УДК 004.932

Ю. Рашкевич, Д. Пелешко, А. Ковальчук, Н. Кустра, З. Шпак
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра автоматизованих систем управління

УДОСКОНАЛЕНИЙ АЛГОРИТМ ЗБІЛЬШЕННЯ РОЗДІЛЬНОЇ ЗДАТНОСТІ ЗОБРАЖЕНЬ

Уточнено алгоритм збільшення роздільної здатності зображень методами теорії нечітких множин. За основу взято метод прогнозування на основі нечітких множин.

In the paper described the improved algorithm increase the resolution of images based on the method of fuzzy sets.

Вступ

Підвищення роздільної здатності зображень пов’язане зі здійсненням зміни щільності пікселів на одиницю площі зображення. Сьогодні до найвідоміших методів підвищення роздільної здатності належать методи просторової інтерполяції: метод найближчого сусіда, білінійна, біквадратична інтерполяція, *B*-сплайн інтерполяція і ін. Це означає, що зміна кількості пікселів для будь-якого зображення спочатку реалізується за *x*-координатою (горизонтальний *zooming*), і лише потім за *y*-координатою (вертикальний *zooming*). Власне ця обставина і приводить до небажаних візуальних ефектів в масштабованих зображеннях (розмитість контурних ліній, “сходинковий ефект”, дублювальні контури).

Мета роботи та постановка задачі

У цій роботі пропонується уточнення для алгоритму збільшення роздільної здатності. Основною ідеєю, яка лежить в основі цього підходу, є те, що попередньо відцентровані в межах одного піксела точки різних рисунків з однаковими координатами, маючи різні значення кольорів, володіють тим самим надлишковою інформативністю. Ця надлишковість може бути використана для істотного підвищення роздільної здатності із збереженням якісних характеристик вихідного рисунка (чи рисунків). Цей алгоритм без уточнення описаний в [0], в якій було адаптовано алгоритм [0] прогнозування на основі теорії нечітких множин, але він потребує уточнення, оскільки для опрацювання зображення має важливе значення позиція кожного піксела.

Отже, метою цієї статті є уточнення розв’язку задачі збільшення роздільної здатності зображень, побудованої на основі методів теорії нечітких множин [0].

Алгоритм збільшення роздільної здатності, побудований на основі методів теорії нечітких множин

Алгоритм збільшення роздільної здатності дає змогу знайти новий набір значень, використовуючи три відомі набори.

Нехай задано набір P попередньо відцентрованих рисунків,

$$P = \{P_n\},\ n = 1..t. \tag{1}$$

де t – кількість рисунків.

Кожен рисунок P_n є матрицею розмірності ($s_i \times s_j$) значень кольорів

$$P_n = P_{n\left(s_i, s_j\right)} = \begin{pmatrix} c_{1,1}^n & \dots & c_{s_i,1}^n \\ \dots & \dots & \dots \\ c_{s_i,1}^n & \dots & c_{s_i,s_j}^n \end{pmatrix}, \quad n = 1..t\,, \tag{2}$$

де $c_{i,j}^n$ – значення кольору в точці з координатами (i, j) на площині n-го зображення.

Завданням збільшення роздільної здатності рисунків для кожного n є фомування нового набору рисунків Ψ_n таких, що

$$\forall n \in 1..t \quad \exists \Psi_n = \Psi_{n\left(s_i^\Psi, s_j^\Psi\right)} : \ P_n \underset{f(P_1, \dots, P_n)}{\rightarrow} \Psi_n, \quad s_i^\Psi = 2s_i - 2, \quad s_j^\Psi = 2s_j - 2\,, \tag{3}$$

де s_i^Ψ, s_j^Ψ – розмірності матриць Ψ_n.

Для набору P згідно з (2) формуємо набір векторів по усіх точках $i \in [1, s_i]$ та $j \in [1, s_j]$

$$\Lambda = \left\{ \Lambda_{i,j} \right\}_{i \in [1, s_i]}^{j \in [1, s_j]} = \left\{ \begin{pmatrix} c_{i,j}^1 \\ \dots \\ c_{i,j}^n \end{pmatrix} \right\}_{i \in [1, s_i]}^{j \in [1, s_j]} . \tag{4}$$

За векторами (4) будуємо матрицю декартових добутків

$$\Xi = \left\{ \Xi_j \right\}_{j \in [1, s_j]} = \left\{ \begin{pmatrix} \Xi_{1,1} \\ \dots \\ \Xi_{s_i - 1, 1} \end{pmatrix}, \dots, \begin{pmatrix} \Xi_{1, s_j} \\ \dots \\ \Xi_{s_i - 1, s_j} \end{pmatrix} \right\} . \tag{5}$$

де при фіксованому j

$$\Xi_{i,j} = \Lambda_{i,j} \times \Lambda_{i+1,j}\,. \tag{6}$$

Декартовий добуток матриць $\Xi_{i,j}$ позначимо так

$$\forall j \in [1, s_j] : \quad \Delta_{i,j} = F\left(\Xi_{i,j} \times \Xi_{i+1,j} \right), \quad i \in [1, s_i - 1]\,. \tag{7}$$

Тут F визначає побудову матриці $\Delta_{i,j}$ за такими кроками:

□ з кожної пари елементів кожного декартового добутку $\Xi_{i,j} \times \Xi_{i+1,j}$ вибирається мінімальне значення;

□ з усіх отриманих мінімальних значень вибирається максимальне значення, яке і записується у матрицю $\Delta_{i,j}$.

Тоді набір додаткових точок для усіх P_n визначається так:

$$\forall j \in [1, s_j] : \quad \Delta_{?(i),j} = \Lambda_{i+2,j} \delta \Delta_{i,j}, \quad i \in [1, s_i - 1] \tag{8}$$

В результаті для формування $\{\Psi_n\}$ при фіксованому *j* отримується набір з чотирьох векторів

$$\left(\Lambda_{i,j},\Lambda_{i+1,j},\Lambda_{i+2,j},\Delta_{?(i),j}\right)_{i\in\left[1,s_i-1\right]}. \quad (9)$$

Схема уточнення алгоритму

Наступним кроком є впорядкування набору (9), тобто розміщення $\Delta_{?(i),j}$, який має невідомий індекс в напрямку *i*, серед $\Lambda_{i,j},\Lambda_{i+1,j},\Lambda_{i+2,j}$. Для впорядкування $\Delta_{?(i),j}$ можна використати такі варіанти:

$$\begin{array}{l} 1.\ \Delta_{?(i),j},\Lambda_{i,j},\Lambda_{i+1,j},\Lambda_{i+2,j};\\ 2.\ \Lambda_{i,j},\Delta_{?(i),j},\Lambda_{i+1,j},\Lambda_{i+2,j};\\ 3.\ \Lambda_{i,j},\Lambda_{i+1,j},\Delta_{?(i),j},\Lambda_{i+2,j};\\ 4.\ \Lambda_{i,j},\Lambda_{i+1,j},\Lambda_{i+2,j},\Delta_{?(i),j}. \end{array} \quad (10)$$

Для вибору одного із варіантів (10) пропонується використати таку методику впорядкування усіх наборів за напрямком *i*.

При фіксованому *j* для кожного набору (9) знаходимо мінімум норм

$$\prod_i = \min_{x\in[i..i+2]}\left\|\Lambda_{x,j}-\Lambda_{?(i),j}\right\| = \min_{x\in[i..i+2]}\left(\sqrt{\sum_{n=1}^{t}(c_{x,0}^{n}-c_{?(i),j}^{n})^2}\right), \quad (11)$$

де $c_{?(i),j}^{n}$ – значення кольору вектора $\Lambda_{?(i),j}$.

За знайденим $\prod_i$ визначаємо *x*, тобто вектор серед $\Lambda_{i,j},\Lambda_{i+1,j},\Lambda_{i+2,j}$, в околі якого буде розміщено $\Lambda_{?(i),j}$. Знайдене значення *x* позначимо через x'.

Для уточнення розміщення $\Lambda_{?(i),j}$ (тобто перед чи за вектором $\Lambda_{x,j}$) шукаємо довжини векторів $\Lambda_{?(i),j}$ і $\Lambda_{x,j}$

$$\begin{array}{l} d_{x',j} = \left|\Lambda_{x',j}\right| = \sqrt{\sum_{n=1}^{t}\left(c_{x,j}^{n}\right)^2},\ \ i\le x'\le i+2;\\ d_{?(i),j} = \left|\Lambda_{?(i),j}\right| = \sqrt{\sum_{n=1}^{t}\left(c_{?(i),j}^{n}\right)^2}, \end{array} \quad (12)$$

Надалі достатньо порівняти $d_{x',j}$ і $d_{?(i),j}$. Якщо $d_{?(i),j} < d_{x',j}$, то $\Lambda_{?(i),j}$ розміщується перед $\Lambda_{x,j}$; в протилежному випадку – за $\Lambda_{x,j}$. Так сформуються усі s_i^{Ψ} векторів $\left\{\Lambda_{i,j}\right\}_{i\in\left[1,s_i^{\Psi}\right]}^{j-\text{фікс}}$ в напрямку *i*.

Аналогічно стосовно до вихідного набору (2) при фіксованому *i* формується набір в напрямку *j*.

Приклад застосування алгоритму

Нехай задано набір рисунків, наведений на рис.1 (тоді *t* = 5)

P_1 P_2. P_3 P_4 P_5

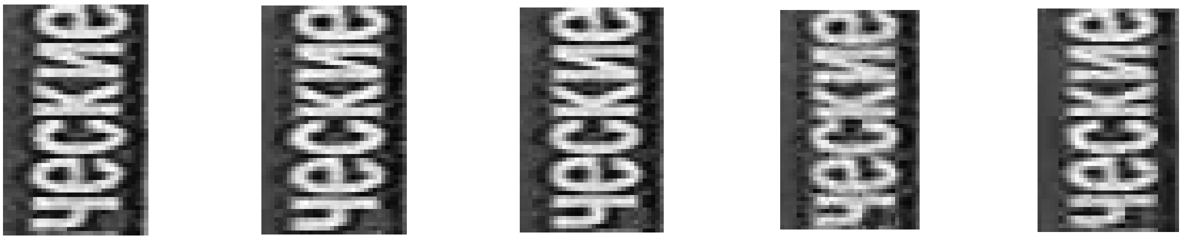


Рис. 1. Вхідний набір зображень

Для спрощення ілюстрації роботи алгоритму розглянемо набір точок за рядком – з фіксованою координатою y (нехай y = 1), а саме рішення опишемо лише на трьох точках. На їхній основі побудуємо четверту. Аналогічно, пересуваючись по точках в ітераційному циклі, можна побудувати решту наборів $\Lambda_{?(i),j}$.

Якщо x = 1, згідно з (4) маємо такі вхідні три вектори

$$\Lambda_{1,1} = \begin{pmatrix} 25 \\ 35 \\ 30 \\ 45 \\ 42 \end{pmatrix}; \qquad \Lambda_{2,1} = \begin{pmatrix} 15 \\ 25 \\ 32 \\ 10 \\ 30 \end{pmatrix}; \qquad \Lambda_{3,1} = \begin{pmatrix} 22 \\ 34 \\ 23 \\ 32 \\ 25 \end{pmatrix}. \tag{13}$$

За векторами (13) можна обчислити декартові добутки (5) $\Xi_{1,1}$ і Ξ_2

$$\Xi_{1,1} = \begin{bmatrix} (25,15) & (25,25) & (25,32) & (25,10) & (25,30) \\ (35,15) & (35,25) & (35,32) & (35,10) & (35,30) \\ (30,15) & (30,25) & (30,32) & (30,10) & (30,30) \\ (45,15) & (45,25) & (45,32) & (45,10) & (45,30) \\ (42,15) & (42,25) & (42,32) & (42,10) & (42,30) \end{bmatrix}. \tag{14}$$

$$\Xi_{2,1} = \begin{bmatrix} (15,22) & (15,34) & (15,23) & (15,32) & (15,25) \\ (25,22) & (25,34) & (25,23) & (25,32) & (25,25) \\ (32,22) & (32,34) & (32,23) & (32,32) & (32,25) \\ (10,22) & (10,34) & (10,23) & (10,32) & (10,25) \\ (30,22) & (30,34) & (30,23) & (30,32) & (30,25) \end{bmatrix}. \tag{15}$$

Використовуючи (7), (14) і (15), можна обчислити матрицю $\Delta_{1,1}$

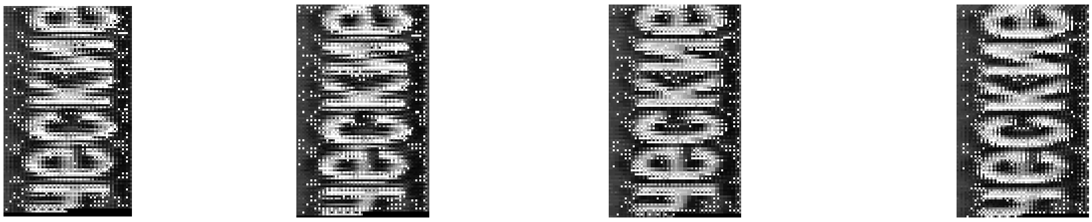
$$\Delta_{1,1} = \begin{bmatrix} 15 & 25 & 25 & 15 & 25 \\ 25 & 25 & 32 & 25 & 30 \\ 22 & 32 & 30 & 32 & 30 \\ 15 & 25 & 32 & 10 & 30 \\ 22 & 30 & 32 & 30 & 30 \end{bmatrix}. \tag{16}$$

На вхід матриці $\Delta_{1,1}$ подаємо дію, описану нечіткою множиною $\Lambda_{3,1}$ (8) і отримуємо прогнозоване значення [1]:

$$\Lambda_{?(1),1} = [22,34,\ 23,\ 32,25]\delta \begin{bmatrix} 15 & 25 & 25 & 15 & 25 \\ 25 & 25 & 32 & 25 & 30 \\ 22 & 32 & 30 & 32 & 30 \\ 15 & 25 & 32 & 10 & 30 \\ 22 & 30 & 32 & 30 & 30 \end{bmatrix} = [15,25,32,10,30]. \tag{17}$$

Аналогічно у напрямку i знаходимо усі решту $\Lambda_{?(i),j}$, $i > 1$. Наостанок впорядковуємо набір $\Lambda_{1,1}, \Lambda_{2,1}, \Lambda_{3,1}, \Delta_{?(1),1}$.

Результати впорядкування усіх можливих варінатів (10) наведено на рис. 2.



1 варіант *2 варіант* *3 варіант* *4 варіант*

Рис. 2. Зображення розширене у два рази з використанням варіанта впорядкування

Результати впорядкування згідно із запропоновано методикою (11), (12) наведено на рис. 3

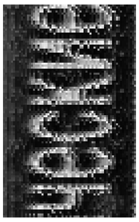


Рис. 3. Зображення розширене у два рази з використанням норми

Висновки

Запропонований алгоритм збільшення роздільної здатності зображень в градаціях сірого дає змогу використати надлишковість, яка міститься в наборі однотипних зображень. Ця надлишковість може бути використана для істотного підвищення роздільної здатності із збереженням якісних характеристик вихідного рисунка (чи рисунків).

1. Рашкевич Ю.М., Пелешко Д.Д., Ковальчук А.М., Кустра Н.О. Збільшення роздільної здатності зображень методами теорії нечітких множин // Вісник Національного університету "Львівська політехніка" "Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології". – №565. – С. 243-250. 2. Нечеткие множества и теория возможностей. Пер. с англ. / Под ред.Р.Р. Ягера. 3. Последние достижения. – М.:Радио и связь, 1986. – 407 с.