

ВИКОРИСТАННЯ ГЕНЕТИЧНОГО АЛГОРИТМУ В НЕЧІТКИХ МОДЕЛЯХ РОЗПОДІЛУ ТЕРИТОРІЇ НА ЕКОНОМІЧНІ ЗОНИ

© Ковальчук А., Лисечко О., 2007

Запропоновано модель розподілу території на економічні зони з використанням в методах теорії нечітких множин генетичного алгоритму.

Model of separation of territory on economic zones with by use in methods of the theory of fuzzy sets of genetic algorithm is offered.

1. Вступ

Мета цієї роботи полягає в тому, щоб описати метод розподілу території на економічні зони в нечітких умовах, коли інформація неповна і рішення споживача про вибір неточний. Основу методу дослідження становить теорія нечітких множин, яка оперує нечітким представленням нечітких понять [1]. Цю теорію застосовують для загального аналізу поведінки людини та, зокрема, аналізу просторової економічної активності. Використовуючи ідеї генетичного алгоритму [2] в методах теорії нечітких множин, можна застосувати нечіткі поняття для створення алгоритмів покращання конкурентної діяльності фірм.

2. Моделі розподілу на економічні зони в нечітких умовах

Існують дві моделі розподілу території на економічні зони – лінійна і загальна [2], які відрізняються тим, що в загальній моделі одна фірма переважає над іншою, якщо її ознаки за ступенем важливості ближчі до оцінки споживача.

За класичною моделлю фірма монополізує ринок, однак модель збуту з домінуванням більш адекватна для опису економічних зон реального світу. Тому перекриття економічної зони скоріше загальний феномен, ніж виняток. Для перекриття економічних зон фірм F_1 та F_2 можна використовувати поняття порогу розподілу. Поріг розподілу l визначається умовою

$$l < \max_x \min[\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)] = \sup_x \mu_{A_1 \cap A_2}(x). \quad (1)$$

Отже, для обраного порогу l економічна зона M_i фірми F_i , $i=1, 2$ визначається нечіткою підмножиною рівня l . Вибираючи різні значення для l , можна отримати різні економічні зони. Загальне правило полягає в тому, щоб вибирати найвірогідніше значення l , яке менше за $\max_x \min[\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x)]$:

$$M_i = \left\{ x \mid \mu_{A_i}(x) \geq \max_x \min[\mu_{A_1}(x), \mu_{A_i}(x)] \right\} \text{ для всіх } x \in M_i. \quad (2)$$

Описану тут модель можна поширити на ринок з m конкуруючими фірмами F_1, F_2, \dots, F_m , які розміщені в областях з густотою населення a_1, a_2, \dots, a_m відповідно. Нехай A_1, A_2, \dots, A_m – обмежені випуклі нечіткі підмножини, які описують перевагу F_1 , перевагу F_2 , ..., перевагу F_m та визначаються функціями належності $\mu_{A_1}, \mu_{A_2}, \dots, \mu_{A_m}$. У силу випуклості та обмеженості нечітких множин A_1, A_2, \dots, A_m нечіткі підмножини $A_1 \cap A_2, A_1 \cap A_3, \dots, A_1 \cap A_m, A_2 \cap A_3, \dots, A_{m-1} \cap A_m$ будуть також випуклими та обмеженими. За допомогою порогу розподілу

$$l < \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x), \mu_{A_j}(x)] \quad (3)$$

можна визначити економічні зони M_1, M_2, \dots, M_m відповідно. Економічна зона $M_i, i=1,2, \dots, m$ буде знову нечіткою рівневою підмножиною, яка визначається відношенням

$$M_i = \left\{ x \mid \mu_{A_i}(x) \geq \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x), \mu_{A_j}(x)] \right\} \text{ для всіх } x \in M_i. \quad (4)$$

Нехай $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ – множина покупців, а $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_p\}$ – множина ознак фірми і $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_m\}$ – множина фірм.

Нехай $\Phi_R: X \times Y \rightarrow [0,1]$ є функцією належності нечіткого бінарного відношення R . Для всіх $x \in X$ та всіх $y \in Y$ функція $\Phi_R(x,y)$ – ступінь важливості ознаки y за оцінкою індивідууму x при визначенні ним переваги фірми.

Нехай $\pi: Y \times Z \rightarrow [0,1]$ є функцією належності нечіткого бінарного відношення S . Для всіх $y \in Y$ та всіх $z \in Z$ $\pi_S(y,z)$ відповідає ступеню належності або сумісності фірми z з ознакою y .

Тепер можна отримати матрицю T :

$$T = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & \dots & z_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{matrix} & \begin{bmatrix} \mu_{A_1}(x_1, z_1) & \mu_{A_2}(x_1, z_2) & \dots & \mu_{A_m}(x_1, z_m) \\ \mu_{A_1}(x_2, z_1) & \mu_{A_2}(x_2, z_2) & \dots & \mu_{A_m}(x_2, z_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \mu_{A_1}(x_n, z_1) & \mu_{A_2}(x_n, z_2) & \dots & \mu_{A_m}(x_n, z_m) \end{bmatrix} \end{matrix},$$

елементи якої визначаються функцією належності

$$\mu_{A_i}(x, z_i) = \frac{\sum_y \Phi_R(x, y) \cdot \pi_S(y, z_i)}{\sum_y \Phi_R(x, y)} \text{ для всіх } x \in X, y \in Y \text{ та } z \in Z \quad (5)$$

Сума $\sum_y \Phi_R(x, y)$ дорівнює ступеню нечіткої підмножини, що вказує на кількість найважливіших ознак y , які споживач x використовує для оцінки фірми, а $\mu_{A_i}(x, z_i)$ інтерпретувати як виважений ступінь переваги фірми z_i індивідуумом x . Функція переваги, яка описана рівнянням (5), задовольняє визначення випуклої нечіткої підмножини

$$\mu_{A_i}[\lambda(x_1, z_i) + (1 - \lambda)(x_2, z_i)] \geq \min[\mu_{A_i}(x_1, z_i), \mu_{A_i}(x_2, z_i)] \forall x_1, \forall x_2, \forall z_i \in Z, \forall \lambda \in [0,1]. \quad (6)$$

Оскільки всі $\mu_{A_i}(x, z_i)$ випуклі, їхні перетини є також випуклими функціями. Отже, можна побудувати матрицю W :

$$W = \begin{bmatrix} \mu_{A_1}(x_1, z_1) \wedge \mu_{A_2}(x_1, z_2) & \dots & \mu_{A_{m-1}}(x_1, z_{m-1}) \wedge \mu_{A_m}(x_1, z_m) \\ \mu_{A_1}(x_2, z_1) \wedge \mu_{A_2}(x_2, z_2) & \dots & \mu_{A_{m-1}}(x_2, z_{m-1}) \wedge \mu_{A_m}(x_2, z_m) \\ \mu_{A_1}(x_n, z_1) \wedge \mu_{A_2}(x_n, z_2) & \dots & \mu_{A_{m-1}}(x_n, z_{m-1}) \wedge \mu_{A_m}(x_n, z_m) \end{bmatrix}$$

З тих же самих міркувань, які були наведені в лінійній моделі розподілу ринку, в цій моделі поріг розподілу на економічні зони може бути обмежений умовою

$$l < \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x, z_j)]. \quad (7)$$

Якщо поріг l вибрано, то економічна зона $M_i, i=1, 2, \dots, m$ описується рівневою множиною

$$M_i = \left\{ x \mid \mu_{A_i}(x) \geq \min_{ij} \max_x \min[\mu_{A_i}(x, z_j), \mu_{A_j}(x, z_j)] \right\} \text{ для всіх } x \in M_i. \quad (8)$$

3. Постановка задачі

Нехай $\pi : Y \times Z \rightarrow [0,1]$ є функцією належності нечіткого бінарного відношення S , заданою матрицею

$$S = \begin{matrix} & \begin{matrix} z_1 & z_2 & \dots & z_m \end{matrix} \\ \begin{matrix} y_1 \\ y_2 \\ \dots \\ y_p \end{matrix} & \begin{bmatrix} \pi_S(y_1, z_1) & \pi_S(y_1, z_2) & \dots & \pi_S(y_1, z_m) \\ \pi_S(y_2, z_1) & \pi_S(y_2, z_2) & \dots & \pi_S(y_2, z_m) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \pi_S(y_p, z_1) & \pi_S(y_p, z_2) & \dots & \pi_S(y_p, z_m) \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Для всіх $y \in Y$ та всіх $z \in Z$ $\pi_S(y, z)$ відповідає ступеню належності або сумісності фірми z з ознакою y . Ознаки характеризують стан фірми, зокрема, її конкурентоспроможність. Задача полягає в тому, щоб певна фірма, змінюючи свої ознаки, за незмінності ознак інших фірм (оскільки ці ознаки не залежать від вибраної фірми), змогла конкурувати з іншими фірмами.

Нехай $s_i = \max \pi_S(y_j, z_i)$, $0 \leq i \leq m$, для всіх y_j , $0 \leq j \leq p$, $t_i = \sum_{j=1}^p \pi_S(y_j, z_i)$.

Виберемо [2]

$$c_j = \pi_S(y_j, z_i) / t_i, r_j = \pi_S(y_j, z_i) / s_i, x_j = c_j * r_j + (1 - c_j) * \pi_S(y_j, z_i), y_j = (1 - c_j) * r_j + c_j * \pi_S(y_j, z_i). \quad (9)$$

Замінімо в матриці S всі ознаки $\pi_S(y_j, z_i)$ на $\max(x_j, y_j)$. Така заміна дає можливість фірмі покращувати свої ознаки і залучати до зони впливу фірми інших індивідуумів.

4. Результати

Для ілюстрації практичного використання описаних теоретичних результатів про задачу розподілу території на економічні (торговельні) зони розглянемо приклад.

Нехай $X = \{x_1, x_2, \dots, x_{12}\}$ – множина покупців, а $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4, y_5\}$ – множина ознак фірми і $Z = \{z_1, z_2, z_3, z_4\}$ – множина фірм. При значеннях елементів матриць R і S , наведених нижче, територія розподіляється на зони M_1, M_2, M_3, M_4 , що графічно показано на рис. 1.

$$R = \begin{bmatrix} 1.0 & 0.6 & 0.4 & 1.0 & 0.1 \\ 0.1 & 1.0 & 0.6 & 0.4 & 0.5 \\ 0.2 & 0.4 & 1.0 & 1.0 & 0.1 \\ 0.3 & 0.5 & 0.3 & 1.0 & 0.3 \\ 1.0 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.1 \\ 0.8 & 0.8 & 0.5 & 0.9 & 0.1 \\ 0.7 & 0.3 & 0.4 & 0.8 & 0.5 \\ 0.5 & 0.8 & 0.8 & 0.6 & 0.1 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.6 \\ 0.6 & 0.7 & 0.8 & 0.5 & 0.1 \\ 0.7 & 0.6 & 0.1 & 0.6 & 0.2 \\ 0.6 & 1.0 & 1.0 & 1.0 & 0.9 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.1 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.2 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.3 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.4 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{bmatrix}$$

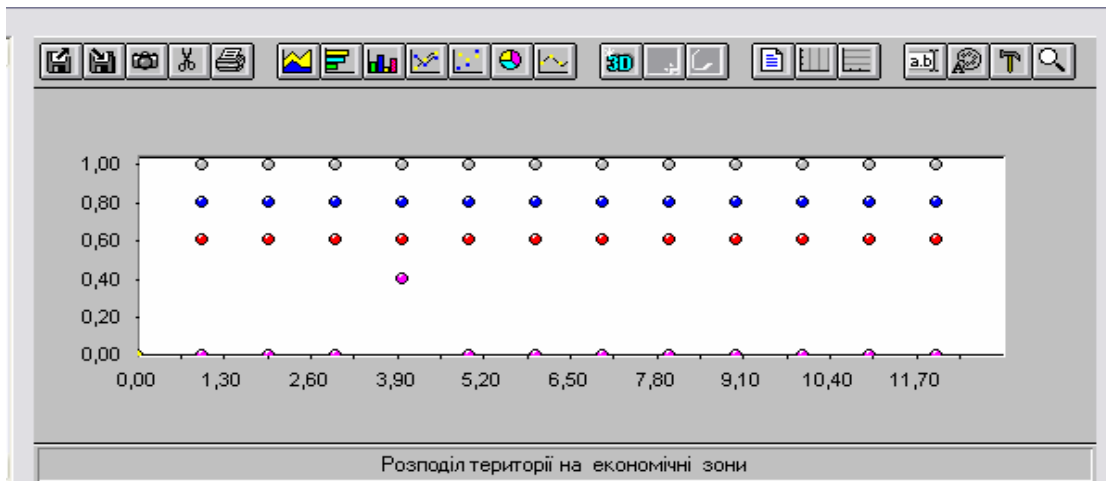


Рис.1. Початкове співвідношення між фірмами

$$M_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_2 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_3 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\}, \quad M_4 = \{x_4\}.$$

Після застосування формул (9) матриця S набуде вигляду

$$S = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.19 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.36 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.52 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.66 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.78 \end{bmatrix},$$

а територія розподіляється на такі зони M_1, M_2, M_3, M_4

$$M_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_2 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_3 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_4 = \{x_2, x_3, x_4, x_7, x_9, x_{10}, x_{12}\},$$

що графічно показано на рис. 2.

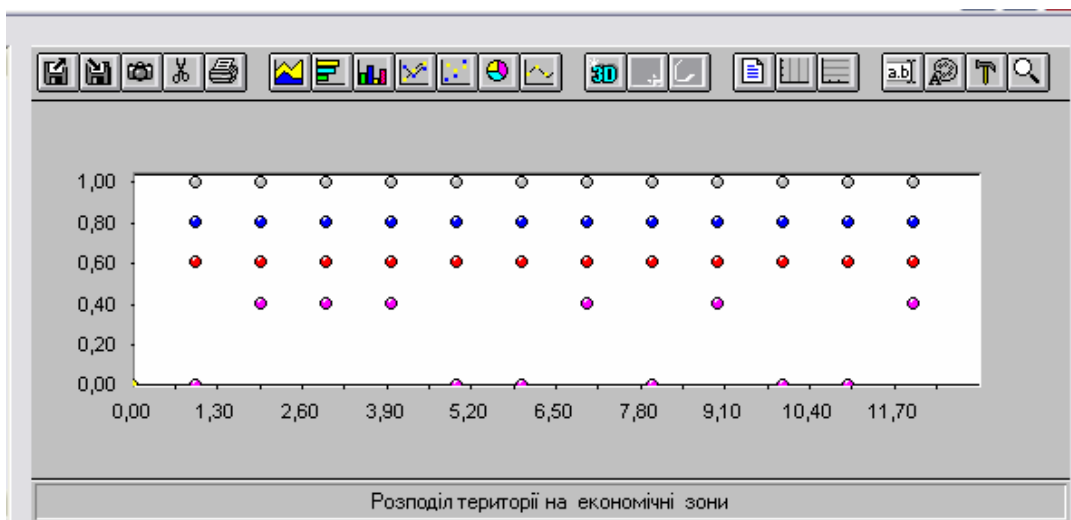


Рис. 2. Залучення частини споживачів четвертою фірмою

Застосовуючи знову формули (9), отримуємо матрицю S вигляду

$$S = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.28 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.48 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.62 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.72 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 & 0.79 \end{bmatrix},$$

а територія розподіляється на зони M_1, M_2, M_3, M_4

$$M_1 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_2 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_3 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\},$$

$$M_4 = \{x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}\}.$$

Графічно розподіл території показано на рис. 3.

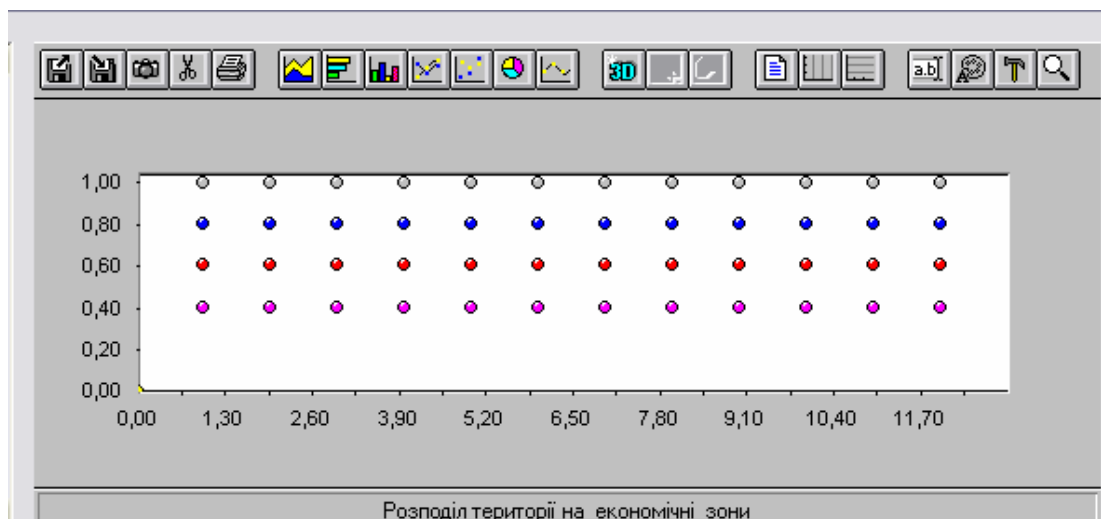


Рис. 3. Залучення всіх споживачів четвертою фірмою

Порівнюючи матриці S в цих прикладах, можна побачити, що для того, щоб четверта фірма змогла залучити в сферу своєї економічної діяльності всіх споживачів, їй необхідно докласти більших зусиль, ніж решті фірм.

Висновок

У трьох розглянутих прикладах показано можливість застосування описаної моделі для розподілу території на економічні зони. Запропоновану модель можна застосувати під час планування економічних експериментів в конкурентній боротьбі між фірмами.

1. *Нечеткие множества и теория возможностей: Последние достижения. Пер. с англ. / Под. ред. Р.Р. Ягера. – М. 2. Теория и практика неопределенного программирования. Пер. с англ. / Под. ред. Ю.В. Тюменцева. – М. БИНОМ, 2005.*