

Основну похибку термометра визначають алгебраїчним додаванням основних абсолютних похибок цифрового приладу і термоперетворювачів опору для всіх досліджуваних точок. Слід враховувати похибки цифрової індикації, яка дорівнює половині ціни найменшого розряду.

Відзначаючи основну похибку термометра як єдиного приладу, необхідно виконати експериментальні дослідження з використанням робочих еталонів температури не нижче від другого розряду, наприклад, ПТС-10, ртутних термометрів ТР. Для цього всі термоперетворювачі опору разом з робочим еталоном температури попередньо встановлюють в спеціальні металеві блоки для вирівнювання температури, а потім поміщають в термостати (кріостати), де створюють температурні режими згідно з вибраними температурними точками. Температури вимірюють за методикою ГОСТу 8.461–82. Основну похибку визначають як різницю між одержаним значенням температури за цифровим приладом та робочим еталоном.

Виконані експериментальні дослідження цифрового термометра в температурних точках мінус 80,

мінус 50, 0, 99, 150, 200, 250 °С показали, що при індивідуальному підборі платинових термоперетворювачів опору, тобто коли значення  $R_0$  та  $W_{100}$  всіх термоперетворювачів практично однакові, можна отримати значення основної похибки у межах  $\pm 0,1^\circ\text{C}$  в діапазоні від мінус 80 до 100 °С, та  $\pm 0,2^\circ\text{C}$  в діапазоні від 100 до 250 °С.

Розроблений цифровий термометр можна використовувати не тільки для атестації кліматичних камер, термостатів тощо, а також і для точних вимірювань температури повітря, рідких або сипких речовин одночасно не більше ніж в десяти точках.

Дослідження та досвід метрологічної практики Львівського РДЦСМС із використання вказаного термометра при здійсненні атестації ВО, а також при вимірюванні температури, дає підстави стверджувати про його переваги перед ЗВТ, які раніше застосовувалися. Він забезпечує необхідну точність результатів вимірювання; дає змогу виконати прямі вимірювання температури; зручний під час транспортування.

УДК 536.3

## ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРЫ НАГРЕТОГО ТЕЛА В ЛУЧЕПРОЗРАЧНЫХ И ОСЛАБЛЯЮЩИХ СРЕДАХ ПО СПЕКТРУ ТЕПЛООВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

© Русин С., 2003

Институт теплофизики экстремальных состояний ОИВТ РАН, Москва, Россия

*Аналізують методи визначення температури нагрітого тіла за спектром теплового випромінювання в прозоропрозорих і послаблювальних середовищах.*

*Анализируются методы определения температуры нагретого тела по спектру теплового излучения в лучепрозрачных и ослабляющих средах.*

*Methods of determination for temperature of a heater body from the thermal radiation spectrum in diathermic and extinction are analysed.*

**1. Введение.** При взаимодействии высокоэнергетических потоков с объектом в конденсированном состоянии может произойти его частичное плавление и испарение с последующим разрушением за субсекундные интервалы времени. В каждый момент времени в спектре излучения содержится ценная информация о состоянии объекта. В такой ситуации измерение истинной температуры контактными дат-

чиками нецелесообразно, а бесконтактное определение методами пирометрии излучения затруднено наличием облака излучающих, поглощающих и рассеивающих твердых, жидких и газообразных частиц. Кроме того, излучательная способность объекта, даже при неизменном агрегатном состоянии зависит от температуры, рельефа поверхности, степени ее окисления и многих других факторов, которые изменяются в процессе

нагрева. Поэтому излучательная способность места визирования предварительно не может быть известна. Вместе с тем, температура и концентрация частиц в облаке такова, что в большинстве случаев излучение промежуточной среды (облака) пренебрежимо мало по сравнению с излучением самого объекта.

В этой работе показано, что истинная температура объекта, излучающего в ослабляющей среде, может быть определена по тому же алгоритму, что и объекта, излучающего в оптически прозрачной среде. Однако в этом случае должна использоваться эффективная излучательная способность, которая является функционалом произведения спектральной излучательной способности непрозрачной поверхности объекта на спектральную пропускательную способность промежуточной среды.

**2. Постановка задачи и основные соотношения.** Изучается непрозрачное излучающее тело в конденсированной фазе в ослабляющей среде. Собственное излучение среды, по сравнению с излучением объекта, мало, и им можно пренебречь. Температура тела отнесена к площадке визирования на его поверхности. Считается, что рассматриваемая площадка изотермична. Кроме того, предполагается, что температура и структурное состояние материала площадки не изменяются во время измерения. Для быстропротекающих процессов это означает, что весь спектр теплового излучения регистрируют одновременно с помощью многоканального оптического тракта (см., например, [1]). Спектральную интенсивность (яркость)  $I_{ef}(\lambda)$  эффективного излучения визируемой площадки при длине волны  $\lambda$  регистрируют в направлении визирования спектропирометром (или спектрометром). При фиксированной длине волны  $\lambda_i$  для излучающей поверхности визирования справедливо равенство

$$I_{ef}(M, s, \lambda_i) = \varepsilon_{ef}(M, s, \lambda_i, T) I_0(M, \lambda_i, T), \quad (1)$$

где  $I_{ef}(M, s, \lambda_i)$  – интенсивность эффективного излучения площадки визирования в точке  $M$  при длине волны излучения  $\lambda_i$  в направлении  $s$ ;  $I_0(M, \lambda_i, T)$  – спектральная интенсивность черного

излучения в точке  $M$  при  $\lambda_i$  и термодинамической температуре  $T$  места визирования (функция Планка).

Эффективная излучательная способность  $\varepsilon_{ef}$  характеризует долю интенсивности  $I_0(M, \lambda_i, T)$ , излучаемую в направлении  $s$ , которая определяется многократными рассеяниями и отражениями в системе объект – ослабляющая среда. Таким образом,  $\varepsilon_{ef}$  – оптико-геометрическая характеристика системы. Если объект свободно излучает в оптически прозрачной среде,  $\varepsilon_{ef} \equiv \varepsilon$  и обозначение  $\varepsilon_{ef}$  будет заменяться на  $\varepsilon$ . Из физических соображений следует, что для свободно излучающих тел  $\varepsilon < 1$  при всех длинах волн. Считалось, что функции  $\varepsilon_{ef}$  и/или  $\varepsilon$  непрерывно зависят от  $\lambda$ . При дальнейшем изложении точка  $M$  и вектор  $s$  в целях сокращения записи не указывают.

Поскольку  $I_{ef}(\lambda_i)$  измеряют при нескольких длинах волн, для определения истинной температуры объекта используют также спектральное распределение, основанное на отношении интенсивностей  $I_{ef}(\lambda_j)$  и  $I_{ef}(\lambda_i)$  вида

$$\frac{I_{ef}(\lambda_j)}{I_{ef}(\lambda_i)} = \frac{\varepsilon_{ef}(\lambda_j) I_0(\lambda_j, T)}{\varepsilon_{ef}(\lambda_i) I_0(\lambda_i, T)}, \quad i \neq j, \lambda_i = const. \quad (2)$$

Измеряя  $I_{ef}(\lambda_i)$ , при  $m$  длинах волн, на основании (1) имеем систему из  $m$  уравнений вида

$$\varepsilon_{ef}(\lambda_i) I_0(\lambda_i, T) = I_{ef}(\lambda_i), \quad i = 1, 2, \dots, m \quad (3)$$

с  $m+1$  неизвестными ( $\varepsilon_{ef}(\lambda_i)$  и  $T = const$ ), т.е. система недоопределена. Задача имеет бесконечно много решений и, следовательно, оказывается некорректно поставленной. Принципиальное значение имеет любая дополнительная информация об искомом решении. Недостающим условием связи может быть предположение, например, что эффективная излучательная способность  $\varepsilon_{ef}(\lambda)$  не зависит от  $\lambda$ , линейно зависит от  $\lambda$ , а в общем случае зависит от

тех или иных параметров в этом спектральном диапазоне  $[\lambda_a, \lambda_b]$  и интервале возможных температур  $[T_c, T_d]$ . Таким образом, недостающее условие связи можно ввести, полагая, что  $\varepsilon_{ef}(\lambda, \mathbf{a})$  – параметрическая функция, где  $\mathbf{a} = (a_1, a_2, \dots, a_n)$  – вектор параметров. Тогда система (3) при  $n+1 < m$  может быть решена относительно искомых параметров  $a_1, a_2, \dots, a_n$  и  $T$  численно, например, линейным или нелинейным методом наименьших квадратов (МНК).

Важно отметить специфику задачи – экспериментально определяют произведение двух функций  $\varepsilon_{ef}(\lambda, T)I_0(\lambda, T)$  при фиксированной температуре. Параметрический вид функции  $I_0(\lambda, T)$  известен точно. Это функция Планка. Параметрический вид функции  $\varepsilon_{ef}(\lambda, T)$  точно не известен. Причем ошибки в задании вида параметрической функции  $\varepsilon_{ef}(\lambda, T)$  существенно влияют на величину искомого параметра  $T$ . С увеличением точности определения  $I_{ef}(\lambda, T) = \varepsilon_{ef}(\lambda, T)I_0(\lambda, T)$  точность задания параметрической функции также должна возрастать. При абсолютно точных измерениях  $I_{ef}(\lambda, T)$  задание параметрической функции  $\varepsilon_{ef}(\lambda, \mathbf{a})$  также должно быть абсолютно точным. Принципиально важен ответ на вопрос: сходится ли решение системы (3) к точному при увеличении точности измерения интенсивностей  $I_{ef}(\lambda_i)$  и увеличении количества компонент вектора  $\mathbf{a}$  при соблюдении условия  $n+1 < m$ ? Частично на этот вопрос может ответить аппроксимационная теорема Вейерштрасса, в которой доказывают, что произвольная непрерывная на замкнутом интервале функция может быть приближена полиномом степени  $n$  с любой заданной точностью [2]. Однако в теореме ничего не говорится о степени полинома, который удовлетворительно аппроксимирует заданный набор данных. Из вычислительной практики известно, что, как правило, степень полинома получается настолько высокой, что использовать его при численных расчетах нереалистично [2]. Действительно, если нелинейную

систему (3) линеаризовать и решать каким-либо итерационным методом, например, методом Ньютона, то при увеличении  $n$  матрица соответствующей линейной системы становится плохо обусловленной. В [3] показано, что это выражается в плохой обусловленности информационной матрицы нелинейного метода наименьших квадратов в выбранном диапазоне вектора  $\mathbf{a}$  и температуры  $T$ . Кроме того, есть весьма простые функции (например, типа функции Рунге), которые нельзя точно аппроксимировать даже полиномом сколь угодно большой степени при равномерном расположении узлов интерполяции [2]. Отсюда следует важный вывод: количество компонент вектора  $\mathbf{a}$  при практических вычислениях ограничено. В [3] показано, что обычно  $n \leq 5$ . При  $n > 5$  можно говорить о структурной неустойчивости параметрической модели, которая выражается в том, что величина искомой температуры чрезвычайно чувствительна как к точности регистрации интенсивности излучения, так и к погрешностям модели  $\varepsilon_{ef}(\lambda)$  [4].

Из изложенного следует, что при малом количестве искомых параметров модели может быть применен метод последовательных приближений (итераций). Однако количество итераций должно быть минимальным и согласованным с точностью экспериментальных данных. В связи с этим важное значение имеет точность первого приближения и интервалы возможных значений  $\lambda$  и  $T$ .

Систематические погрешности принятой модели могут быть оценены по изменению величины искомой температуры  $T$  при сужении отрезков  $[\lambda_a, \lambda_b]$ ,  $[T_c, T_d]$ , а также при использовании различных спектральных диапазонов.

Чтобы совместить взаимоисключающие требования высокой точности аппроксимации зависимости  $\varepsilon_{ef}(\lambda, T)$  с помощью возможно меньшего количества параметров в этой работе, как и в [3], применен алгоритм, использующий базу данных для моделей  $\varepsilon_{ef}(\lambda, T)$ , линейных и нелинейных по длине волны и параметрам и нелинейный метод наименьших квадратов. Кроме того, используемая база

данных параметрических моделей  $\varepsilon_{ef}(\lambda, T)$  может быть легко изменена или дополнена в зависимости от типа, структуры материала изучаемого объекта и свойств среды, в которой он находится. Искомая параметрическая модель для  $\varepsilon_{ef}(\lambda, T)$ , фактически, подбирается на основании физических соображений и данных по излучательным характеристикам подобных материалов, известных из литературных источников и экспериментальной практики. Индикатором правильного подбора служит минимизация невязки [3, 4]. При удачном подборе искоемых параметров невязка уменьшается на 1–2 порядка [4].

Аналогично представляя экспериментальные данные согласно (2), имеем систему из  $m-1$  уравнений вида

$$\varepsilon_{ef}^*(\lambda_j) \frac{I_0(\lambda_j, T)}{I_0(\lambda_i, T)} = \frac{I_{ef}(\lambda_j)}{I_{ef}(\lambda_i)},$$

$$i \neq j, \lambda_i = const, \quad (4)$$

где  $\varepsilon_{ef}^*(\lambda_j) = \varepsilon_{ef}(\lambda_j) / \varepsilon_{ef}(\lambda_i)$  – спектральная относительная эффективная излучательная способность.

При  $j = i$   $\varepsilon_{ef}^*(\lambda_{j=i}) = 1$  и тогда зависимость  $\varepsilon_{ef}^*(\lambda_j)$  является непрерывной функцией от  $\lambda_j$ . Если эту функцию представить в параметрическом виде  $\varepsilon_{ef}^*(\lambda, \mathbf{b})$ , где вектор параметров  $\mathbf{b} = (b_1, b_2, \dots, b_k)$ , то, при условии  $k+1 < m-1$  и отсутствии плохой обусловленности соответствующей информационной матрицы, система (4) также может быть решена нелинейным МНК [3].

Поскольку в термометрии излучения для регистрации спектральных интенсивностей эффективного излучения объекта широко используют условные температуры (яркостные и цветовые), а также в связи с тем, что в некоторых смежных дисциплинах, например, в фотометрии, эти температуры имеют несколько иную трактовку, яркостные

и цветовые температуры будут рассмотрены более подробно.

### 2.1. Яркостная температура

Как известно, за яркостную температуру  $T_{br}(\lambda_i)$  визируемого тела при длине волны излучения  $\lambda_i$  принимают такую температуру черного тела, при которой яркости (интенсивности) обеих тел при одной и той же длине волны равны (см., например, [6]) т.е.

$$I_{ef}(\lambda_i) = I_0(\lambda_i, T_{br}(\lambda_i)). \quad (5)$$

Тогда, согласно (1), выражение (5), после очевидных преобразований, выполненных в соответствии с формулой Планка, можно записать в виде:

$$\frac{1}{T_{br}(\lambda_i)} = \frac{1}{T} - \frac{\lambda_i}{c_2} \ln(\varepsilon_{ef}(\lambda_i)) + \alpha, \quad (6)$$

где

$$\alpha = \frac{\lambda_i}{c_2} \ln [1 - (1 - \varepsilon_{ef}(\lambda_i)) \exp(-c_2 / (\lambda_i T))],$$

$c_2 = 14388$  мкм К – вторая постоянная формулы Планка.

При  $\lambda T \leq 2000$  мкм К величина  $\alpha$  мала и ею можно пренебречь. Тогда (6) соответствует формуле Вина, которую можно записать так

$$\frac{c_2}{T_{br}(\lambda_i)} = \frac{c_2}{T} - \lambda_i \ln(\varepsilon_{ef}(\lambda_i)). \quad (7)$$

Как следует из (7), чем короче длины волн зарегистрированного излучения и чем ниже температура, тем меньше погрешность, вносимая неточностью принятой аппроксимации  $\varepsilon_{ef}$  от  $\lambda$ .

Поскольку  $\varepsilon_{ef}$  – непрерывная функция от  $\lambda$ , то при сужении спектрального интервала зависимость  $\varepsilon_{ef}$  от  $\lambda$  стремится к линейной.

При регистрации спектрального распределения яркостных температур  $T_{br}(\lambda_i)$  при  $m$  длинах волн, согласно (7), имеем систему уравнений вида

$$\frac{c_2}{T_{br}(\lambda_i)} = \frac{c_2}{T} - \lambda_i \ln[\varepsilon_{ef}(\lambda_i)],$$

$$i = 1, 2, \dots, m, \quad (8)$$

Система (8) может иметь решение, если  $\varepsilon_{ef}$  (или  $\ln(\varepsilon_{ef})$ ) – параметрическая функция и если выполняются те же ограничения, что и для (3). Фактически это система уравнений (3), записанная в терминах яркостных температур в приближении Вина.

### 2.2. Цветовая температура

Цветовую температуру измеряют по отношению яркостей (интенсивностей) при двух длинах волн  $\lambda_i$  и  $\lambda_j$ . Эту температуру целесообразно использовать, когда для определения истинной температуры применяют соотношение (2).

В термометрии излучения за цветовую температуру  $T_c(\lambda_i, \lambda_j)$  визируемого тела принимают такую температуру черного тела, при которой отношение яркостей (интенсивностей) при двух длинах волн  $\lambda_i$  и  $\lambda_j$  у черного и визируемого тела одинаковы, т.е.

$$I_{ef}(\lambda_j)/I_{ef}(\lambda_i) = I_0(\lambda_j, T_c)/I_0(\lambda_i, T_c). \quad (9)$$

Левая часть (9) может быть записана согласно (2) и тогда (9) выражает связь между цветовой температурой  $T_c(\lambda_i, \lambda_j)$ , эффективными излучательными способностями  $\varepsilon_{ef}(\lambda_i)$ ,  $\varepsilon_{ef}(\lambda_j)$  и истинной температурой  $T$ . В пределах применимости формулы Вина и после очевидных преобразований имеем:

$$\frac{1}{T_c(\lambda_i, \lambda_j)} = \frac{1}{T} + \frac{\ln \frac{\varepsilon_{ef}(\lambda_j)}{\varepsilon_{ef}(\lambda_i)}}{c_2 \left( \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_j} \right)},$$

$$j \neq i, \lambda_i = const. \quad (10)$$

Для удобства анализа спектрального распределения цветových температур вводилось дополнительное условие  $\lambda_j > \lambda_i$ . Тогда  $\varepsilon_{ef}^*(\lambda_j) = \varepsilon_{ef}(\lambda_j)/\varepsilon_{ef}(\lambda_i)$  – непрерывная функция от  $\lambda_j$ .

Также как для (4), для определения  $T$  имеем систему из  $m - 1$  уравнений вида

$$\frac{1}{T_c(\lambda_i, \lambda_j)} = \frac{1}{T} + \frac{\ln \varepsilon_{ef}^*(\lambda_j)}{c_2 \left( \frac{1}{\lambda_i} - \frac{1}{\lambda_j} \right)},$$

$$j \neq i, \lambda_i = const. \quad (11)$$

Фактически это система уравнений (4), записанная в приближении Вина в терминах цветových температур. Поэтому система (11) может иметь решение при выполнении тех же условий, что и система (4).

Для определения цветовой температуры использовалось приближение Вина, которое вносит некоторую погрешность. Эта погрешность проанализирована в [6]. Можно показать, что при  $T < 4000$  К, погрешность, вносимая приближением Вина, как правило, меньше, чем при использовании этого приближения для яркостных температур, т.к. согласно (9), погрешности в числителе и знаменателе частично взаимно компенсируются.

**3. Квазиреальный вычислительный эксперимент.** В качестве иллюстративного примера в режиме квазиреального эксперимента восстановлено истинную температуру по спектральному распределению яркостных температур по алгоритму [4]. Излучение образцов из вольфрама (в спектральном диапазоне от 0.55 до 0.9 мкм, данные из [7]) и тантала (в спектральном диапазоне от 0.4 до 0.9 мкм, данные из [7]) регистрировалось через пластинку оптического стекла толщиной 30 мм. Полагалось, что пропускательная способность  $\tau$  пластины в указанных спектральных диапазонах составляла 0,9. Результаты показали, что в этом случае точность восстановления истинной температуры имеет тот же порядок, что и при регистрации излучения образцов в оптически прозрачной среде.

1. Родионов А.И. и др. Развитие методов многомерных измерений при оптических исследованиях поверхности // ЖТФ. 2002. – Т.72. – Вып. 10. – С. 67–72. 2. Каханер Д., Моулдер К., Нэш С. Численные методы и программное обеспечение. – М., 2001. 3. Леонов А.С., Русин С.П. О решении обратной задачи определения температуры по спектру излучения нагретых тел // Теплофизика и аэромеханика. 2001. – Т.8. –

№3. – С. 475–486. 4. Русин С.П., Леонов А.С. О восстановлении температуры и излучательной способности по спектру теплового излучения нагретых тел // Труды 3-й национальной конференции по теплообмену. Т.6. Радиационный и сложный теплообмен. – М., 2002. – С.324–327. 5. Русин С.П., Леонов А.С. Температура и излучательная

способность, определенные по спектру теплового излучения изотермической системы непрозрачных нагретых тел // Приборы. 2002. – №6. – С. 49–55. 6. Киренков И.И. Метрологические основы оптической пирометрии. – М., 1976. 7. Излучательные свойства твердых материалов // Под ред. А. Е. Шейндлина. – М., 1974.