

І.І. Чура, В.І. Каркульовський, А.Б. Керницький  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра систем автоматизованого проектування

## МЕТОДИ ЗНАХОДЖЕННЯ ПЕРЕТИНІВ ВІДРІЗКІВ ДЛЯ РОЗВ’ЯЗАННЯ ЗАДАЧ РОЗМІЩЕННЯ В САПР РОЗКРОЮ

© Чура І.І., Каркульовський В.І., Керницький А.Б., 2006

Описано методи знаходження перетинів відрізків. Вони зумовлюють препроцесорні операції із зміни системи координат. Оптимальною системою координат вважається та, за якої максимальний градієнт різниці між сусідніми смугами поля близький до мінімального, серед усіх можливих систем координат.

The methods of plain sweeping algorithm application is offered in the article. It stipulates the preprocessor operations on the change of the coordinate system. The optimal coordinate system is the one at which the maximal gradient of difference between the neighboring bars of the field is near to minimum among all possible coordinate systems.

### Формулювання проблеми

Сучасні САПР неможливо уявити без графічних редакторів (ГР), які дають змогу виконувати як інтерактивні, так і автоматичні процедури. Базове місце в САПР займають ГР, у яких є підсистеми, засобами яких розв’язують задачі з 2D об’єктами. До них належать найрізноманітніші задачі розміщення, які можна класифікувати за формами об’єктів і полями, на яких вони розміщаються, а також за типами відношень між цими об’єктами: зв’язність; співвідношення довжин відповідних сторін прямокутників, що описують об’єкти; контакт контурними лініями з найбільш можливою сумарною довжиною і/або найбільш можливою кількістю точок (рис. 1, а); мінімальна площа областей між об’єктами, що контактують контурами (рис. 1, б); мінімальна площа областей перетину двох об’єктів за відсутності між ними порожнистих областей (рис. 1, в).

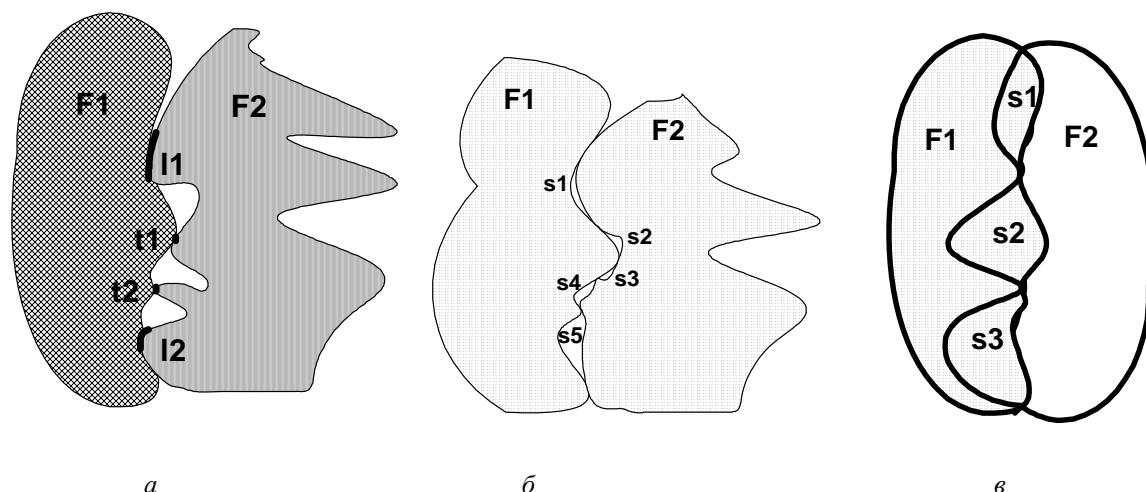


Рис. 1. Типи відношень між геометричними об’єктами

Для розв’язання кожного з цих класів задач розроблена значна кількість методів, які різняться за: типами геометричних форм об’єктів, що розміщаються; моделями геометричних об’єктів алгоритмами розв’язання відповідних задач.

### Постановка задачі

Розв’язуючи задачі розміщення безпосередньо або опосередковано, необхідно визначити, чи перетинаються два об’єкти, чи ні. Тому у цій роботі розглядається підзадача задачі знаходження

перетину об'єктів – знаходження серед множини відрізків, що описують контури фігур, тих, які перетинаються. Тобто в множині відрізків  $V^k_i$  (де  $i$ -й відрізок, який належить  $k$ -му об'єкту) необхідно знайти пари відрізків, які перетинаються. Ця підзадача належить до задач комбінаторного типу.

### Аналіз відомих розв'язань проблеми

Серед відомих методів і алгоритмів, за допомогою яких розв'язують задачі такого класу, найширше застосовують: площинне підмітання, дерева відрізків, топологічне підмітання, амортизації затрат, робочого списку, – які описані в роботах математиків: Гонзалес, Чазеле, Добкін, Едельсбруннер, Бентлі, Оттмана, Лі, Чен, Оверман, Вуд, Гуссена, Ватанабе [1, 2, 3, 4]. Час, за який має автоматично розв'язуватись задача розкрою, є не надто критичний порівняно з часом, за який має реагувати ГР на дії користувача. Але якщо об'єкти (лекала) мають складну форму і ставлять вищі вимоги до якості розв'язання задач розкрою, то часова складність застосованих алгоритмів повинна бути якнайменшою. Стосовно обчислювальних ресурсів виділяють найоптимальніші алгоритми:

- за пам'яттю –  $O(N)$  – Бентлі Ж., Оттмана [1];
- за часом  $O(N \log N + K)$  – Едельсбруннер [1];
- за часом  $O(N \cdot 1.695 \log N)$  та за пам'яттю  $O(N)$  – Чазелле Б. [1];
- за кількістю обчислень  $O(N \log N + K)$  – Ватанабе М., Асада К., Оцуки Т. [4].

В їхній основі лежить поділ множини відрізків за принципом територіальної локальності. Це реалізовано в алгоритмі площинного підмітання (АПП). В ньому здійснюється динамічне формування списку підмножини відрізків під час дискретного сканування площини прямою, на якій вони розміщені. Такий поділ повинен забезпечити можливість розв'язання поставленої задачі у межах підмножини відрізків за реальний час.

Безпосереднє застосування АПП для знаходження перетинів відрізків у задачах розкрою, ГМ і КГ ускладнюється більшою, ніж у великих інтегральних схемах [4], кількістю полігональних об'єктів і неортогональністю відрізків, що належать контурам полігонів. Це зумовило необхідність адаптувати вхідні дані до АПП процедурами зміни системи координат (СК), що передбачає розв'язання поставленої задачі у два етапи.

1. Виконати поділ поля з відрізками на області з одночасним визначенням градієнтів кількості відрізків між сусідніми областями.

2. Здійснити послідовне сканування областей прямою або променем із застосуванням класичного АПП.

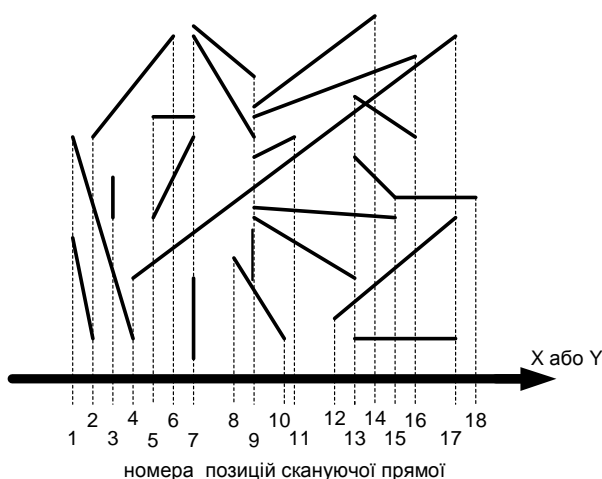


Рис. 2. Приклад поділу на смуги і сканування поля прямою

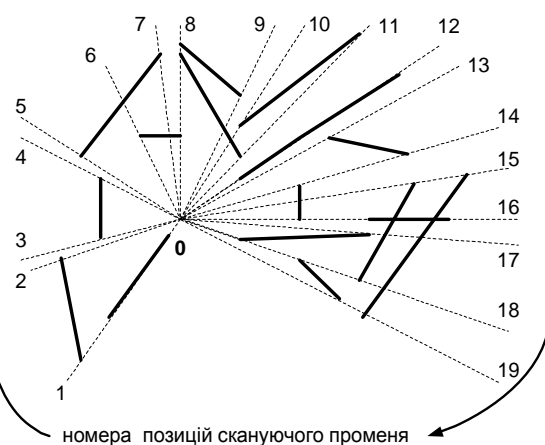


Рис. 3. Приклад поділу на сектори і сканування поля променем

Оптимальною серед усіх можливих СК вважають ту, за якої максимальний градієнт різниці кількості відрізків між сусідніми смугами або секторами поля є близький до мінімального. Пропонується три різні методи поділу на області:

1. Поділ на горизонтальні або вертикальні смуги (відповідно вздовж осі  $Ox$  або  $Oy$ ).
2. Поділ променями на сектори.
3. Зміна СК – перенесення, обертання або зміна типу СК із подальшим поділом на смуги.

Суть методу поділу на смуги розкрито на рис.2. і табл. 1.

Таблиця 1

**Градієнти кількості відрізків на кожній з позицій сканувальної лінії.**

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
<b>g</b>	2	3	3	3	4	4	6	4	10	7	6	6	9	8	8	6	4	1
<b>f+</b>	2	0	1	1	2	0	3	1	6	0	0	1	3	0	1	0	0	0
<b>f-</b>	0	1	0	1	0	1	3	0	3	1	1	0	1	1	1	2	3	1

Таблиця 2

**Градієнти кількості відрізків на кожній з позицій сканувального променя.**

<b>№</b>	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
<b>g</b>	2	1	1	1	1	2	2	3	2	2	2	1	1	2	3	4	3	4	2
<b>f+</b>	2	0	1	0	1	1	0	2	0	1	0	1	1	1	2	1	1	1	0
<b>f-</b>	1	1	0	1	0	0	1	1	1	0	2	1	0	1	0	2	0	2	2

Де для кожної позиції сканувальної лінії:

- $g$  – кількість відрізків у робочому списку, включно  $f+$ ;
- $f+$  – кількість відрізків, що включаються у робочий список;
- $f-$  – кількість відрізків, що виключаються з робочого списку після його перевірки.

Поділ променями на сектори передбачає знаходження координат центра розбиття (початок променів), переведення декартової СК у полярну і поділ на області-сектори променями, які починаються в центрі полярної СК (рис. 3, табл. 2). Оскільки 2D проектування здійснюється, здебільшого, у координатній сітці з фіксованим цілочисловим кроком, то обчислення доцільно виконувати, використовуючи декартові координати, а полярні тільки для визначення черговості перевірок.

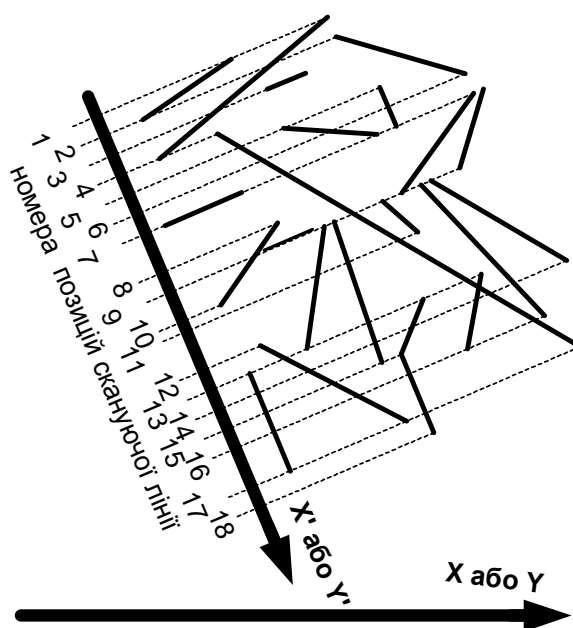


Рис. 4. СК ( $OX' - OY'$ ), утворена поворотом СК ( $OX - OY$ )

Зміна СК передбачає знаходження такої СК, у якій максимальне значення градієнта було б мінімальним серед усіх можливих СК (рис.4). Цей метод не може дати однозначного оптимального результату, оскільки визначення кута повороту СК для знаходження найоптимальнішого результату є складним за обчислювальною складністю.

Згідно з першим методом перед початком поділу необхідно виконати сортування координат кожного відрізка, так, щоб перша координата  $x_1$  була менша або дорівнювала  $x_2$ , далі сортуються всі відрізки за зростанням першої координати відрізків. Для другого методу здійснюються аналогічні дії з відрізками щодо кутів, як і для першого методу щодо кінців відрізків.  $d_1$  і  $d_2$  – відстанями по вертикалі між відрізками CD і AB у точках  $X_{max}$  та  $X_{min}$  відповідно. Головним чинником, який впливає на результат перевірки, є знак  $d_1$  і  $d_2$ . Якщо  $(d_1 * d_2) \leq 0$  – це ознака того, що ці відрізки перетинаються, або якась із їхніх крайніх точок є спільною для обох відрізків (рис. 3,  $d_1 < 0, d_2 > 0$ ). В протилежному випадку ці відрізки не перетинаються (рис.3). Не виключена можливість виникнення помилки – ділення на нуль, якщо  $x_1 = x_2$  (рис. 4 і 5.)

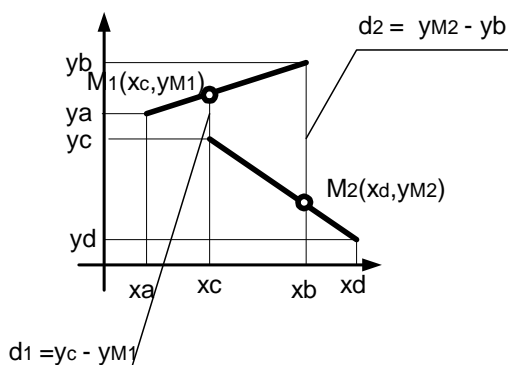


Рис. 5

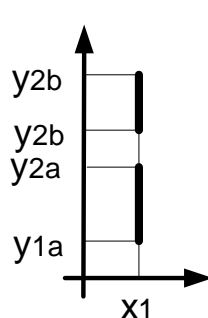


Рис. 6

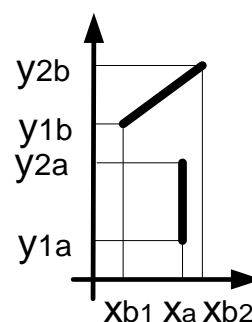


Рис 7

Для оцінки методів були виконані дослідження часової складності двох алгоритмів.

Згідно з першим здійснюються  $n-1$  етап перевірок:

- Загалом перевіряють 1-й об'єкт з 2-им, 3-ім, 4-им, ...,  $n$ -им;
- 2-й з 3-м, 4-м, 5-м, ...,  $n$ -м;
- ...;
- $(n-1)$ -й з  $n$ -им.

Не перевіряються об'єкт А з об'єктом В, якщо  $x_{1B} > x_{2A}$  (рис. 8)

Як було вже написано, основна ідея другого алгоритму (АПП) полягає в динамічному формуванні робочого списку, так званої групи об'єктів, які відібрані за певним принципом. У межах цього списку об'єкти перевіряють на перетин [6].

На рис. 9 наведено приклад включення до робочого списку при переході сканувальної лінії в  $x = x_{1tp}$  в ньому залишаються відрізки – а і с, а відрізки sp і d включають в список.

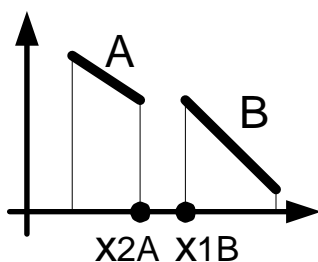


Рис. 8

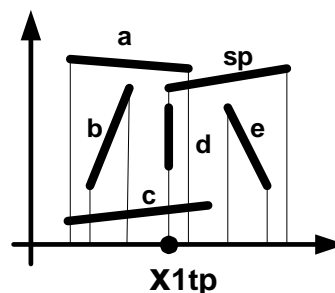


Рис. 9

## Висновок

Дослідження методів на ефективність показало перевагу поділу на горизонтальні або вертикальні смуги. Це пояснюється необхідністю здійснення додаткових процедур, що аналізують доцільність розбиття променями на сектори або зміни СК із подальшим розбиттям на смуги. В роботі досліджено два алгоритми знаходження хоча б одного перетину двох із  $n$  ( $n < 30002$ ) відрізків на площині з відомими координатами початку й кінця кожного з них. Отримані результати демонструють те, що два алгоритми можуть розв'язувати задачі розміщення фігур складної форми автоматичним процедурами за реальний час.

1. Препарата Ф., Шеймос М. *Вычислительная геометрия: Введение.* – М., 1989. 2. Куленов Р.О., Петренко Д.А. *Технология универсального модуля построения и визуализации профилей в системах автоматизации и ГИС // Теоретическая и прикладная информатика / Под ред. проф. А.Ф. Терпугова.* – Томск, 2004. – Вып.1. – С. 38–42. 3. Роджерс Д. *Алгоритмические основы машинной графики.* – М., 1989. 4. *Проектирование СБИС / М. Ватанабэ, К. Асада, Т. Оцуки.* – М., 1988.

УДК 621.3

Я.М. Грицишин, С.П. Ткаченко

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра систем автоматизованого проектування

## КРИТЕРІЙ ВИБОРУ АЛГОРИТМУ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ РОЗКРОЮ МАТЕРІАЛІВ

©Грицишин Я.М., Ткаченко С.П., 2006

**Запропоновано критерії та здійснено класифікацію задач розкрою матеріалів. Запропоновано методи та підходи до розв'язання таких задач. Обґрунтовано утворення класу задач багатовимірною розкрою і сфер його застосування.**

**Offered criteria and classified problems of materials cutting. Offered methods and approaches to solving such problems. Grounded creation of the class of problems of multidimensional cutting and spheres of its use.**

### Вступ

Задача оптимізації розкрою матеріалів є однією з основних, які необхідно розв'язати для мінімізації вартості виробів. Вона зустрічається в багатьох галузях промисловості, зокрема в легкій, машинобудівній, деревообробній тощо. Оптимальним або ефективним вважається такий розкрій, за якого відходи є мінімальними. Існує достатньо велика кількість програмних розв'язань задач розкрою матеріалів. Вони відрізняються вартістю і типом задач розкрою, які ці системи можуть розв'язати. Враховуючи те, що підготовка замовлення на розкрій і оцінка ефективності розкрою є спільним для всіх задач розкрою, постає питання про розроблення єдиної системи розв'язання задач розкрою. Така система могла б вибирати для розв'язання кожної конкретної задачі розкрою необхідний алгоритм з наявного набору.

### Класифікація задач розкрою матеріалів

Сьогодні існує велике різноманіття задач розкрою. Вони відрізняються за різними параметрами деталей та заготівель, та вимогами до результатів розкрою. Основний критерій, за якими можна розділити задачі розкрою, є вимірність об'єктів розкрою. Згідно з ним, ми можемо розділити задачі на такі основні групи:

- одновимірний розкрій;
- двовимірний розкрій;
- тривимірний розкрій;
- багатовимірний розкрій.