

## КООРДИНАЦІЯ КОМАНДНОЇ ГРИ МОБІЛЬНИХ АГЕНТІВ

© Кравець П., 2007

**Досліджується проблема координації дій мобільних агентів у стохастичній командній грі. Сформульовано ігрову задачу командного володіння динамічним ресурсом. Розроблено рекурентний метод та алгоритмічно-програмне забезпечення для розв’язування ігрової задачі. Вивчено вплив параметрів задачі на збіжність ігрового методу.**

**The problem of coordination of actions of the mobile agents in stochastic command game is investigated. The statement of a game task of command possession of a dynamic resource is executed. The recurrence method, algorithm and software for the task solving are developed. The influence of parameters of a task on convergence of a game method is investigated.**

### Вступ

Мультиагентні системи (МАС) є підмножиною розподілених систем штучного інтелекту, призначених для прийняття рішень у складних динамічних середовищах на основі координації дій агентів. Координація – це процес узгодження дій агентів для досягнення глобальної мети розвитку системи. Координація ґрунтується на декомпозиції глобальної мети на узгоджені локальні цілі агентів, визначенні стратегій для досягнення цілей, побудові механізмів обміну інформацією між агентами, розподілі спільних ресурсів, плануванні поведінки агентів [1].

Функціонування МАС, як правило, здійснюється в умовах апріорної невизначеності середовища прийняття рішень. В таких умовах координації досягають завдяки самонавчанню та адаптації дій агентів [2].

У ролі агентів виступають програми або фізичні об’єкти з елементами штучного інтелекту. Агенти характеризуються наявністю органів сприйняття інформації (рецепторів), виконання керівних дій (ефекторів), метою та правилами поведінки для її досягнення, залежними від проблемної галузі знаннями, здатністю до самонавчання та адаптацією до невизначеностей середовища [3].

Група агентів, яка має спільну мету роботи, утворює команду. Члени команди координують свої дії, взаємодіючи між собою та з середовищем прийняття рішень засобами системи рецепторів-ефекторів. Інша частина агентів, які мають спільну опозиційну мету, утворюють команду суперників. Мета командної гри, як правило, полягає у пошуку, захопленні та розподілі різноманітних ресурсів.

Для пошуку ресурсів та один одного агенти повинні володіти додатковою властивістю – мобільністю, або здатністю до переміщення в розподілених інформаційних або фізичних середовищах. До задач командної поведінки мобільних агентів належать: пошук, збирання та фільтрування інформації в комп’ютерній мережі; організація розподілених обчислень; керування потоками даних; електронна комерція; організація роботи нейроагентних мереж; керування агентами-роботами; розроблення сценаріїв різноманітних ігрових та навчальних програм [4, 5].

Дослідження поведінки мобільних агентів у динамічних середовищах з елементами невизначеності є актуальною науково-практичною проблемою, на розв’язування якої спрямовані зусилля багатьох сучасних дослідників МАС. Для побудови алгоритмів оптимальної поведінки агентів, яка забезпечує досягнення цільових командних рішень, в основному використовуються різноманітні евристичні правила, спеціально сконструйовані або побудовані на основі спостереження за роботою реальних розподілених систем [1 – 5].

Враховуючи конкурентний характер поведінки команд агентів, мобільні МАС в умовах невизначеності можна досліджувати за допомогою моделей та методів стохастичних ігор [6 – 9].

Використання апарату стохастичних ігор дає можливість вивчити динаміку та цільові стани колективної рівноваги системи агентів, важливі для проектування та практичної реалізації ефективних МАС. З теоретико-ігрового погляду координація дій агентів полягає у визначенні стратегій, які забезпечують дотримання умов колективно-оптимальних розв'язків, наприклад, рівноваги за Нешем, оптимальності за Парето та ін.

Метою цієї роботи є побудова та дослідження моделі адаптивної координації командної гри мобільних агентів в умовах апріорної невизначеності динамічного середовища прийняття рішень. Для досягнення мети необхідно розв'язати такі задачі: сформулювати стохастичну гру, побудувати метод для її розв'язування, дослідити фактори збіжності ігрового методу та оптимальних колективних розв'язків.

### 1. Формулювання ігрової задачі

Нехай задано  $M=2*m$  гравців, розділених на дві команди, наприклад, за парними та непарними номерами. Гравці є мобільними агентами, які переміщуються в обмеженому  $L$ -вимірному гіперпросторі, визначеному декартовим добутком чистих стратегій гравців  $X = \bigotimes_{k=1}^L X_k$ , де  $X_k = (x^k(j) | i = \overline{1, N_j})$ . Переміщення  $i$ -го агента відбувається дискретними кроками вибором чистих стратегій  $x^{ik}$  за кожним координатним напрямком  $k = \overline{1, L}$ . Чисті стратегії вибираються у дискретні моменти часу  $n = 1, 2, \dots$  з імовірностями, які утворюють динамічні вектори змішаних стратегій  $p_n^{ik} = (p_n^{ik}(1), p_n^{ik}(2), \dots, p_n^{ik}(N_k))$ , визначені на одиничних симплексах  $S^{N_k}$  [9].

Кожна команда намагається заволодіти мобільним незнищуваним ресурсом, переміщення якого задається керованим випадковим процесом  $r_n \in X$ . Для цього на кожному кроці гри агенти визначають поточну відстань до ресурсу

$$\xi_n^i = \|x_n^i - r_n\|, \quad (1)$$

де  $\|\cdot\|$  – евклідова норма.

Найближчий до ресурсу агент стає його володарем у момент часу  $n+1$ :

$$i = (l | \min_l \xi_n^l, l = \overline{1, M}). \quad (2)$$

Ресурс не затримується гравцем і передається іншому найближчому гравцю цієї команди. Нехай поточні координати такого гравця дорівнюють  $x_n^l = (x_n^l(k) | k = \overline{1, L})$ . Подальше розміщення ресурсу залежить від позиції найближчого гравця  $x_n^l$  і визначається нормальним законом розподілу  $r_{n+1} \sim Normal(x_n^l, d^l)$  з математичним сподіванням  $x_n^l \in X$  та дисперсією  $d^l \in X$ . Згідно з (2), за значення дисперсії  $d^l > 0$  на кожному кроці гри ресурс може переходити від однієї команди до іншої.

Оскільки задачею команд є спроба заволодіти мобільним ресурсом, то їх агенти використовують значення відстані (1) як власні поточні втрати. Якість гри кожного агента характеризується функцією середніх втрат:

$$\Phi_n^i(\{x_n^i\}) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \xi_t^i. \quad (3)$$

Мета переміщення агентів полягає у мінімізації функцій середніх втрат:

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} \Phi_n^i \rightarrow \min, \quad i = \overline{1, M}. \quad (4)$$

Оптимальні розв'язки задачі векторної оптимізації (4) знаходяться у множині станів колективної рівноваги [9, 10], коли індивідуальний вигравш гравця обмежується стратегіями інших гравців.

## 2. Методи розв'язування ігрової задачі

Виконання умови (4) забезпечується відповідним формуванням векторів змішаних стратегій. Ігрову задачу розв'язуємо за допомогою рекурентних методів [11]

$$p_{n+1}^{ik} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_k} \left\{ p_n^{ik} - \gamma_n R(p_n^{ik}, x_n^{ik}, \xi_n^i) \right\}, \quad (5)$$

де  $\pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_k}$  – проектор на одиничний  $\varepsilon$ -симплекс  $S_{\varepsilon}^{N_k} \subseteq S^{N_k}$  [9];  $\gamma_n$  – монотонно спадна послідовність невід'ємних величин, яка регулює величину кроку методу;  $R$  – крок методу;  $\varepsilon_n$  – монотонно спадна послідовність невід'ємних величин, яка регулює швидкість розширення  $\varepsilon$  – симплексу.

Гра мобільних агентів породжує складний динамічний процес переміщення гравців залежно від поточної позиції керованого ресурсу. Тому побудову методу (5) можна виконати на основі раціональних евристичних правил або виходячи з опису фінальних станів колективної рівноваги, прийнявши певні спрощення щодо динаміки випадкових процесів.

У загальному, метод зміни елементів вектора змішаних стратегій побудуємо так, щоб у разі вибору стратегії  $x_n^{ik}(j)$  меншому значенню втрат  $\xi_n^i$  відповідав більший приріст елемента  $p_n^{ik}(j)$ .

Припустимо, що функція середніх програвів агентів має вигляд

$$V^i(p^i) = \sum_{x \in X} v^i(x) \prod_{k=1}^L p^{ik}(x^{ik}), \quad i = \overline{1, M},$$

де  $p^i \in S = \prod_{k=1}^L S^{N_k}$ ,  $x^{ik} \in x$ ,  $v^i(x) = M\{\xi_n^i(x)\}$  для всіх  $x \in X$ .

Визначимо градієнт  $\nabla_{p^{ik}} V^i(p^i)$  диференційованої за  $p_n^{ik}$  функції і прийнемо, що

$$M\{R(p_n^{ik}, x_n^{ik}, \xi_n^i)\} = \nabla_{p^{ik}} V^i(p^i). \quad \text{Враховуючи, що } \nabla_{p^{ik}} V^i = M \left\{ \frac{\xi_n^i}{e^T(x_n^{ik}) p_n^{ik}} e(x_n^{ik}) \middle| p_n^{ik} = p^{ik} \right\},$$

методом стохастичної апроксимації [12] отримаємо градієнтний метод:

$$p_{n+1}^{ik} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_k} \left\{ p_n^{ik} - \gamma_n \frac{\xi_n^i e(x_n^{ik})}{e^T(x_n^{ik}) p_n^{ik}} \right\}, \quad (6)$$

де  $e(x_n^{ik})$  – одиничний вектор-індикатор вибору чистої стратегії  $x_n^{ik}$ .

Інший метод можна отримати на основі умови доповняльної нежорсткості:

$$\Delta V^i = V^i e^{N_k}, \quad (7)$$

де  $\Delta V^i = (\Delta V_j^i | j = \overline{1, N_k})$  – векторна функція середніх втрат при фіксованих чистих стратегіях  $i$ -го гравця;  $e^{N_k} = (1_j | j = \overline{1, N_k})$  – вектор, що складається з  $N_k$  одиниць. Рівність (7) виконується для вирівнювальних змішаних стратегій [10].

Нехай  $M\{R_n | p_n^{ik} = p^{ik}\} = \Delta_{p^{ik}} V^i - V^i e^{N_k}$ . Тоді, враховуючи, що

$$\nabla_{p^{ik}} V^i(p^i) - V^i e^{N_k} = M \left\{ \xi_n^i \left[ \frac{e(x_n^{ik})}{e^T(x_n^{ik}) p_n^{ik}} - e^{N_k} \right] \middle| p_n^{ik} = p^{ik} \right\}, \quad \text{методом стохастичної апроксимації}$$

отримаємо метод доповняльної нежорсткості:

$$p_{n+1}^{ik} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_k} \left\{ p_n^{ik} - \gamma_n \xi_n^i \left[ \frac{e(x_n^{ik})}{e^T(x_n^{ik}) p_n^{ik}} - e^{N_k} \right] \right\}. \quad (8)$$

Виконаємо поелементне зважування векторної умови доповняльної нежорсткості

$$\text{diag}(p^{ik}) [V^i e^{N_k} - \Delta V^i] = 0,$$

яке враховує можливі розв'язки ігрової задачі, розміщені на межі одиничного симплексу.

Припустимо, що  $M\{R_n | p_n^{ik} = p^{ik}\} = \text{diag}(p^{ik}) [V^i e^{N_k} - \Delta_{p^{ik}} V^i]$ . Враховуючи, що  $\text{diag}(p^{ik})(V^i e^{N_k} - \Delta_{p^{ik}} V^i) = M\{\xi_n^i [p_n^{ik} - e(x_n^{ik})] | p_n^{ik} = p^{ik}\}$ , на основі стохастичної апроксимації отримаємо метод зваженої доповняльної нежорсткості:

$$p_{n+1}^{ik} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^{N_k} \left\{ p_n^{ik} - \gamma_n \xi_n^i [e(x_n^{ik}) - p_n^{ik}] \right\}. \quad (9)$$

Умови середньоквадратичної збіжності цих методів у стаціонарних знакододатних середовищах (при  $v^i(x) > 0$  для всіх  $x \in X$ ,  $i = \overline{1, M}$ ) отримано у класі монотонно спадних невід'ємних величин

$$\gamma_n = \gamma_0 n^{-\alpha}, \quad \varepsilon_n = \varepsilon_0 n^{-\beta}, \quad (10)$$

де  $\gamma_0, \alpha, \beta > 0$ ,  $\varepsilon_0 \in (0, \min_k N_k^{-1})$ .

Оцінювання асимптотичного порядку швидкості збіжності виконано відносно функції Ляпунова [9]  $\Delta_n = \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^L \|p_n^{ik} - \tilde{p}_n^{ik}\|^2$ , яка визначає поточну похибку доповняльної нежорсткості, для послідовностей величин (10) методом моментів Чжуна [13]:

$$\overline{\lim}_{n \rightarrow \infty} n^\theta M\{\Delta_n\} \leq \mathcal{G},$$

де  $\tilde{p}_n^{ik} = \frac{\text{diag}(p_n^{ik}) \Delta V_n^i}{V_n^i}$  – поточне наближення до вирівнювальних стратегій ( $V_n^i > 0$ ),  $\theta$  – параметр

порядку,  $\mathcal{G}$  – величина швидкості збіжності. Більшому  $\theta$  та меншому  $\mathcal{G}$  відповідає більша швидкість збіжності ігрового методу.

Порядок середньоквадратичної швидкості збіжності методів (6) та (8) становить  $\theta = \min(1 + \beta - \alpha, \alpha - \beta)$  при обмеженнях  $\alpha \in (0, 1]$ ;  $0 < \beta < \alpha$ .

Порядок середньоквадратичної швидкості збіжності методу (9) дорівнює  $\theta = \min(1 + \beta - \alpha, \alpha)$  при обмеженнях  $\alpha \in (0, 1]$ ;  $\beta > 0$  [14].

Максимальний порядок швидкості збіжності ігрових методів у знакододатних середовищах дорівнює:  $\theta_{\max} = 0.5$  – для методів (6) та (8);  $\theta_{\max} = 1$  – для методу (9). Можливість досягнення максимального порядку визначається належним підбором початкових значень параметрів методів  $\gamma_0$  та  $\varepsilon_0$ .

### 3. Ігровий алгоритм

Алгоритм командної гри мобільних агентів складається з таких кроків.

**Крок 1. Ініціалізація методу.** Задати кількість агентів  $M$ , початкові значення параметрів ігрового методу  $\gamma_0, \alpha, \varepsilon_0, \beta$ , які задовольняють умови асимптотичної збіжності, та початкові значення векторів змішаних стратегій  $p_0^{ik}$ ,  $i = \overline{1, M}$ ,  $k = \overline{1, L}$ . Вектори змішаних стратегій можуть набувати довільних значень на одиничному  $\varepsilon$ -симплексі ( $\varepsilon > 0$ ). Враховуючи, що у початковий момент часу ігрова система є ненавченою, доцільно задати рівноімовірний розподіл координат агентів у межах ігрового поля  $p_0^{ik}(j) = 1/N_k$ ;  $j = \overline{1, N_k}$ .

Задати початкове розміщення точкового ресурсу  $r_0 \in X$  та номер агента  $I$ , який володіє ресурсом. Прийняти координати агента  $I$  рівними координатам розміщення ресурсу  $r_0$ . Задати момент часу  $n = 1$ .

**Крок 2. Вибір чистих стратегій та визначення поточних координат агентів.** Для кожного агента  $i = \overline{1, M}$ , крім агента з номером  $I$ , згенерувати  $L$  випадкових чисел  $\omega$ , розподілених за

рівномірним законом на відрізьку  $[0,1)$ , та визначити значення чистих стратегій за кожним координатним напрямом з виконання умови

$$x_n^{ik} = \left( x_n^{ik}(J) \mid J = \text{ind} \left\{ \min_J \sum_{j=1}^J p_n^{ik}(j) \geq \omega \right\}; J = \overline{1, N_k} \right), k = \overline{1, L}.$$

За значеннями чистих стратегій визначити координати агентів  $x_n^i = (x_n^{ik} \mid k = \overline{1, L})$ ,  $i = \overline{1, M}$ .

**Крок 3. Передача ресурсу іншому гравцю.** Визначити номер найближчого гравця команди, яка володіє ресурсом у певний момент часу:

$$I = \text{ind} \min_{\substack{(i \neq I) \text{ and} \\ (i \bmod 2 = I \bmod 2)}} \|x_n^i - r_n\|.$$

Під час поділу гравців на команди за парними та непарними номерами ознакою належності гравців до однієї команди є виконання умови  $i \bmod 2 = I \bmod 2$ .

**Крок 4. Визначення нових координат точкового ресурсу.** Координати ресурсу  $r_n \in X$  визначаються як випадкові величини, розподілені за нормальним законом з математичним сподіванням  $x_n^I$  та дисперсією  $d_n^I$ . Нормально-розподілені випадкові величини можна обчислити через суму дванадцяти рівномірно розподілених величин:

$$r_n^k = x_n^{Ik} + \sqrt{d_n^{Ik}} \left( \sum_{j=1}^{12} \omega_j - 6 \right),$$

де  $\omega \in [0,1)$  – випадкове число, розподілене за рівномірним законом.

**Крок 5. Визначення нового володаря ресурсу.** Обчислити координати найближчого до ресурсу агента з номером

$$I = \text{ind} \min_{i \neq I} \|x_n^i - r_n\|.$$

Координати агента  $I$  приймаються рівними координатам ресурсу:  $x_n^I = r_n$ .

**Крок 6. Визначення поточних втрат гравців.** Поточні втрати визначаються як відстань між агентом та ресурсом:

$$\xi_n^i = \|x_n^i - r_n\|, i = \overline{1, M}.$$

**Крок 7. Зміна регульованих параметрів алгоритму.** Обчислити значення параметрів  $\gamma_n = \gamma_0 n^{-\alpha}$ ,  $\varepsilon_n = \varepsilon_0 n^{-\beta}$  у момент часу  $n$ .

**Крок 8. Перерахунок елементів векторів змішаних стратегій.** Обчислення нових векторів змішаних стратегій здійснюється за одним із рекурентних перетворень (6), (8), (9), після чого виконується їх проектування на одиничний  $\varepsilon$ -симплекс, яке зводиться до ітераційного алгоритму проектування вектора на одиничну гіперплощину з подальшим зануленням його від'ємних компонентів [9].

**Крок 9. Перевірка умови завершення гри.** Момент закінчення гри може бути визначений за однією з таких умов:

1) за незначної зміни векторів змішаних стратегій впродовж двох послідовних моментів часу, тобто коли  $\delta_n = M^{-1} L^{-1} \sum_{i=1}^M \sum_{k=1}^L \|p_{n+1}^{ik} - p_n^{ik}\| < \varepsilon$ , де  $\varepsilon > 0$  – точність розв'язку;

2) у разі досягнення заданої кількості кроків, тобто при  $n = n_{out}$ .

Якщо умову виконано, то перейти на крок 10, інакше задати  $n = n + 1$  і перейти на крок 8.

**Крок 10. Виведення розв'язків ігрової задачі. Кінець.**

#### 4. Результати моделювання

Динаміку гри будемо досліджувати на основі функції середніх втрат команди агентів:

$$\bar{\Phi}_n = m^{-1} \sum_{\substack{i=1 \\ \text{if } (i \bmod 2)+1=K}}^M \Phi_n^i,$$

де  $m$  – кількість гравців команди,  $K \in \{1, 2\}$  – номер команди.

Простір експерименту визначимо у вигляді системи параметрів  $(M, d, L, N, \alpha, \beta)$ , де  $M$  – загальна кількість агентів,  $d$  – дисперсія випадкового розподілу;  $L$  – кількість вимірів області гри;  $\alpha, \beta$  – параметри ігрового методу. За замовчуванням ці параметри набувають постійних значень  $M = 20, d = 1, L = 2, N = 10, \alpha = 0.3, \beta = 2$ . Значення деяких із параметрів вказуються явно для окремих експериментів та експериментів, де вивчається динаміка впливу параметрів на характеристики гри мобільних агентів.

Перерахунок векторів змішаних стратегій гравців обох команд здійснюється за рекурентним методом (9). Виходячи з цього, обидві команди є рівносильними стосовно застосування тактики та стратегії стохастичної гри.

Середню кількість кроків гри

$$\bar{n} = T^{-1} \sum_{t=1}^T n_{out}(t)$$

обчислимо за  $T = 100$  реалізаціями ігрового алгоритму. Момент завершення гри визначимо з виконання умови:

$$n_{out} = (n | \delta_n < \varepsilon),$$

де  $\varepsilon$  – середня норма приросту векторів змішаних стратегій гравців за два послідовні моменти часу.

На рис. 1 зображено графіки функції середніх втрат для команд агентів, отримані для різної кількості учасників гри при значенні дисперсії  $d = 0$  і значенні параметра  $\alpha = 0.1$ . Графік з номером 1 відповідає першій, а графік з номером 2 – другій команді гравців. Графіки отримано для однакових послідовностей випадкових величин та зображено у логарифмічному масштабі.

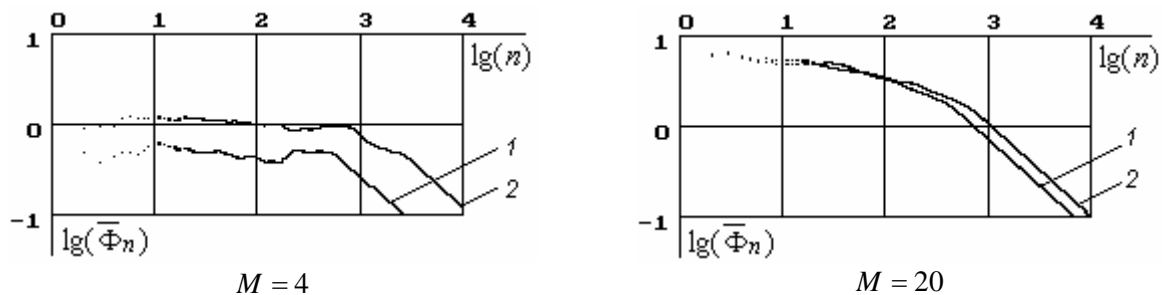


Рис. 1. Функції середніх втрат команд агентів при  $d = 0$

Порядок швидкості збіжності гри оцінюється пропорційно тангенсу кута нахилу лінійної апроксимації функції середніх втрат з напрямком часу після завершення перехідного періоду навчання. Аналіз графіків показує, що із зростанням кількості гравців в основному змінюється константна складова швидкості збіжності командної гри, яка визначається відносним зміщенням по осі значення функції середніх втрат.

Згідно з алгоритмом ходу гри, при  $d = 0$  відбувається точна передача ресурсу між членами однієї команди гравців. Інша команда, не отримуючи ресурсу, здійснює такі переміщення в області гри, які мінімізують відстані гравців до мобільного ресурсу. Як видно з отриманих графіків, в результаті цього одна команда адаптується до переміщень гравців іншої команди. Зміни функцій середніх втрат обох команд є практично однаковими.

Така самоорганізація поведінки команд відбувається за рахунок адаптаційних властивостей алгоритму гри. Перебуваючи в гомогенному (стосовно способу обчислення відстані до мобільного ресурсу) середовищі, при  $d=0$  гравці формують однакові (або близькі) розподіли свого розміщення в області гри. Це добре видно з рис. 2, де зображено відносні частоти  $\mu = n_j / n$ ,

$j = \overline{1, N}$ ,  $\sum_{j=1}^N n_j = n$  розміщення двох гравців різних команд на момент  $n = 10^4$  завершення гри.

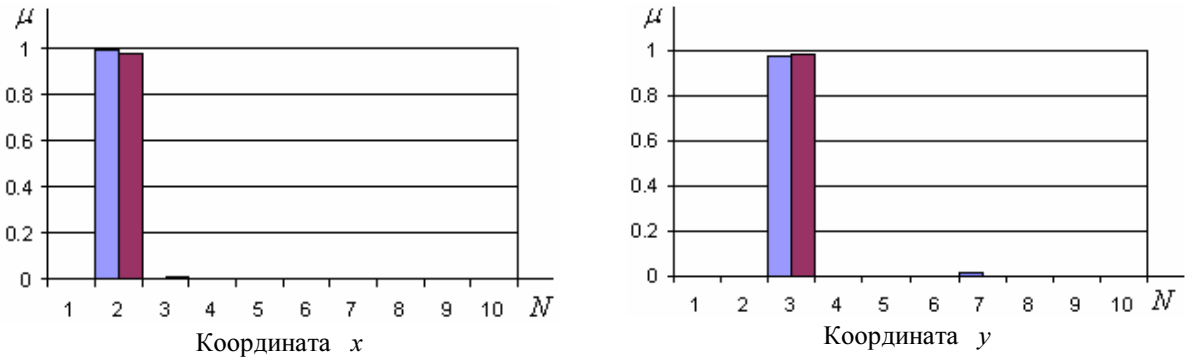


Рис. 2. Емпіричний розподіл координат агентів при  $d = 0$

Повноцінна гра існує при  $d > 0$ , коли мобільний ресурс переходить від однієї команди до іншої за рахунок його неточної передачі між гравцями однієї команди. В результаті цього зменшується частота володіння ресурсом кожною командою, що призводить до сповільнення збіжності гри мобільних агентів, як це видно з рис. 3.

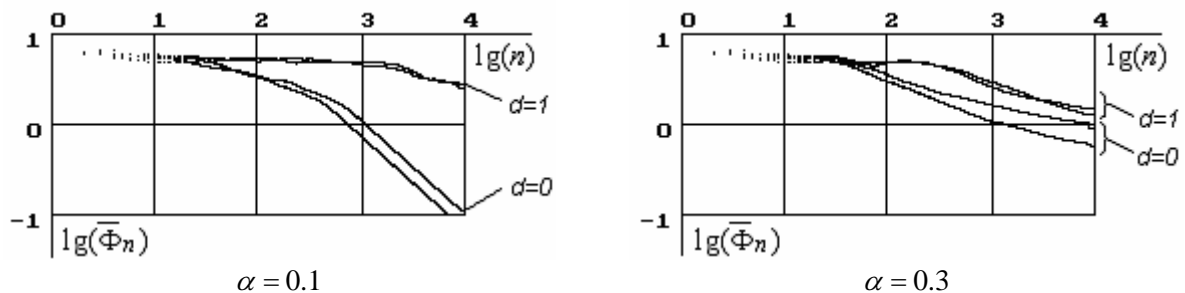


Рис. 3. Вплив дисперсії на збіжність ігрового методу

Залежність середньої кількості кроків  $\bar{n}$ , необхідних для завершення гри з точністю  $\varepsilon$ , від кількості гравців подано на рис. 4. Результати отримано при значенні дисперсії  $d = 1$ . Зростання кількості гравців призводить до зростання кількості кроків, необхідних для розв'язування гри з заданою точністю.

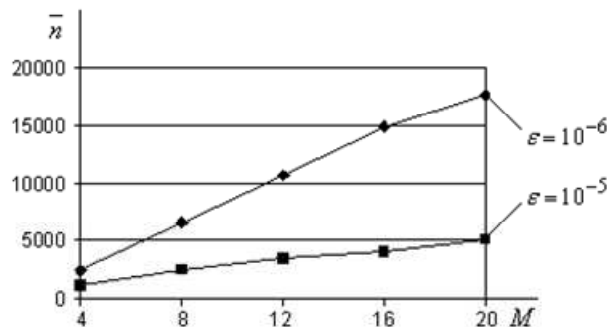


Рис. 4. Залежність середньої кількості кроків гри від кількості агентів при  $d = 1$

Для просторових мобільних ігор агентів важливим параметром є розмірність області переміщення агентів. Залежність функцій середніх втрат від розмірності області гри зображено на рис. 5. На рис. 5, а зображено графіки функцій середніх втрат, отримані для  $M = 20$  агентів при різних значеннях кількості вимірів області гри  $L$ . Залежність функцій середніх втрат команд агентів від ширини простору гри  $N$  (кількості чистих стратегій гравців) наведено на рис. 5, б.

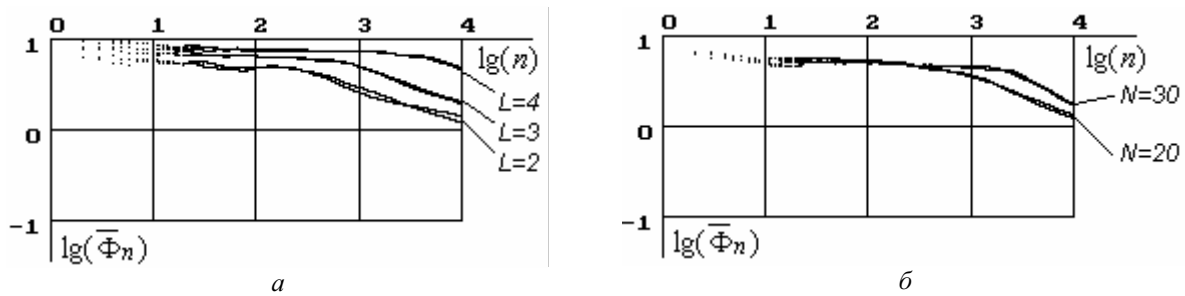


Рис. 5. Залежність функцій середніх втрат від розмірності середовища при  $d = 1$

Кількість вимірів та ширина простору визначає кількість можливих розміщень (станів) гравців в області гри. Як видно з рис. 5, зростання кількості станів гри призводить до сповільнення швидкості збіжності ігрового методу.

Вплив дисперсії переміщення ресурсу на середню кількість кроків, необхідних для завершення гри з точністю  $\varepsilon = 10^{-5}$ , показано на рис. 6. Результати отримано для двовимірної гри.

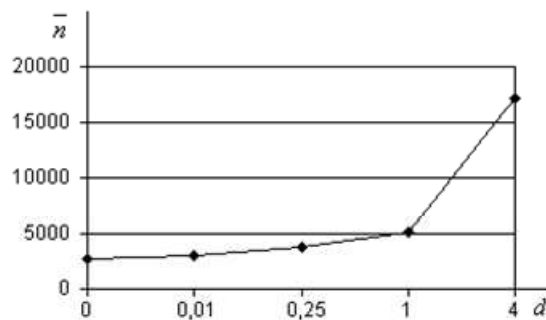


Рис. 6. Залежність середньої кількості кроків гри від дисперсії розміщення ресурсу

Зростання дисперсії призводить до зростання відхилення цільової передачі мобільного ресурсу. В результаті зростає імовірність перехоплення ресурсу іншою командою. Загалом це призводить до сповільнення збіжності стохастичної гри.

Незважаючи на погіршення точності передачі ресурсу в межах однієї команди при  $d > 0$ , поведінка гравців залишається взаємно скоординованою. На рис. 7 зображено відносні частоти розміщення двох гравців різних команд у межах двовимірного ігрового поля при  $d = 1$ . Порівнюючи їх з даними, наведеними на рис. 2, бачимо, що переміщення гравців концентрується у межах позиції, отриманої при  $d = 0$ .

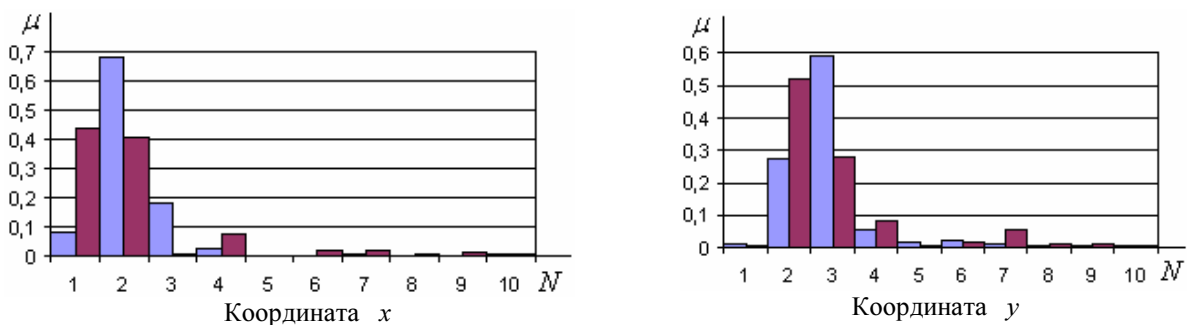


Рис. 7. Емпіричний розподіл координат агентів при  $d = 1$



У реальних динамічних іграх точність передачі ресурсу залежить від відстані між гравцями однієї команди. Для моделювання такої залежності введемо відносну дисперсію переміщення ресурсу, яка є функцією поточної відстані між агентами:  $d = \xi_n^i (N\sqrt{2})^{-1}$ . Відповідні графіки функцій середніх втрат команд агентів наведено на рис. 8. Графік 1 відповідає першій, а графік 2 – другій команді агентів. При зменшенні відстані між агентами підвищується точність передачі ресурсу. Порівнюючи отримані результати з результатами, поданими на рис. 3, знаходимо, що відносна дисперсія передачі мобільного ресурсу призводить до зростання швидкості збіжності стохастичної гри порівняно з відповідними варіантами гри з постійним значенням дисперсії.

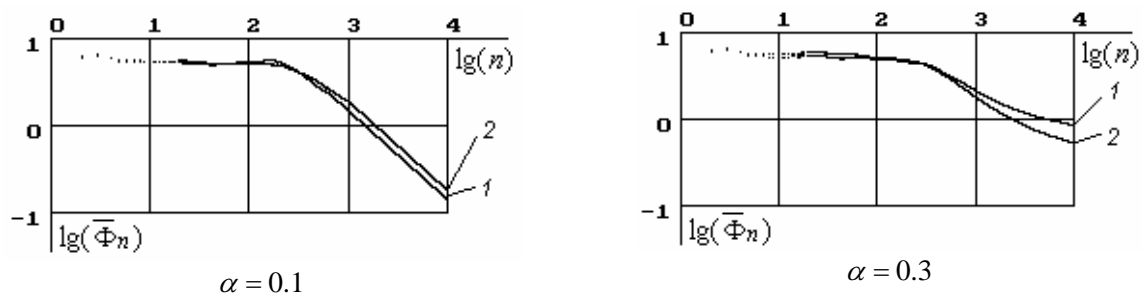


Рис. 8. Динаміка функції середніх втрат команд агентів при відносній дисперсії розміщення ресурсу

Як видно з рис. 3 та 8, значний вплив на збіжність гри мають параметри рекурентного перетворення (9). Вплив цих параметрів на збіжність ігрового методу зображено на рис. 9. На рис. 9, а подано графіки залежності середньої кількості кроків завершення гри мобільних агентів з точністю  $\varepsilon = 10^{-5}$  від параметра  $\alpha$ , а на рис. 9, б – від параметра  $\beta$ . Значення параметрів задовольняють умови середньоквадратичної збіжності ігрового методу. Аналіз отриманих результатів показує, що існують оптимальні значення параметрів, які забезпечують найбільшу швидкість збіжності ігрового методу.

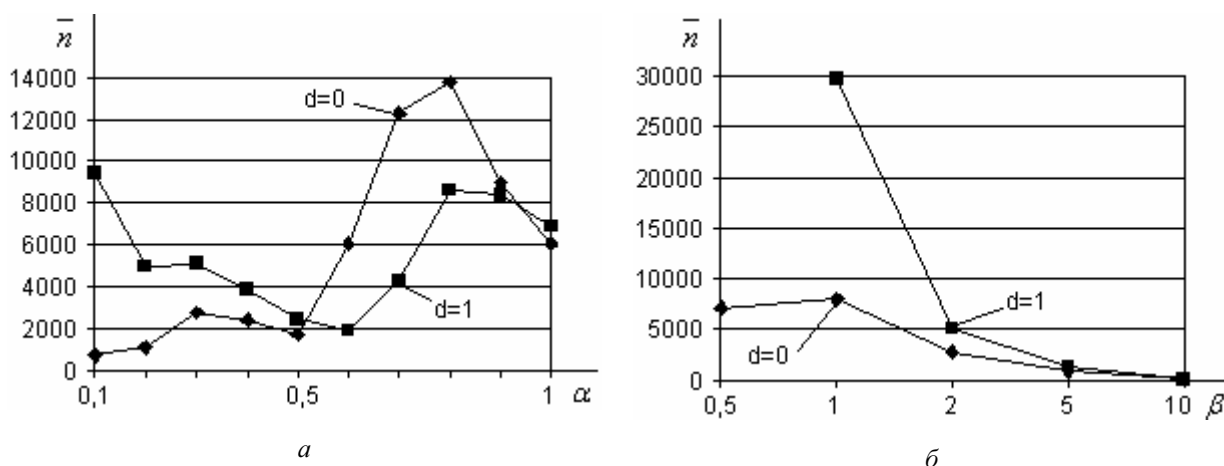


Рис. 9. Залежність середньої кількості кроків гри від параметрів ігрового методу

## Висновки

1. Стохастична гра забезпечує координацію дій команди мобільних агентів у задачі володіння динамічним ресурсом, що проявляється у мінімізації середньої відстані до цільового ресурсу, зростанні частоти його захоплення командою та формуванні подібних розподілів розміщення агентів в обмеженій сітковій області.

2. Координація дій команд агентів забезпечується адаптивними властивостями стохастичної гри завдяки механізму самонавчання векторів динамічних змішаних стратегій.

3. Самонавчання векторів змішаних стратегій здійснюється спеціально побудованими рекурентними методами, які збільшують імовірності вибору таких дій агентів, які забезпечують мінімізацію їх середніх програшів.

4. Зростання кількості агентів, розмірності пошукового простору, дисперсії переміщення ресурсу призводить до сповільнення швидкості збіжності ігрового методу.

5. Для ряду практичних застосувань важливим є розроблення сценарію та стратегій гри, які забезпечують виведення керованого ресурсу у задану точку пошукового простору. Важливим є також вплив відмов мобільних агентів на збіжність стохастичної гри. Ці проблеми вимагають додаткового дослідження.

1. Gerhard Weiss and Sandip Sen, editors. *Adaptation and Learning in Multiagent Systems*. Springer Verlag, Berlin, 1996. 2. Stone P. *Layered Learning in Multiagent Systems*. MIT Press, 2000. 3. Wooldridge M. *An Introduction to Multiagent Systems*. John Wiley & Sons (Chichester, England), 2002. 4. Carzaniga, A. and Picco, G. and Vigna, G. (1997), "Designing distributed applications with mobile code paradigms", in *Proceedings 19th International Conference on Software Engineering*, ACM Press, New York, USA, pp. 22 – 32. 5. Nelson Minar, Kwindla Hultman Kramer, and Pattie Maes. *Cooperating Mobile Agents for Dynamic Network Routing*. In Alex Hayzelden, editor, *Software Agents for Future Communications Systems*, chapter 12. Springer-Verlag, 1999. 6. Доманский В.К. *Стохастические игры // Математические вопросы кибернетики*. – 1988. – № 1. – С. 26–49. 7. Fudenberg D., Levine D.K. *The Theory of Learning in Games*. MIT Press, 1998. 8. Fudenberg, D. and Tirole, J., 1991, *Game Theory*, MIT Press, Cambridge. 9. Назин А.В., Позняк А.С. *Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы*. – М.: Наука, 1986. 10. Воробьев Н.Н. *Основы теории игр: Бескоалиционные игры*. – М.: Наука, 1984. 11. Цыкин Я.З., Позняк А.С. *Рекуррентные алгоритмы оптимизации в условиях неопределенности // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика*. – 1989. – Т. 16. – С. 3 – 70. 12. Вазан М. *Стохастическая аппроксимация*. – М.: Мир, 1972. 13. Невельсон М.Б., Хасьминский Р.З. *Стохастическая оптимизация и рекуррентное оценивание*. – М.: Наука, 1972. 14. Кравець П.О. *Ігрова самоорганізація системи агентів з індивідуальним оцінюванням стратегій // Комп'ютерні системи та мережі: Вісник НУ "Львівська політехніка"*. – 2005. – № 546. – С. 75 – 85.