

# ТЕОРІЯ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ КІЛ ТА СИГНАЛІВ

УДК 621.91:621.391

Анджей Борис,<sup>1</sup> Ігор Яворський<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Інститут телекомунікації Технічно-сільськогосподарської академії,  
м. Бидгощ, Польща,

<sup>2</sup>Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

## ОЦІНЮВАННЯ ЧАСУ ЗАПІЗНЕННЯ ПРИ ВИКОРИСТАННІ МЕТОДУ ПОШУКУ МІНІМАЛЬНОЇ ВІДСТАНИ ЕВКЛІДА

© Борис Анджей, Яворський Ігор, 2004

Задано задачу оцінювання часу запізнєння з використанням методу пошуку мінімальної відстані Евкліда між двома сигналами. Показано переваги цього підходу над методом, за якого використовують оцінювання взаємної кореляційної функції.

The problem of time estimation using the method of searching for Euclidean distance minimum is analyzed in this paper. The advantages of this method over the method, in which the estimation of the cross correlation function is used, is shown.

### Постановка питання

Метод оцінювання часу запізнєння на основі пошуку мінімальної відстані Евкліда між двома сигналами був використаний в [1] для визначення так званих профілів швидкостей, з якими рухаються частинки у двофазних турбулентних потоках. Експериментально показано, що цей метод дає можливість отримати кращі результати від тих, що отримують за допомогою оцінювання і аналізу взаємної кореляційної функції. У цій роботі проведено його теоретичний аналіз.

Вимірювальні пристрої, використані в [1], є типовими приладами, які складаються з двох оптичних датчиків, поміщених в одному зонді на невеликій відстані один від одного (рис. 1).

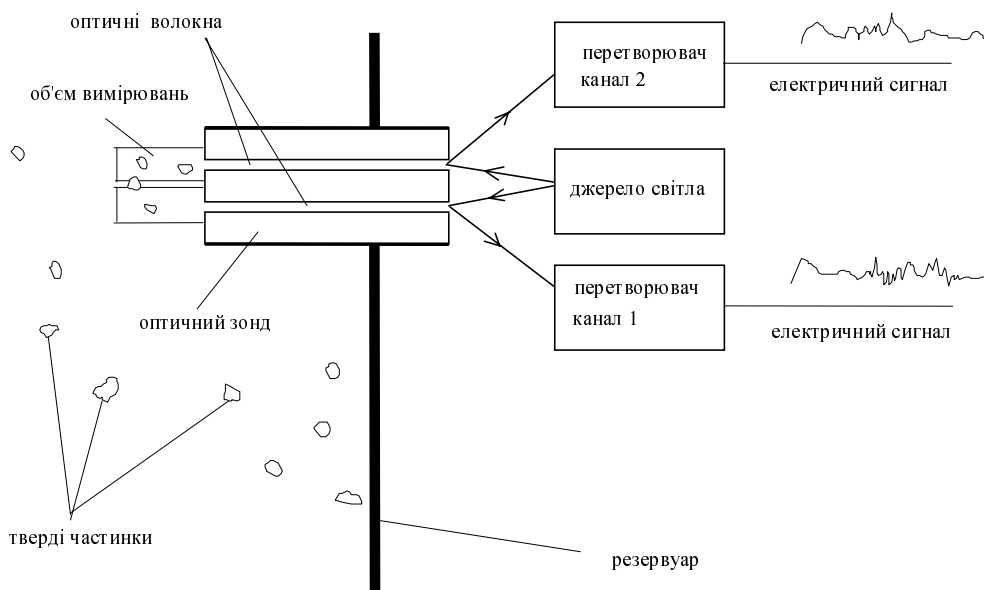


Рис. 1. Вимірювальний пристрій для визначення часу запізнєння

### Алгоритм оцінки часу запізнення

В алгоритмі оцінювання часу запізнення, який розглянуто в [1], необхідно виділити такі кроки:

1. Знаходження характерного фрагмента  $s_1(t)$  у вимірювальному сигналі з першого датчика (тобто у сигналі  $x(t) = s_1(t) + n_1(t)$ , де  $n_1(t)$  – адитивний шум у першому вимірювальному каналі).

2. Знаходження характерного фрагмента  $s_2(t)$  у вимірювальному сигналі з другого датчика (тобто у сигналі  $y(t) = s_2(t) + n_2(t)$ , де  $n_2(t)$  – адитивний шум у другому каналі).

3. Визначення різниці між часами появи характерних фрагментів у вимірювальних сигналах з першого і другого каналів.

4. Перехід до наступного характерного фрагмента у сигналах.

Пошук мінімальної відстані Евкліда відбувається в п. 3 алгоритму з метою оцінювання часової різниці між появами фрагментів у вимірювальних сигналах, що походять з першого і другого каналів (рис. 2).

Різниця часів появи мінімумів на рис. 2, г є оцінкою часу переходу агрегата між датчиками вимірювального зонда.

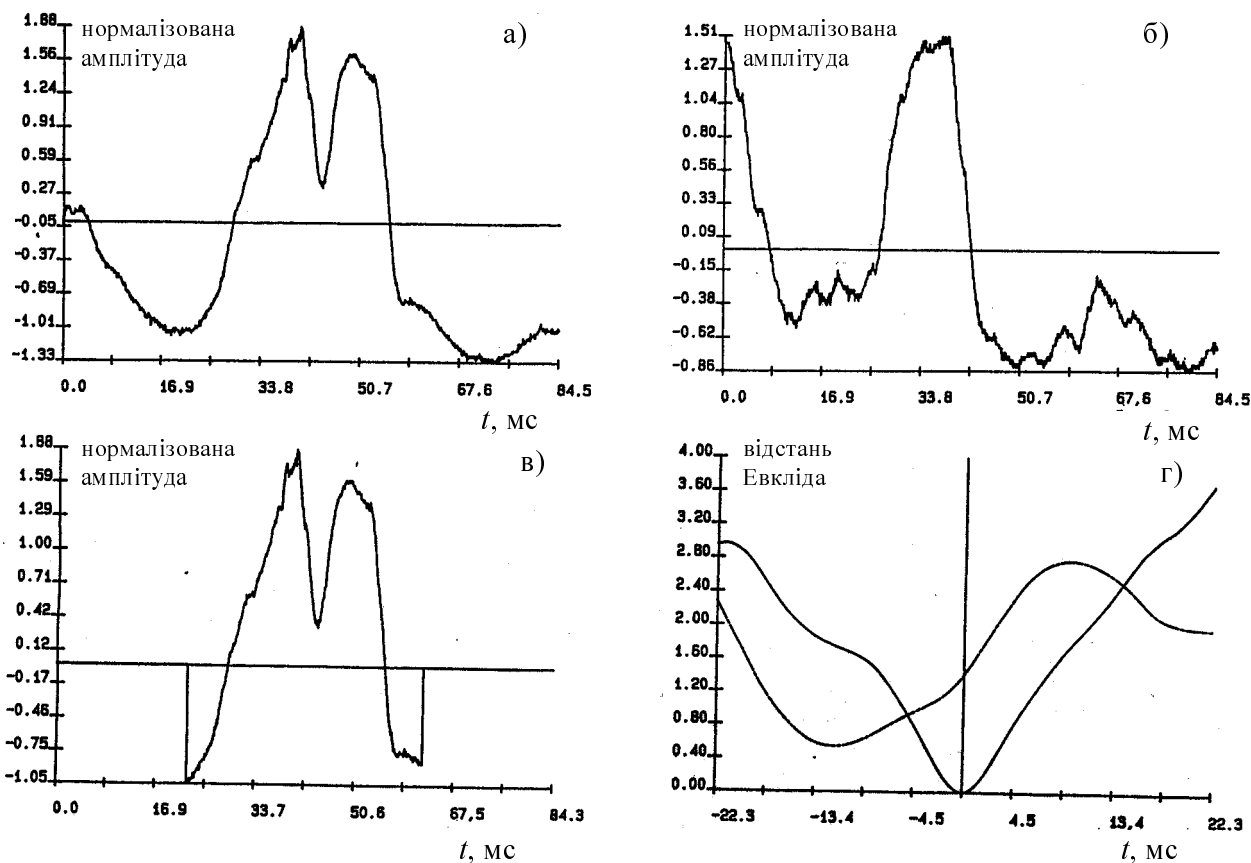


Рис. 2. Пошук мінімальної відстані Евкліда: а – сегмент вимірювального сигналу з першого каналу; б – відповідний сегмент вимірювального сигналу з другого каналу; в – фрагмент сигналу з рис. 2, а, взятий для розрахунку відстані Евкліда (тобто розрахунку відстані між тим сигналом і сигналами з а або б); г – відстань Евкліда: лінія справа – для сигналу з рис. в і сигналу з рис. а, лінія зліва – для сигналу з рис. в і сигналу з рис. б

Відстань Евкліда  $d_{xy}(\tau)$  між двома сегментами сигналів  $x(t)$  і  $y(t)$  визначається у такий спосіб:

$$d_{xy}(\tau) = \sqrt{\int_{-T/2}^{T/2} [x(t) - y(t + \tau)]^2 dt}, \quad (1)$$

де  $T$  є часом тривання сегмента сигналу, який показаний на рис. 2, в. Для зменшення розрахунків початковий відлік часу вибраний у середині сегмента. Величина  $\tau$  у виразі (1) є зсувом часу між сигналами першого й другого вимірювальних каналів.

### Порівняння двох методів оцінки часу запізнення

Порівняємо цей метод з методом, що використовує оцінювання і аналіз взаємної кореляційної функції, а саме знаходження максимуму перетворення:

$$r_{xy}(\tau) = \int_{-T/2}^{T/2} x(t)y(t+\tau)dt. \quad (2)$$

Покладемо, що  $s_2(t) = s_1(t-D)$ ,  $-T/2 \leq t \leq T/2$ , де  $D$  означає час запізнення сигналу другого вимірювального каналу відносно сигналу першого, і що  $s_1(t)$ ,  $n_1(t)$  і  $n_2(t)$  є сигналами стаціонарними і некорельованими, їх математичне сподівання дорівнює нулю, а спектральна густина відмінна від нуля тільки в певній обмеженій смузі. Припустимо теж, що інтервали кореляції процесів  $s_1(t)$ ,  $n_1(t)$  і  $n_2(t)$  дуже малі порівняно з довжиною відрізка реалізації  $T$ .

Як показано в [2], для зміщення і дисперсії оцінки часу запізнення, беручи до уваги (2), знаходимо:

$$E(\hat{D} - D) = 0 \quad (3)$$

і

$$E(\hat{D} - D)^2 = \frac{1}{T} \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 [G_{n_1 n_1}(f)G_{s_1 s_1}(f) + G_{n_2 n_2}(f)G_{s_1 s_1}(f) + G_{n_1 n_1}(f)G_{n_2 n_2}(f)] df}{\left[ \int_{-\infty}^{\infty} (2\pi f)^2 G_{s_1 s_1}(f) df \right]^2}. \quad (4)$$

Час запізнення знаходиться як точки максимуму взаємної функції кореляції. Функції  $G_{s_1 s_1}(f)$ ,  $G_{n_1 n_1}(f)$  і  $G_{n_2 n_2}(f)$  у наведених виразах є спектральними густинами потужності відповідно процесів  $s_1(t)$ ,  $n_1(t)$  і  $n_2(t)$ .

Можна показати, що за тих припущень, які були зроблені вище, для зміщення і дисперсії оцінки часу запізнення отримаємо такі самі співвідношення (3) і (4), коли використаємо метод, що ґрунтується на пошуку мінімальної відстані Евкліда між двома вимірювальними сигналами.

Порівнюючи два сегменти сигналів з рис. 2, а і б, бачимо, що між ними існує істотна різниця, а це свідчить про значне спотворення сигналу при його проходженні між датчиками. В ідеальному випадку сигнал був би просто зсунутий за часом. Але така ідеальна ситуація рідко має місце при дослідженні турбулентних потоків, що містять тверді частинки. Типовими якраз є значні спотворення форми сигналу на шляху від одного до іншого датчика. Звідси випливає висновок, що модель, яка вибрана для виведення формул (3) і (4), не є найкращою для опису вимірювального середовища у флюїдизаційних процесах. Цю класичну модель можна змодифікувати з метою опису сильних спотворень в такий спосіб:

$$\begin{cases} x(t) = s_1(t) + n_1(t), \\ y(t) = s_2(t) + n_2(t) = s_1(t-D) - s_{\Delta}(t-D) + n_2(t), \end{cases} \quad (5)$$

де  $s_{\Delta}(t-D) = s_1(t-D) - s_2(t)$  описує спотворення сигналу, яке відбувається при проходженні сигналу між датчиками. Цю складову називають "шумом потоку".

Дві останні складові в другому рівнянні, які репрезентують шум потоку і електронний шум, можуть розглядатися як ефективний шум у другому вимірювальному каналі:

$$n_{2\Delta}(t) = n_2(t) - s_{\Delta}(t-D) \cong -s_{\Delta}(t-D). \quad (6)$$

У правій частині останнього рівняння ми прийняли, що шум потоку значно більший від електронного шуму, що відповідає даним експерименту.

Після підстановки (6) у (5) знаходимо

$$\begin{cases} x(t) = s_1(t) + n_1(t) \\ y(t) = s_2(t) + n_2(t) = s_1(t-D) + n_{2\Delta}(t). \end{cases} \quad (7)$$

Підкреслимо, що за тих самих припущень про властивості процесів, які входять в останні співвідношення, що й вище, після перетворень отримаємо вирази для зміщення і дисперсії, аналогічні до (3) і (4). Єдиною відмінністю останніх буде те, що замість функції  $G_{n_2 n_2}(f)$  буде присутня  $G_{n_2 \Delta n_2 \Delta}(f)$ .

Результати, подані за допомогою рівнянь (3) і (4), є типовими для так званого аналізу за малих помилок оцінювання (методу малого параметра). В цьому разі оптимальною оцінкою часу запізнення є така, дисперсія котрої досягає нижньої границі Крамера–Рао. Цієї границі не вдається досягти за великих помилок оцінювання.

### Роздільність методу

Використовуючи метод, поданий в [3, 4], можна обчислити імовірність фальшивих мінімумів, які знаходяться на основі відстані Евкліда між двома сигналами. Ця імовірність дорівнює

$$P_a = \frac{T_s}{T_{RE}} \frac{T - T_{RE}}{T_{RE}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} C} \exp\left[-\frac{1}{2} C^2\right], \quad (8)$$

де  $T_s$  – повна довжина відрізка реалізації сигналу (на рис. 2  $T_s = 84,5$  мс);  $T$  – час тривання фрагмента сигналу, як показано на рис. 1, в (на рис. 1, в  $T = 41$  мс);  $T_{RE}$  означає часову роздільність методу, а величина  $C$  дорівнює:

$$C = \sqrt{B_s T} \frac{SN}{\sqrt{SN^2 + 2(SN + 1)^2}}.$$

$SN$  у цьому виразі означає відношення дисперсії сигналу до дисперсії шуму, а  $B_s$  є так званою статистичною шириною смуги [3].

Залежність (8) аналогічна до залежності, яка виведена для методу, що ґрунтується на пошуку максимуму взаємної кореляції.

Можна показати, що абсолютні значення похідних взаємної кореляції  $r_{xy}(\tau)$  і відстані Евкліда  $d_{xy}(\tau)$  пов'язані між собою в такий спосіб:

$$\left|d'_{xy}(\tau)\right| d_{xy}(\tau) \cong \left|r'_{xy}(\tau)\right|. \quad (9)$$

З рівняння (9) випливає, що

$$T_{RC} > T_{RE}, \quad (10)$$

де  $T_{RC}$  – часова роздільність методу, що ґрунтується на пошуку максимуму взаємної кореляційної функції. Нерівність (10) показує, що кращу роздільну здатність має метод, що ґрунтується на пошуку мінімальної відстані Евкліда між двома сигналами.

### Висновки

Отже, у цій роботі показано, що методи оцінювання часу запізнення між двома сигналами, які ґрунтуються, з одного боку, на пошуку мінімальної відстані Евкліда, а з іншого, – на пошуку максимуму взаємної кореляційної функції, еквівалентні з точки зору статистичних властивостей оцінок часу запізнення. Однак кращу роздільну здатність має метод, у якому використовують відстань Евкліда між двома сигналами.

1. A. Borys, Solids velocity estimation in two-phase turbulent flow, *Proceedings 11. DAGM-Symposium Mustererkennung (Pattern Recognition)'89, Hamburg, 1989.* – P. 531–535. 2. M. Azaria and D. Hertz, Time delay estimation by generalized cross correlation methods, *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. ASSP-32, no. 2, 1984.* – P. 280–285. 3. J. Ianniello, Time delay estimation via cross-correlation in the presence of large estimation errors, *IEEE Trans. Acoustics, Speech, and Signal Processing, vol. ASSP-30, no. 6, 1982.* P. 998–1003. 4. J. Wozencraft and I. Jacobs, *Principles of Communication Engineering.* New York: Wiley, 1965.