передається, в приймачі прийнятий сигнал знову складається в матрицю і проводиться кореляція.

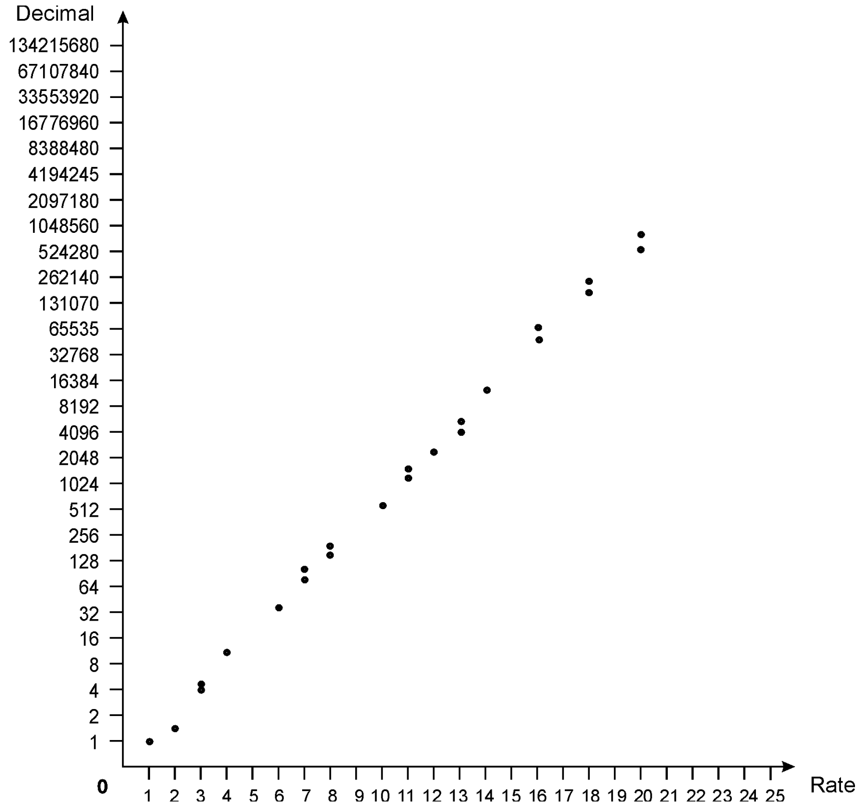

Рис. 2. Позиції КП та їх десяткові подання

Кореляційна функція для цієї матриці обчислюється за допомогою однієї з таких формул:

$$K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^{h}\sum_{i=1}^{m} x_{i,j}\cdot y_{i,j} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{h} x_{i,j}\cdot y_{i,j}\ ;$$

$$K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^{h}\sum_{i=1}^{m} x_{i,j}\cdot y_{i,j} + \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=h}^{1} x_{i,j}\cdot y_{i,j}\ ;$$

$$K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^{h}\sum_{i=1}^{m} x_{i,j}\cdot y_{i,j} + \sum_{i=m}^{1}\sum_{j=1}^{h} x_{i,j}\cdot y_{i,j}\ ;$$

$$K_{(x,y)} = \sum_{j=1}^{h}\sum_{i=1}^{m} x_{i,j}\cdot y_{i,j} + \sum_{i=m}^{1}\sum_{j=h}^{1} x_{i,j}\cdot y_{i,j}\ ,$$

де h – висота матриці; m – ширина матриці.

В цих формулах може використовуватися й інша функція кореляції: $\mathrm{sign}(\dot{x}_i)\cdot\mathrm{sign}(\dot{y}_{i+j})$ – для знакової; $\dot{x}_i\cdot\mathrm{sign}(\dot{y}_{i+j})$ – для релейної; $x_i\cdot y_{i+j}$ – для коваріаційної; $(\dot{x}_i\cdot\dot{y}_{i+j})/\delta_x\cdot\delta_y$ – нормалізована кореляція; $(x_i\cdot y_{i+j})^2$ – для структурної; $|x_i|\cdot|y_{i+j}|$ – для модульної; $\check{Z}(x_i, y_{i+j})$ – еквівалентності.

Висновок

Викладені дослідження теоретико-числових базисів та інформаційних технологій генерування кодових сигналів Баркера одновимірного та двовимірного класів дали змогу встановити їх фундаментальні теоретико-числові основи, що уможливлює сформулювати основи теорії одновимірних та двовимірних сигналів з особливими кореляційними властивостями. Ця теорія може бути необхідним інструментом розвитку теорії шумоподібних сигналів та розширити сферу їх ефективного застосування в комп'ютерних мережах та телекомунікаційних системах, в тому числі для побудови різних типів автономних сенсорів.

1. Варакин Л. Е. Теория сложных сигналов. – М., 1970. 2. O. Zastavniy Autonomous Sensor for Protection of Telecommunication Stations // The Experience of Designing and Application of CAD Systems in Microelectronics. Proceeding of the VIIth International Conference CADSM 2003. – Lviv-Slavsko. Ukraine. 3. Николайчук Я., Король Р. Вертикальна інформаційна технологія в базисі Галуа – новий напрямок у розвитку комп'ютерних машин. – К., 2003. 4. Борков К.В. Малыгин И. Перспективные способы модуляции в широкополосных системах передачи данных. – М., 1999. 6. Melnichuk S.I. Devices with use spread spectrum in radio channels for transfer reception of the data about a condition of the remote objects petroleum - gas production. // Investigation and development of petroleum and gas deposits. – Ivano-Frankivsk. – 1997. – №34. – P. 232–236. 7. Николайчук Я.М., Заставний О.М. Методологія побудови автономних сенсорів для розподілених комп'ютерних мереж // Вісник Технологічного університету Поділля. – Хмельницький. – 2002. – №3. – Т1. – С. 142–146.

УДК 512.86

Богдан Костік
ВАТ "Укртелеком", дирекція первинної мережі

МАТРИЦІ ПРИВЕДЕННЯ ДИФЕРЕНЦІЙНИХ РІВНЯНЬ ДО КОАГУЛЬОВАНОЇ ФОРМИ

Знайдено оригінальні матриці лінійного перетворення неоднорідних диференційних рівнянь до чисто діагональної (канонічної) форми для випадку, коли власні значення матриці параметрів різні, і до квазідіагональної форми, що має нормальну жорданову форму, для випадку, коли власні значення матриці параметрів, кратні з елементарними дільниками вище першого порядку. Показано деякі спрощені форми матриць перетворення. Отримані формули мають простий, наочний вигляд і придатні для інженерних розрахунків.

The original matrixes of linear transformation of the inhomogeneous differential equations to the purely diagonal (canonical) form for case are found, when the eigenvalues of a matrix of parameters are various; and to the quasidiagonal form having the normal Jordan form, for case, when the eigenvalues of a matrix of parameters multiple with elementary dividers are higher than the first order. Some simplified forms of transformation matrixes are shown. The obtained formulas have idle time, a visual aspect and are suitable for engineering calculations.

Розглянемо матричне диференційне рівняння

$$\frac{dX}{dt} = AX(t) + KV(t), \tag{1}$$

де X(t), $\frac{dX(t)}{dt}$ – n-мірні матриці-стовпці шуканих змінних і їхніх похідних; A – квадратна матриця порядку *n* постійних дійсних коефіцієнтів або заданих функцій деякої незалежної змінної (параметра); V(t) – m-мірна матриця-стовпець зовнішніх збуджень; K(t) – матриця сталих дійсних коефіцієнтів або відомих функцій незалежної змінної; t – незалежна змінна (параметр).