B., Pitt K.E.G., Licznerski B.W., Bober Z., The effect of constituent exchange on the conduction mechanisms of thick film resistors on dielectrics, Mat. Sci., 1987, no 3-4. P. 193-198. 8. Cattaneo A., Pirozzi L., Morten B., Prudenziatti M., Influence of the substrate on electrical properties of thick film resistors, Electrocomp. Sci. and Techn., 6, 1980. P. 247-251. 9. Cattaneo A., Pirozzi L., Morten B., Prudenziatti M., Influence of the substrate on electrical properties of thick film resistors, IEEE trans. on CHMT, 3, 1980, no 1. P. 181-186. 10. Coleman M.V., Ageing Mechanism and Stability in Thick Film Resistors, Hybrid Circuits, 4, 1984. Pp.36-41. 11. Hrovat M., et al., Characteristic of thick film resistors fired under dielectric layer, Journal of Mat. Science Letters, vol.19, no 17, Sept. 2000. Str. 1551-5. 12. Kanda H., et al. , Burried resistors and capacitors for multilayer hybrids, Proc. of SPIE-Int. Soc. Opt. Eng. Proc. of Spie, vol. 2649, 1995. Str. 47-52. 13. Hrovat M., Belavic D., Thick film Multilayer circuits with buried resistors - resistors under multilayer dielectric, Proc. of 6th European Microel. Conf., 1987, London. Str. 305-312. 14. Mason R.C., Bolton P.J., Thick film creen-printable buried resistors, Proc. of SPIE-Int. Soc. Opt. Eng. Proc. of Spie, vol. 3582, 1999. Str. 467-472. 15. Kanda H. et al., Burried resistors and capacitors for multilayer hybrids, Proc. of 9th Int. Microel. Conf., Japan, 1996. Str. 248-251. 16. Pitt K.E.G., Chemical constitution and conduction mechanisms in thick film resistors, Journal of Materials Science: Materials in Electronics, 7 (1996), 187-190. 17. Achmatowicz S., Jakubowska M., Zwierkowska E., Szczytko B., Szymański D., Pasta izolacyjna, Nr pat.RP 162992. 18. Bansky J., Slosarcik S., Kalita W., Wisz B., Teplotne polia v hybrydne integrovanych strukturach a ich meranie, Elektrotechnicky casopis, 11/89. S. 843-846. 19. Szczepański Z., Jakubowska M., Materials and Piezoresistivity Measurement Method for Thick Film Pressure Sensors, Trans. on the Precisuion and Electronic Technology, vol. 4 (1999). Str. 51-56. 20. Bansky J., Slosarcik S., Kolesar K., The contribution to the thermal problems in hybrid integrated circuits, Acta Polytechnika, CVUT, 8/1989. Pp. 57-61. 21. Hrovat M., Kolar D., Interactions of some thick-film components with alumina substrates, J. of Mat. Sci. Lett., 8, 1989. P. 961-962. 23. Achmatowicz S., Jakubowska M., et al., High Thermal Conductivity Cubic Boron Nitride Thick Films, to be printed in Proc. of IMAPS 2001, 34th Int. Symp. on Microelectronics, Oct. 9-11, 2001, Baltimore USA.

УДК 537.311.322

Я.С. Буджак, О.З. Готра*
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра напівпровідникової електроніки,
*кафедра інформаційно-вимірювальної техніки

ЕЛЕМЕНТИ ТЕОРІЇ РЕЗИСТИВНИХ НАПІВПРОВІДНИКОВИХ СЕНСОРІВ ТЕМПЕРАТУРИ

За допомогою сучасної кінетичної теорії з'ясовано природу важливих параметрів напівпровідникових терморезисторів.

In this paper the nature of important parameters of semiconductor thermoresistors is cleared up by modern kinetics theory.

Терморезистори – нелінійні опори, виготовлені з напівпровідникового матеріалу з великим від'ємним температурним коефіцієнтом опору. Дія терморезисторів базується на залежності опору напівпровідника від температури. Їх температурна залежність описується:

$$R = R_\infty e^{\frac{B}{T}}, \tag{1}$$

де R – омічний опір резистора; R_∞ – умовний опір резистора (він може мати слабку залежність від температури); B – коефіцієнт температурної чутливості. B, R_∞ належать до основних параметрів терморезистора, T – температура.

Терморезистор з залежністю (1) характеризується таким важливим параметром як температурний коефіцієнт опору (ТКО), який за визначенням дорівнює:

$$\alpha_T = \frac{d(\ln R)}{dT} = -\frac{B}{T^2}. \tag{2}$$

Ефективність роботи та чутливість терморезисторів як сенсорів температури залежать від їх основних параметрів та ТКО. Для високої чутливості сенсорів необхідно, щоби параметри B та α_T мали великі значення.

Для з'ясування природи параметрів B, R_∞ застосуємо елементи кінетичної теорії, яка грунтується на великій статистичній сумі Z_{BC} для нерівноважного великого квантового ансамблю із змінною кількістю частинок. Така концепція є альтернативною до класичної кінетичної теорії, яка грунтується на кінетичному рівнянні Больцмана.

У роботі [1] показано, що велика статистична сума Z_{BC} дорівнює:

$$Z_{BC} = \prod_{\vec{k}} [1 + exp(\frac{\mu + \Delta\varepsilon_{\vec{k}} - \varepsilon_{\vec{k}}}{kT})]^2. \tag{3}$$

У цій формулі $\vec{k}$ – хвильовий вектор носіїв зарядів, який відіграє роль квантового числа, $\varepsilon_{\vec{k}}$ – закон дисперсії, μ – хімічний потенціал, $\Delta\varepsilon_{\vec{k}}$ – деяка зміна енергії носіїв заряду під дією збурень, які виводять кристал (провідник) із стану термодинамічної рівноваги, а за відсутності таких збурень $\Delta\varepsilon_{\vec{k}} = 0$ і газ носіїв зарядів перетворюється в рівноважний великий квантовий ансамбль частинок.

У нерівноважному газі носіїв зарядів відбувається перенесення електрики і теплоти, описане узагальненим рівнянням електропровідності та теплопровідності.

У цій теорії розглянемо узагальнене рівняння електропровідності для ізотропних провідних кристалів, в яких існує електричне поле з напруженістю $\vec{E}$, градієнт температури $\nabla_{\vec{r}} T$ і які знаходяться в магнітному полі з індукцією $\vec{B}$. Для кристалів з великою статистичною сумою (3) це рівняння має вигляд:

$$\vec{j} = en(S_{ik}^{(0)}(\vec{B}) + A_{ik}^{(0)}(\vec{B}))\vec{E} - en(\frac{k}{ze})(S_{ik}^{(1)}(\vec{B}) + A_{ik}^{(1)})\nabla_{\vec{r}} T, \tag{4}$$

де $\vec{j}$ – вектор густини струму в кристалі; $S_{ik}^{(0)}(\vec{B}), A_{ik}^{(0)}(\vec{B})$ – це відомі симетричні та асиметричні кінетичні тензори [2], природа яких залежить від закону дисперсії носіїв зарядів в кристалі та від механізмів їх розсіювання, k – постійна Больцмана, z = ± 1 – знак носіїв зарядів, n – концентрація носіїв зарядів.

$$n = \int_0^\infty G(\varepsilon)(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon})d\varepsilon, \tag{5}$$

де $f_0 = (exp(\frac{\varepsilon_{\vec{p}} - \mu}{kT} + 1)^{-1}$ – функція Фермі-Дірака,

$$G(\varepsilon) = \int_0^{\varepsilon} g(\varepsilon) d\varepsilon \,, \qquad (5.1)$$

де

$$g(\varepsilon) = \frac{2}{h^3} \oint \frac{dS}{\left| \nabla_p \varepsilon_p \right|} \text{ – густина станів.} \qquad (5.2)$$

У формулі (5.2) поверхневий інтеграл береться по енергетичній поверхні, яка задається законом дисперсії

$$\varepsilon_{\vec{p}} = \varepsilon(\vec{p}), \; \vec{p} = \hbar \vec{k} \,.$$

Рівняння (4) за відсутності магнітного поля і градієнта температури для ізотропних кристалів має такий вигляд [3]:

$$\vec{j} = enS^{(0)}(0)\vec{E} = en\langle u \rangle \vec{E} \,, \qquad (6)$$

де середня рухливість <*u*> дорівнює:

$$\langle u \rangle = \frac{\int_0^{\infty} G(\varepsilon) u(\varepsilon) (-\frac{\partial f}{\partial \varepsilon}) d\varepsilon}{\int G(\varepsilon)(-\frac{\partial f_0}{\partial \varepsilon}) d\varepsilon} \,. \qquad (6.1)$$

Функція розсіювання *u(ε),* яка входить у формулу (6.1), має розмірність рухливості носіїв зарядів. Для кристалів з ізотропним законом дисперсії $\varepsilon_{\vec{p}} = \varepsilon(|\vec{p}|) = \varepsilon(p)$ вона дорівнює [3]

$$u(\varepsilon) = \frac{e\tau}{p} (\frac{d\varepsilon}{dp}) \,, \qquad (7)$$

де τ – час релаксації імпульсу носіїв зарядів в процесі їх розсіювання на дефектах кристалічної гратки; *p* – модуль вектора імпульса.

Відомо, що для актуальних механізмів розсіювання функція *u(ε)* описується такою загальною формулою [3]:

$$u(\varepsilon) = u_0^{(r)}(T) p^{(2r-3)} (\frac{d\varepsilon}{dp})^2 \,, \qquad (8)$$

де показник розсіювання *r* і температурна функція $u_0^{(r)}(T)$ залежать від природи кристала механізмів розсіювання.

Для кристалів з параболічним законом дисперсії

$$\varepsilon = \frac{p^2}{2m^*} \,, \qquad (9)$$

де m^* – ефективна маса носіїв заряду,
функція розсіювання (8) дорівнює:

$$u(\varepsilon) = u_0^{(r)}(T) (\frac{\varepsilon}{kT})^{r-1/2} \,. \qquad (10)$$

Для розсіювання носіїв зарядів на акустичних фононах $r = 0$, а температурна функція $u_0^{(0)}(T) \sim T^{3/2}$, для розсіювання на оптичних фотонах вище температури Дебая $r = 1$, а температурна функція $u_0^{(1)}(T) \sim T^{-1/2}$, для розсіювання на іонізованих домішках в кристалі $r = 2$, а температурна функція $u_0^{(2)}(T) \sim T^{3/2}$ [4,5].

Для складного змішаного розсіювання, коли одночасно існують кілька механізмів розсіювання з показниками r_1, r_2, ... r_i загальна функція розсіювання визначається формулою:

$$\frac{1}{u} = \frac{1}{u^{(r_1)}} + \frac{1}{u^{(r_2)}} + \ldots + \frac{1}{u^{(r_i)}} . \tag{11}$$

Для параболічного закону дисперсії (9)

$$G(\varepsilon) = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2}\right)^{3/2} \varepsilon^{3/2} , \tag{12}$$

де h – стала Планка.

Тому згідно з (5) і (6.1) маємо:

$$n = \frac{8}{3\sqrt{\pi}} \left(\frac{2\pi m^* kT}{h^2}\right)^{3/2} F_{3/2}(\mu^*) , \tag{13}$$

$$\langle u \rangle = u_0^{(r)}(T) \frac{F_{r+1}(\mu^*)}{F_{3/2}(\mu^*)} , \tag{14}$$

де $\mu^* = \dfrac{\mu}{kT}$ – приведений хімічний потенціал; $F_r(\mu^*)$ – інтеграл Фермі.

$$F_r(\mu^*) = \int_0^\infty x^r \left(-\frac{\partial f_0}{\partial x}\right) dx . \tag{14.1}$$

Отже, формули (6.1) і (14) описують середнє значення рухливості носіїв зарядів в кристалах, яку для зручності записів будемо позначати u_n або u_p залежно від типу провідності кристалів. Тому узагальнене рівняння електропровідності (6) можемо тепер записати у такій формі:

$$\vec{j} = enu_n \vec{E} = \sigma_n \vec{E} , \tag{15}$$

де σ_n – питома електропровідність кристала. У випадку змішаної електропровідності рівняння (15) записується в такому вигляді:

$$\vec{j} = (enu_n + epu_p)\vec{E} = (\sigma_n + \sigma_p)\vec{E} = \sigma\vec{E} . \tag{15.1}$$

Омічний опір лінійного провідника правильної форми, зокрема і напівпровідникового резистора, дорівнює:

$$R = \frac{1}{\sigma}\left(\frac{\Delta l}{\Delta S}\right) , \tag{16}$$

де Δl – довжина резистора; ΔS – площа його поперечного перерізу.

Для напівпровідникових резисторів з власною провідністю їх питома електропровідність дорівнює:

$$\sigma_i = en_i u_n + en_i u_p = en_i u_n (1 + \frac{u_p}{u_n}). \tag{17}$$

У цій формулі n_i – власна концентрація носіїв зарядів:

$$n_i = (2\pi)^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} T^{3/2} e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}, \tag{18}$$

ΔE – ширина забороненої зони кристала (u_p / u_n) дорівнює деякій константі.

У власній області провідності напівпровідників найбільш імовірне розсіювання носіїв зарядів на акустичних фононах кристалічної гратки, коли $u_0^{(0)}(T) \sim T^{3/2}$. Тому в загальному вигляді питому електропровідність напівпровідникових кристалів можна описати такою загальною формулою:

$$\sigma_i = (e(2\pi)^3 (m_n^* m_p^*)^{3/2} T^{3/2} u_n (1 + \frac{u_p}{u_n})) e^{-\frac{\Delta E}{2kT}} = \sigma_0 e^{-\frac{\Delta E}{2kT}}. \tag{19}$$

Отже, згідно з (16) опір напівпровідникового резистора дорівнює:

$$R = \frac{1}{\sigma_0} (\frac{\Delta l}{\Delta S}) e^{\frac{\Delta E}{2kT}} = R_\infty e^{\frac{\Delta E}{2kT}}. \tag{20}$$

Порівнюючи цю формулу з формулою температурної характеристики терморезистора, знаходимо, що

$$R_\infty = \frac{1}{\sigma_0} (\frac{\Delta l}{\Delta S}). \tag{21}$$

Цей параметр залежить від природи і розмірів резистора, а $B = \frac{\Delta E}{2k}$, тобто величина B пропорційна ширині забороненої зони кристала. Звідси випливає, що для виготовлення терморезисторів з великим ТКО треба брати напівпровідникові матеріали з великою шириною забороненої зони.

1. Буджак Я.С., Готра О.З., Лопатинський І.Є. Елементи теорії термодинамічних та кінетичних властивостей матеріалів. Вісн. ДУ "Львівська політехніка", № 397, 2000. С. 108-113. 2. Буджак Я.С., Фреїк Д.М., Готра О.З., Никируй Л.І., Межиловська Л.Й. До теорії кінетичних явищ у напівпровідникових кристалах. Фізика і хімія твердого тіла, 2001. Т. 2. № 1. С. 77-85. 3. Буджак Я.С., Бурий О.А. Вступ до теорії термодинаміки та кінетичних властивостей кристалів. Львів, 2000. 151 с. 4. Bansky J., Slosarcik S., Podprocky T. "Hrubo-varstvove hibrydne senzory", Kosice, 1999. 110 s. 5. Bansky J., Slosarcik S., Kalita W., Wisz B. "Meranie teploty vnutri viacvrstvovej struktury" Elektrotechnicky casopis 2/1990. S. 108-111.