

## ГРАФОАНАЛІТИЧНИЙ МЕТОД ДОСЛІДЖЕННЯ НЕЕКВІДИСТАНТНИХ АНТЕННИХ РЕШІТОК З ПОЛІПШЕНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

© Різник В., Скрибайло-Леськів Д., 2007

Розглядаються нові моделі для побудови антенних решіток з нееквідистантним розміщенням елементів апертури, що ґрунтуються на використанні графічних інтерпретацій “оптимальних структурних співвідношень”, які дають змогу розширити теоретичні та прикладні можливості згаданих моделей для розроблення антенних систем з поліпшеними якісними показниками з низьким рівнем пелюстків бокового випромінювання та іншими вагомими характеристиками.

The new models for synthesis of non-uniformly spaced antenna arrays, based on the graphic interpretation of “optimal structural relationships”, which allows on development of theoretical and applied possibilities for improving the quality indices of antenna systems with respect to low level of side lobes and the other significant operating characteristics of the systems, are considered.

### Вступ

У сучасних інформаційних технологіях важливого значення набуває проблема синтезу антенних систем з високими якісними характеристиками за такими показниками, як зменшення рівня бокового випромінювання та пов’язане з ним безпосередньо підвищення роздільної здатності проектованої антенної системи. Ця проблема давно відома. Вона пов’язана як з удосконаленням існуючих моделей антенних решіток, так й із розгортанням досліджень за новими принципами та методами структурної оптимізації систем перетворення та пересилання інформації, зокрема за допомогою антенних систем. Пошуки ефективних методів синтезу систем з високою роздільною здатністю обумовлюється актуальністю впровадження спрощених моделей для проектування як лінійних, так і плоских антенних решіток з поліпшеними технічними характеристиками. У статті запропоновано використати для цієї мети новий клас комбінаторних конфігурацій у вигляді графічних моделей «оптимальних структурних співвідношень».

### Огляд літературних джерел

Методам синтезу антен та антенних систем присвячено ряд монографій, оглядів та багато журнальних статей. Зробити повний огляд цієї літератури практично неможливо. Необхідно зазначити багатоманітність підходів до формулювання задач синтезу антен за вказаною діаграмою напрямленості як у загальній постановці, так й з урахуванням різних обмежень. Існують різні підходи до питання оптимізації форми антени і розміщення елементів у нееквідистантних решітках [2–5, 8, 10]. У монографії [1] розглянуто сучасні методи синтезу випромінювальних систем за амплітудною діаграмою напрямленості. В основу описаних методів покладено зведення варіаційних задач до відповідних нелінійних інтегральних рівнянь чи алгебричних систем. Для їхнього розв’язання використано ітераційні та градієнтні методи, залучаються методи амплітудно-фазового, фазового і амплітудного синтезу лінійних, плоских, циліндричних та сферичних антен і решіток, а також квазіоптичних та резонаторних антенних систем. Вільність вибору фазової діаграми напрямленості використовується як можливість поліпшення апроксимації заданої діаграми і визначення ряду додаткових вимог. Вперше методи побудови частотно-незалежних антен опубліковані в монографії [6]. У ній викладені принципи побудови частотно-незалежних

антен, наведено фізичну та математичну інтерпретації їхньої роботи, узагальнено розрахункові та експериментальні дані. Проблема ефективного синтезу частотно-компенсаційних антенних решіток (ЧКАР) розглядається також в публікації [10], де описано метод синтезу таких антен шляхом розміщення випромінювачів лінійних нееквідистантних антенних решіток (НАР) за “законом найменш впорядкованих послідовностей”. Синтез частотно-компенсаційних антенних решіток здійснюється у два етапи. На першому етапі для заданої максимальної частоти робочого діапазону і найбільшого кута фазування обчислюють крок еквідистантної сітки, після чого визначають кількість елементів антени, необхідну для забезпечення її потрібних характеристик: рівня бокового випромінювання, ширини головного пелюстка діаграми напрямленості, коефіцієнта напрямленої дії та коефіцієнта діапазонності антени. На другому етапі визначається найменш впорядкована послідовність, яка забезпечує мінімальний і рівномірний рівень бокового випромінювання. Перевагою методу синтезу ЧКАР, описаного в [10], є спрощення процедури обчислень завдяки використанню для визначення комплексної нормованої діаграми напрямленості цієї антени найменш впорядкованих послідовностей, що за своїми комбінаторними властивостями збігаються з властивостями лінійок Голомба [3]. Застосування методу дає змогу ефективно придушити додаткові дифракційні максимуми діаграми напрямленості, що потрапляють в інтервал видимих кутів під час зростання частоти сигналу, що забезпечило рівномірний рівень бокового випромінювання та стабільний коефіцієнт напрямленої дії у широкому діапазоні частот. Такий підхід до побудови плоских антенних решіток з використанням теорії досконалих різницевих множин (ДРМ) [11] розглянуто в [4], де оптимальне розміщення елементів плоскої нееквідистантної розрідженої антенної решітки здійснюється за двовимірною ДРМ. У таких решітках з кількістю елементів, що дорівнює 150, рівень бокових пелюстків сягає 15 дБ. У [9] основну увагу приділено теорії та методам розрахунку головних характеристик і параметрів широкого класу антенних решіток. Розглянуто задачі аналізу лінійних, плоских і кругових решіток з урахуванням всіх взаємних зв'язків випромінювачів і скінченності розмірів решіток, а також задачі конструктивного синтезу антенних решіток.

### Постановка проблеми

Апарат теорії різницевих множин [11] містить методологію алгебричної теорії комбінаторних конфігурацій та теорії чисел, що вимагає певного рівня математичної підготовки розробника нееквідистантних антенних решіток. Проблема полягає в необхідності перегляду переважно значної кількості різних варіантів різницевих множин або їх відповідних інтерпретацій, які є рівноцінними моделями НАР за своїми параметрами, однак можуть значно відрізнятись між собою за рівнем досягнутого ефекту, наприклад, для синтезу антен з рівномірним і мінімальним значенням бокового випромінювання. Це певною мірою ускладнює методи дослідження моделей для побудови НАР з поліпшеними характеристиками. Для того, щоб серед них обрати оптимальну за певними критеріями модель, доцільно мати можливість ефективного і швидкого критичного перегляду усіх можливих варіантів та їх порівняльного аналізу. Тому для побудови НАР з екстремальними властивостями доцільно скористатися простішими методами та алгоритмами. Один з таких підходів ґрунтується на використанні нетрадиційних комбінаторних структур – ідеальних кільцевих в'язанок (ІКВ) та їх графічних інтерпретацій – “оптимальних структурних співвідношень”.

### Ідеальна кільцева в'язанка

Розглянемо послідовність деяких цілих додатних чисел  $(k_1, k_2, \dots, k_i, \dots, k_n)$ , розміщених так, що останній елемент  $k_n$  цієї послідовності прилягає до першого елемента, тобто  $k_1$ .

Введемо поняття кільцевої суми на згаданій  $n$ - послідовності, яка описується залежністю:

$$S = S(p_j, q_j) = \begin{cases} \sum_{i=p_j}^{q_j} k_i & p_j \leq q_j \\ \sum_{i=p_j}^n k_i + \sum_{i=1}^{q_j} k_i & p_j > q_j \end{cases} \quad (1)$$

де  $p_j, q_j \in \{1, 2, \dots, n\}$ ,  $j=1, 2, \dots, n(n-1)$ .

Для наочності обчислення усіх можливих кільцевих сум згідно з залежністю (1) дані доцільно об'єднати у табл. 1.

Таблиця 1

**Кільцеві суми на n-послідовності (k1 , k2 ,..., ki ,..., kn)**

pj	qj							
	1	2		l-1	l		n-1	n
1	$k_1$	$\sum_{i=1}^2 k_i$		$\sum_{i=1}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=1}^l k_i$		$\sum_{i=1}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=1}^n k_i$
2	$\sum_{i=1}^n k_i$	$k_2$		$\sum_{i=2}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=2}^l k_i$		$\sum_{i=2}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=2}^n k_i$
l-1	$\sum_{i=l-1}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=l-1}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$		$k_{l-1}$	$\sum_{i=l-1}^l k_i$		$\sum_{i=l-1}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=l-1}^n k_i$
l	$\sum_{i=l}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=l}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$		$\sum_{i=1}^n k_i$	$k_l$		$\sum_{i=l}^{n-1} k_i$	$\sum_{i=l}^n k_i$
n-1	$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$		$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=n-1}^n k_i + \sum_{i=1}^l k_i$		$k_{n-1}$	$\sum_{i=n-1}^n k_i$
n	$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^1 k_i$	$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^2 k_i$		$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^{l-1} k_i$	$\sum_{i=n}^n k_i + \sum_{i=1}^l k_i$		$\sum_{i=1}^n k_i$	$k_n$

За табл. 1 легко визначити загальну кількість S кільцевих сум, отриманих різними способами додавання послідовно розміщених елементів n- послідовності (k1 , k2 ,..., ki ,..., kn). Взяти до уваги те, що кільцева сума, записана у крайній праворуч клітинці згори таблиці, зустрічається ще в n – 1 клітинках поруч клітинок нижче головної діагоналі, з'ясовуємо таку залежність:

$$S = n^2 - (n - 1) \tag{2}$$

Поставимо задачу обрання таких елементів n- послідовності (k1 , k2 ,..., ki ,..., kn), щоб усі клітинки таблиці, крім згаданих n – 1 клітинок нижче головної діагоналі, заповнити числами натурального ряду від 1 до S, записуючи кожне число лише по одному разу. Така постановка задачі приводить до означення поняття «ідеальна кільцева в'язанка» (ІКВ) [6].

Ідеальною кільцевою в'язанкою називається кільцева (замкнена) послідовність цілих чисел (k1 , k2 ,..., ki ,..., kn), на якій таблиця кільцевих сум вичерпує ряд натуральних чисел від 1 до S = n2 - n + 1.

Нижче наведено приклад заповнення таблиці кільцевих сум на замкненій числовій n – послідовності (n = 4) цілих чисел (k1 , k2 , k3 , k4 ), де k1=1, k2=2, k3=6, k4=4 (табл.2).

Таблиця 2

**Кільцеві суми на послідовності (1,2,6,4)**

pj	qj			
	1	2	3	4
1	1	3	9	13
2	13	2	8	12
3	11	13	6	10
4	5	7	13	4

У табл. 2 записано всі можливі числа натурального ряду від 1 до  $S = n^2 - n + 1 = 42 - 4 + 1 = 13$ , кожне з яких трапляється рівно по одному разу. Отже, кільцева послідовність чисел (1,2,6,4) є ідеальною кільцевою в'язанкою (КВ), комбінаторні властивості якої можна використати для синтезу нееквідистантних антенних решіток з поліпшеними характеристиками.

### Синтез антенних решіток за допомогою КВ

Побудова прямолінійної чи плоскої ЧКАР і НАР з поліпшеними характеристиками за допомогою КВ ґрунтується на методі, описаному в [10], і полягає в розміщенні випромінювачів за законом оптимальних структурних співвідношень, який задається співвідношенням вагових коефіцієнтів КВ, упорядкованих за кільцевою схемою [7].

За фіксованого числа випромінювачів діаграма напрямленості визначається рядом Фур'є

$$\varphi(\alpha) = 2 \sum_{p=1}^{N_{\min}} C_p \cos kdp(\alpha - \alpha\phi), \quad (3)$$

де  $\alpha = \sin\theta$ ,  $\alpha\phi = \sin\theta\phi$ ;  $\theta$  – кут спостереження, який відраховується від площини, перпендикулярної до осі антенної решітки;  $\theta\phi$  – кут фазування, що визначає відхилення головного максимуму діаграми напрямленості від площини, перпендикулярної до осі антенної решітки;  $N_{\min}$  – найкоротша з найменш впорядкованих послідовностей з фіксованою кількістю  $M$  членів, що дорівнює кількості елементів антенної решітки;  $k = 2\pi/\lambda$  – хвильове число;  $d$  – відстань, що дорівнює кроку еквідистантної сітки;  $C_p$  – різницеві коефіцієнти, що обчислюються за формулою (4).

$$C_p = \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{i=m+1}^M \delta(p, n_i - nm), \quad (4)$$

$$\delta(p, q) = 1, \text{ якщо } p = q; \quad \delta(p, q) = 0, \text{ якщо } p \neq q.$$

Метод ґрунтується на використанні впорядкованих послідовностей чисел ( $k_1=0, k_2, \dots, k_i, \dots, k_n$ ),  $k_1 < k_2 < \dots < k_i < \dots < k_n$ , які збігаються з порядковими номерами вузлів еквідистантної сітки зі заданим кроком, що містять елементи випромінювання, причому згадані числа (порядкові номери вузлів з випромінювачами) обираються такими, щоб жодна відстань між ними не повторювалася, а найбільший порядковий номер вузла з випромінювачем  $k_n$  був якомога меншим ( $k_n \rightarrow \min$ ) для обраної кількості  $n$  випромінювачів НАР.

Розміщення випромінювачів за методом, описаним в [10], дає змогу отримати стабільний коефіцієнт напрямленої дії і рівномірний рівень бокового випромінювання в широкому діапазоні робочих частот. Дотримуючись вищезгаданих умов характеристики антенної решітки, досягають високих показників за рівнем бокового випромінювання, шириною головного пелюстка діаграми напрямленості, коефіцієнтів напрямленої дії та діапазонності.

Наведені в роботі [10] результати свідчать, що шлях до поліпшення характеристик антенних решіток пролягає через дослідження впорядкованих послідовностей, зокрема таких, як лінійки Голомба мінімальної довжини [3]. Для цього потрібно знайти лінійку мінімальної довжини відповідного порядку. Однак відомо, що вже для порядків, більших від 20, алгоритмічна складність пошуку таких послідовностей починає перевищувати можливості сучасних обчислювальних засобів. Тому “брати в лоб” такі задачі навряд чи доцільно. Значно раціональніше використати вже існуючі конструкції або регулярні методи синтезу впорядкованих послідовностей з вищезгаданими властивостями.

Алгоритм синтезу нееквідистантних антенних решіток за графами КВ є таким.

1. Для заданої кількості  $n$  випромінювачів НАР за методом супровідних матриць [7] знаходять КВ  $n$ -го порядку.

2. За методом множників [7] обчислюють всі можливі варіанти КВ  $n$ -го порядку.

3. Для усіх знайдених варіантів ІКВ будують графоаналітичні моделі ІКВ у вигляді  $n$ -кутників, вписаних в нуль-граф з  $S = n^2 - (n - 1)$  послідовно пронумерованими вершинами  $(0, 1, 2, \dots, S-1)$ .

4. На множині побудованих графоаналітичних моделей ІКВ знаходять  $n$ -кутник з найдовшим сегментом.

5. Перенумеровують вершини графу, зафіксувавши початок нового відліку в кінці (у напрямку обходу вершин графу) найдовшого сегмента.

6. Перенумеровують вершини графу, зафіксувавши початок нового відліку на початку (у напрямку, протилежному до обходу вершин графу) найдовшого сегмента.

7. Знайдена пара послідовностей номерів вершин  $n$ -кутника  $k_1=0, k_2, \dots, k_i, \dots, k_n$ ,  $k_1 < k_2 < \dots < k_i < \dots < k_n$ , збігається з порядковими номерами вузлів еквідистантної сітки зі заданим кроком, що містять елементи випромінювання НАР з поліпшеними характеристиками за вищезгаданими показниками.

### Графічні моделі “оптимальних структурних співвідношень”

Для більшої наочності синтезу НАР з поліпшеними характеристиками за допомогою ІКВ доцільно скористатися поняттям «оптимальне структурне співвідношення» порядку  $n$ , зображеного у вигляді  $n$ -кутника, що вписується в круговий нуль-граф з  $S = n^2 - (n - 1)$  послідовно пронумерованими вершинами. Номери вершин  $n$ -кутника збігаються з порядковими номерами вузлів еквідистантної сітки зі заданим кроком, що містять елементи випромінювання НАР з поліпшеними характеристиками за вищезгаданими показниками.

На рис. 1 наведено графічну модель оптимального структурного співвідношення, побудованого на основі ІКВ  $(1, 2, 6, 4)$  з параметрами  $S = 13, n = 4$ .

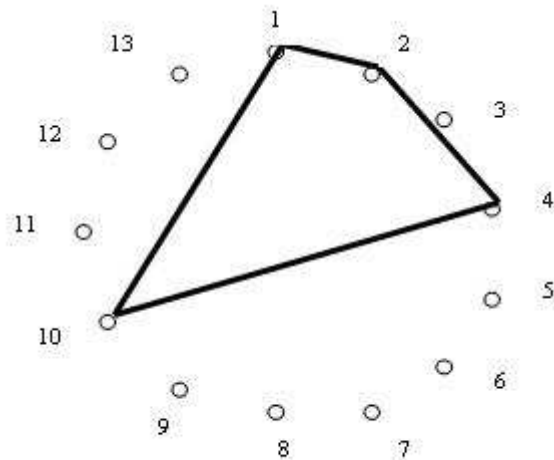


Рис. 1. Графічна модель оптимального структурного співвідношення, побудованого на основі ІКВ  $(1, 2, 6, 4)$  з параметрами  $S = 13, n = 4$

Чотирикутник ( $n=4$ ) вписаний в круговий нуль-граф з  $S = n^2 - n + 1 = 13$  вершинами (рис. 1). Вершини вписаного чотирикутника відповідають номерам  $i_1=1, i_2=2, i_3=4, i_4=10$  вершин кругового нуль-графу. Розглядаючи зазначені вершини в полі вершин кругового нуль-графу, встановлюємо, що найбільшому сегментові відповідає відносна відстань між сусідніми вершинами чотирикутника, яка дорівнює шести ( $l_{\max}=6$ ) умовним одиницям, оскільки  $l_{\max} \equiv i_4 - i_3 \pmod{S}$ . Почавши обхід вершин графу від вершини 10 до 4 за годинниковою стрілкою та відповідно їх перенумерувавши, отримаємо послідовність  $(0, 4, 5, 7)$ . Здійснивши обхід у протилежному напрямку з відповідною перенумерацією вершин кругового графу, матимемо послідовність  $(0, 2, 3, 7)$ .

Отже, з погляду мінімізації довжини НАР найкращими серед можливих варіантів, утворених на ІКВ (1,2,6,4), треба вважати дві послідовності: (0,4,5,7) та (0,2,3,7).

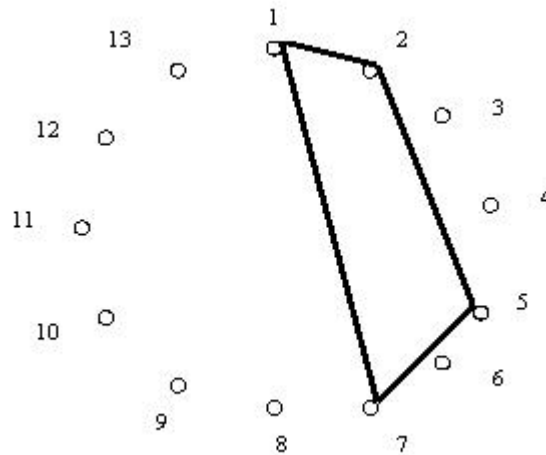
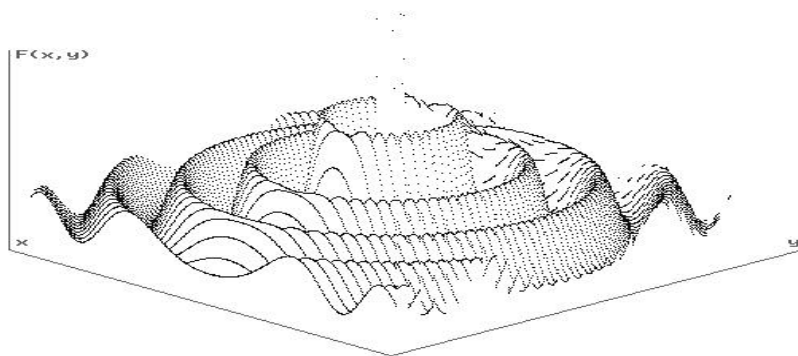
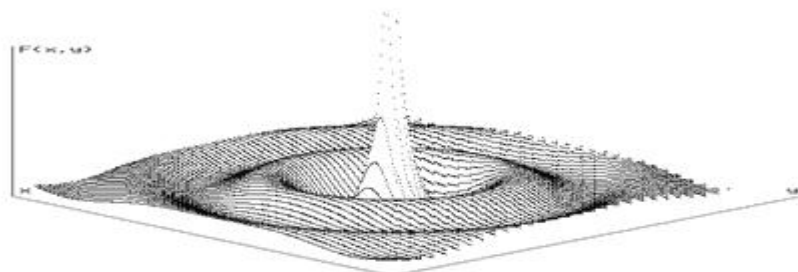


Рис. 2. Графічна модель оптимального структурного співвідношення, побудованого на основі ІКВ (1,3,2,7) з параметрами  $S=13$ ,  $n=4$

На рис. 2 показано графічну модель оптимального структурного співвідношення, побудованого на основі ІКВ (1,3,2,7) з параметрами  $S=13$ ,  $n=4$ . Почавши обхід вершин графу від вершини 1 до 7 за годинниковою стрілкою та відповідно їх перенумерувавши, отримаємо послідовність (0,1,4,6). Здійснивши обхід у протилежному напрямку з відповідною перенумерацією вершин кругового графу, матимемо послідовність (0,2,5,6).



а



б

Рис. 3. Діаграми напрямленості прямолінійних еквідистантної (а) та нееквідистантної (б) антенних решіток для фіксованої кількості випромінювальних елементів ( $n=4$ )

Отже, з погляду мінімізації довжини НАР, найкращими серед можливих варіантів, утворених на ІКВ (1,3,2,7), треба вважати дві послідовності: (0,1,4,6) та (0,2,5,6).

Порівнюючи між собою всі попередні результати обчислення послідовностей за методом графоаналітичних інтерпретацій ІКВ, з'ясуємо, що найкоротшими серед знайдених послідовностей є дві впорядковані послідовності: (0,1,4,6) та (0,2,5,6). Серед багатьох інших можливих варіантів саме ці послідовності необхідно обирати для оптимального розміщення випромінювачів НАР.

На (рис. 3, а, б) наведено діаграми напрямленості прямолінійних еквідистантної та нееквідистантної антенних решіток. На відміну від еквідистантної АР (рис. 3, а), в якій спостерігається значний вплив на величину випромінювання сигналу в основному напрямі інтерференційних максимумів та мінімумів, діаграма напрямленості НАР (рис. 3, б), побудована за методом графоаналітичних інтерпретацій ІКВ для фіксованої кількості випромінювачів ( $n=4$ ), забезпечує низький рівень енергії електромагнітного поля на бокових напрямках випромінювання та поліпшує діаграму напрямленості антенної решітки.

Отже, на відміну від еквідистантної антенної решітки, НАР має нижчий рівень інтерференційних викидів і відповідно ліпші характеристики за рівнем бічного випромінювання та коефіцієнтом напрямленої дії.

### Висновок

Графоаналітичний метод дослідження та побудови нееквідистантних антенних решіток (НАР), зокрема й частотно-компенсаційних, що ґрунтується на використанні графічних інтерпретацій "оптимальних структурних співвідношень", дає змогу розширити теоретичні та прикладні можливості згаданих моделей для розроблення антенних систем з поліпшеними якісними показниками за низьким рівнем пелюстків бокового випромінювання, коефіцієнтом напрямленої дії та іншими важливими характеристиками. Метод може застосовуватися в галузі інформаційних технологій, зокрема в системах пересилання та перетворення інформації з поліпшеними технічними характеристиками.

1. Андрийчук М.И., Войтович Н.Н., Савенко П.А., Ткачук В.П. Синтез антенн по амплитудной диаграмме направленности // АН України, Інститут прикладних проблем механіки і математики. – К. : Наукова думка, 1993. – 255 с. 2. Воробьев М.С., Французов А.Д. // Изв. вузов. Радиоэлектроника. – 1984. – 27. – № 2. – С.26–31. 3. Дьюдни А.К. О линейках Голомба и их применение в радиоастрономии // В мире науки. 1986. – № 2. – С.103–107. 4. Копилович Л.Е., Содин Л.П. Одномерные и двумерные антенны-решетки с низким уровнем боковых лепестков. – Х.: ИРЕ, 1986. – 38 с. 5. Полищук И.М. //Радиотехника и электроника. – 1986. – 31. – № 2. – С.258–263. 6. Рамзей В. Частотно независимые антенны // Под ред. канд. техн. наук А.Ф. Чаплина . – М.: Мир, 1968. 7. Ризнык В.В. Об одном способе оптимального построения дискретных систем // Электроника и моделирование. – 1975, Вып. 8. – С.12-15. 8. Сомов В.П. // Антенны. – 1982. – № 30. – С.131–134. 9. Чаплин А.Ф. Анализ и синтез антенных решеток. – Львів: Вища школа. Изд. при Львов. ун-те. 1987. – 180 с. 10. Чаплин А.Ф., Коваль Б.В. Частотно-компенсационные антенные решетки // Радиотехника и электроника, Том XXXIII, № 2. – М.: АН СССР. – 1988. –С.263–271. 11. Холл М. Комбинаторика. – М.: Мир, 1970. – 470 с.