

УДК 624.014.04

І.Д. Пелешко, В.В. Юрченко
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра будівельного виробництва

ОПТИМІЗАЦІЯ ГЕОМЕТРІЇ ТА РОЗПОДІЛУ МАТЕРІАЛУ В ПЕРЕХРЕСНІЙ СИСТЕМІ ФЕРМ

© Пелешко І.Д., Юрченко В.В., 2002

Розглянута задача пошуку оптимальної геометрії та розподілу матеріалу в перехресній системі ферм торговельного комплексу "ВАМ".

Знайдені оптимальні проектні рішення за критерієм мінімуму ваги та кошторисної вартості на виготовлення та зведення блока покриття. Показано вплив вибору функції мети на оптимальні параметри та техніко-економічні показники статично визначених перехресних систем ферм.

Вступ

Перехресні системи ферм (ПСФ) набули широкого використання як конструкції покриття виставкових павільйонів, супермаркетів, клубів, завдячуючи малим витратам сталі, регулярності та однотипності вузлових з'єднань, простоті зведення тощо. Підвищення ефективності проектних рішень статично визначених ПСФ пов'язане з розв'язанням задачі пошуку оптимальних параметрів геометричної схеми та поперечних перерізів її елементів за визначеним критерієм якості.

У статті розглянута задача оптимізації розподілу матеріалу при змінній геометрії в ПСФ блока покриття двоповерхового торговельного комплексу "ВАМ" (див. рисунок), зведеного у м. Львові.

1. Вихідні дані

Для всіх елементів ПСФ приймали як матеріал сталь марки С245 з розрахунковим опором $R_y = 240$ МПа, модулем пружності $E = 2.1 \times 10^5$ МПа та питомою вагою $\gamma = 7.8$ т/м³. Блок покриття розраховувався на одне завантаження розрахунковим навантаженням 4 кН/м², яке зводилось до зосередженого, прикладеного до вузлів ферм (табл. 1).

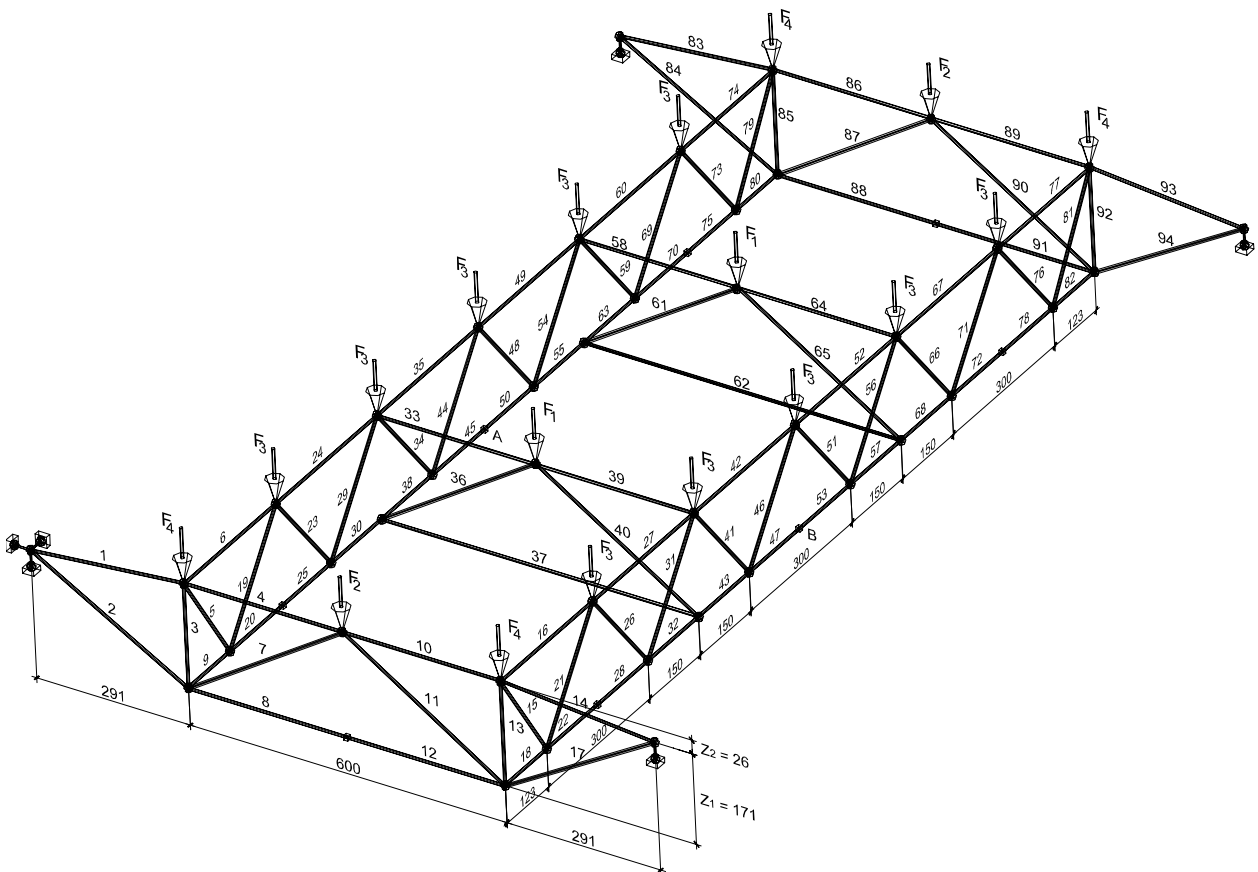
Поперечні перерізи стрижнів ПСФ проектували з елементів сортаменту металопрокату за ГОСТ 19903-74*, 8239-89, 8240-89, 8509-86, 8510-86 (табл. 2).

2. Розрахункові передумови

Постановку задачі оптимізації ПСФ здійснювали, враховуючи такі класичні теоретичні міркування: 1) матеріал конструкції є ідеально пружним; 2) стрижнева система лінійно-деформована; 3) зовнішні навантаження є квазістатичними, їх динамічними ефектами можна знехтувати.

Формулювались такі розрахункові передумови:

- 1) навантаження, що діє на ПСФ, приймається прикладеним до вузлів ферм;
- 2) вважається, що нормативні умови, згідно з якими елементи ПСФ складеного прокатного перерізу на планках можна розраховувати як стрижні з суцільними стінками, виконуються; для таких елементів стійкість окремих віток на ділянках між привареними планками та міцність з'єднувальних елементів вважається забезпеченою;
- 3) міцність монтажних стиків, а також вузлів з'єднання елементів ПСФ між собою вважається забезпеченою.



Розрахункова схема перехресної системи ферм блока покриття

Таблиця 1

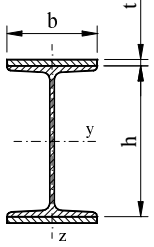
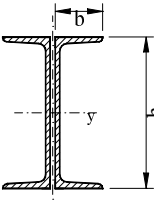
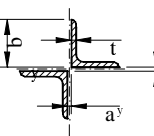
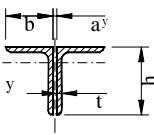
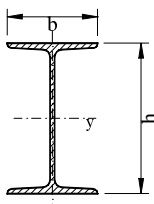
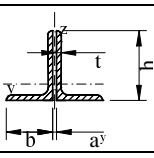
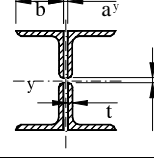
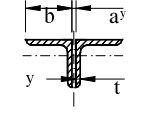
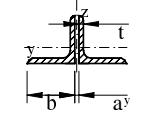
Вузлове навантаження, прикладене до перехресної системи ферм

Номер завантаження	Розрахункове зосереджене навантаження, т	
1	F_1	7.1788
	F_2	3.5068
	F_3	3.6169
	F_4	1.4829

3. Формулювання задачі оптимізації

Вимоги, які висуваються до ПСФ при її оптимальному проектуванні, враховували комплексно за допомогою математичної моделі у формі задачі нелінійного програмування (НЛП) [14, 20].

Типи жорсткості блока покриття

№ т.ж.	Тип поперечного перерізу	Номера стрижнів	Змінні
1		6, 16, 24, 27, 35, 42, 49, 52, 60, 67, 74, 77	h, t
2		9, 18, 20, 22, 25, 28, 30, 32, 38, 43, 45, 47, 50, 53, 55, 57, 63, 68, 70, 72, 75, 78, 80, 82	h
3		5, 15, 79, 81	
4		19, 21, 73, 76	
5		23, 26, 69, 71	
6		29, 31, 59, 66	
7		34, 41, 54, 56	b, t
8		44, 46, 48, 51	
13		7, 11, 87, 90	
16		36, 40, 61, 65	
9		1, 4, 10, 14, 83, 86, 89, 93	h, b, t
10		8, 12, 88, 91	h
11		2, 17, 84, 94	h, b, t
12		3, 13, 85, 92	b, t
14		33, 39, 58, 64	b, t
15		37, 62	b, t

3.1. Вектор змінних проектування. Як компонент вектора змінних проектування \bar{X} розглядали параметри, які найбільшою мірою впливають на техніко-економічні показники проектного рішення:

1) параметри геометричної схеми ПСФ: $\bar{X}_G = \{z_1, z_2\}$ (див. рисунок);

2) параметри поперечних перерізів елементів ПСФ, за значеннями яких здійснюється градація розмірів та однозначний вибір конкретного профілю з сортаменту металопрокату: $\bar{X}_{ST} = \{\bar{X}_{ST,k}\}$, k – номер типу жорсткості, $k = \overline{1, NST}$, NST – кількість типів жорсткості ПСФ (табл. 2).

3.2. Система обмежень. До системи обмежень задачі оптимізації ПСФ залучали граничні стани, покладені в основу розрахунку металокопункцій та регламентовані нормами [18] для центрально-розтягнутих і центрально-стиснутих елементів; рівняння рівноваги та нерозривності деформацій методу скінченних елементів; а також обмеження, що забезпечують пошук параметрів поперечних перерізів у межах сортаменту металопрокату. Сумісність системи обмежень перевіряли наявністю початкового проекту.

Прийmemo такі позначення: i – номер вузла, $i = \overline{1, NN}$, j – номер стрижня, $j = \overline{1, NB}$, де NN і NB – кількість вузлів і стрижнів системи. З врахуванням орієнтації на градієнтний метод розв'язання задачі оптимізації обмеження представлялись зведеними до своїх відносних значень:

1. *Обмеження міцності центрально-розтягнутих і центрально-стиснутих елементів* – перевірка нормальних напружень у розрахункових перерізах стрижнів ПСФ:

$$\frac{N_j}{A_{n,j} R_y \gamma_{c,j}} - 1 \leq 0, \quad (1)$$

де N_j – абсолютне значення розрахункової поздовжньої сили; $A_{n,j}$ – площа поперечного перерізу; $\gamma_{c,j}$ – коефіцієнт умов роботи, який визначається згідно з табл. 6* [18] залежно від напруженого стану стрижня, призначення конструкції тощо.

2. *Обмеження загальної стійкості центрально-стиснутих елементів* в площинах XOZ (вісь OX спрямовується вздовж стрижня) і XOY відповідно

$$\frac{N_j}{\varphi_{xz,j} A_{n,j} R_y \gamma_{c,j}} - 1 \leq 0, \quad (2)$$

$$\frac{N_{jk}}{\varphi_{xy,j} A_{n,j} R_y \gamma_{c,j}} - 1 \leq 0, \quad (3)$$

де $\varphi_{xz,j}$, $\varphi_{xy,j}$ – коефіцієнти поздовжнього згину, $\varphi_{xz,j} = \varphi_{xz,j}(I_{xz,j}^{ef}, I_{y,j}, A_j, R_y, E)$, $\varphi_{xy,j} = \varphi_{xy,j}(I_{xy,j}^{ef}, I_{z,j}, A_j, R_y, E)$ обчислюються за формулами (8)-(10) [18]; $I_{xz,j}^{ef}$, $I_{xy,j}^{ef}$ – розрахункові довжини стрижня відповідно в площинах XOZ та XOY , що приймаються за рекомендаціями розділу 6 [18]; $I_{y,j}$, $I_{z,j}$ – моменти інерції перерізу стрижня.

3. *Обмеження гнучкості центрально-розтягнутих та центрально-стиснутих елементів* в площинах XOZ і XOY :

$$\frac{I_{xz,j}^{ef}}{[\lambda]_j} \sqrt{\frac{A_j}{I_{y,j}}} - 1 \leq 0, \quad (4)$$

$$\frac{I_{xy,j}^{ef}}{[\lambda]_j} \sqrt{\frac{A_j}{I_{z,j}}} - 1 \leq 0, \quad (5)$$

де $[\lambda]_j$ – гранична гнучкість стрижня, що приймається за табл. 19*, 20* [18] залежно від напруженого стану стрижня і вихідних умов проектування.

4. *Обмеження місцевої стійкості центрально-стиснутих елементів* – перевірка місцевої стійкості полицок та стінок поперечних перерізів стрижнів ПСФ в площинах XOZ і XOY :

$$\frac{h_{ef,j}}{\bar{\lambda}_{uwxz,j} \cdot t_{w,j}} \sqrt{\frac{R_y}{E}} - 1 \leq 0, \quad (6)$$

$$\frac{b_{ef,j}}{\bar{\lambda}_{lxz,j} t_{f,j}} \sqrt{\frac{R_y}{E}} - 1 \leq 0, \quad (7)$$

$$\frac{h_{ef,j}}{\bar{\lambda}_{uwxy,j} \cdot t_{w,j}} \sqrt{\frac{R_y}{E}} - 1 \leq 0, \quad (8)$$

$$\frac{b_{ef,j}}{\bar{\lambda}_{lxy,j} t_{f,j}} \sqrt{\frac{R_y}{E}} - 1 \leq 0, \quad (9)$$

тут $h_{ef,j}$, $t_{w,j}$ – розрахункова висота та товщина стінки перерізу; $b_{ef,j}$, $b_{f,j}$, $t_{f,j}$ – відповідно розрахункова ширина звисання, ширина та товщина стиснутої полицки перерізу; $\bar{\lambda}_{uwxz,j}$, $\bar{\lambda}_{uwxy,j}$ – найбільші умовні гнучкості стінки перерізу в площинах XOZ та XOY , що визначаються для поперечних перерізів типів жорсткості 1-6, 10, 12 (табл. 2) за табл. 27* [18], $\bar{\lambda}_{uwxz,j} = \bar{\lambda}_{uwxz,j}(I_{xz,j}^{ef}, I_{y,j}, A_j, R_y, E)$, $\bar{\lambda}_{uwxy,j} = \bar{\lambda}_{uwxy,j}(I_{xy,j}^{ef}, I_{z,j}, A_j, R_y, E)$, для типів жорсткості 9, 11, 14, 15 – за формулою 91* [18], $\bar{\lambda}_{uwxz,j} = \bar{\lambda}_{uwxz,j}^t(I_{xz,j}^{ef}, I_{y,j}, A_j, R_y, E, b_{f,j}, h_{ef,j})$, $\bar{\lambda}_{uwxy,j} = \bar{\lambda}_{uwxy,j}^t(I_{xy,j}^{ef}, I_{z,j}, A_j, R_y, E, b_{f,j}, h_{ef,j})$; для типів жорсткості 7, 8, 13, 16 – за табл. 27* з врахуванням п. 7.17* [18]; $\bar{\lambda}_{lxz,j}$, $\bar{\lambda}_{lxy,j}$ – значення, що приймаються за табл. 29* [18], $\bar{\lambda}_{lxz,j} = \bar{\lambda}_{lxz,j}(I_{xz,j}^{ef}, I_{y,j}, A_j, R_y, E)$, $\bar{\lambda}_{lxy,j} = \bar{\lambda}_{lxy,j}(I_{xy,j}^{ef}, I_{z,j}, A_j, R_y, E)$.

5. *Обмеження прогинів* – перевірка переміщень вузлів A і B ПСФ (рисунок):

$$\frac{\delta_{z,i}}{[\delta]_{z,i}} - 1 \leq 0, \quad (10)$$

де $\delta_{z,i}$, $[\delta]_{z,i}$ – розрахунковий та граничний прогини вузлів ПСФ, $[\delta]_{z,i}$ приймаються з використанням додатка IV [17].

5. *Обмеження на границі зміни значень параметрів поперечних перерізів*, що забезпечує пошук проектних рішень ПСФ в межах сортаменту металопродукату:

$$1 - \frac{\bar{X}_{ST}}{\mathbf{X}_{ST}^L(\bar{X}_{ST})} \leq 0, \quad (11)$$

$$\frac{\bar{X}_{ST}}{\mathbf{X}_{ST}^U(\bar{X}_{ST})} - 1 \leq 0, \quad (12)$$

де \mathbf{X}_{ST}^L , \mathbf{X}_{ST}^U – неперервні аналітичні залежності, що описують допустиму область зміни \bar{X}_{ST} , отримані внаслідок апроксимації дискретних даних сортаменту [12]. Аналогічно

представляли геометричні характеристики поперечних перерізів, що використовуються в обмеженнях (1)-(9).

Значення зусиль в елементах ПСФ та переміщень її вузлів, що використовуються в обмеженнях (1)-(10), визначались з розв'язку системи лінійних рівнянь методу скінченних елементів [6]:

$$\mathbf{K}(\bar{X}) \times \bar{z} = \bar{p}(\bar{X}), \quad (13)$$

де \mathbf{K} – матриця жорсткості системи; \bar{z} – вектор-стовпець вузлових переміщень розрахункової схеми; \bar{p} – вектор-стовпець вузлових сил зовнішнього навантаження. Рівняння рівноваги та нерозривності деформацій (13) не включалось до складу системи обмежень математичної моделі, а враховувалось на кожній ітерації при пошуку оптимального проектного рішення.

3.3. Критерій оцінки проектних рішень ПСФ. Для конструкцій ПСФ з незмінною геометрією, що виконані з однакових елементів прокату як функцію мети використовують теоретичну масу [19]:

$$G = \gamma \sum_{j=1}^{NB} A_j l_j, \quad (14)$$

де l_j – геометрична довжина стрижня, $l_j = l_j(\bar{X}_G)$. У разі використання сталей з різними механічними характеристиками при сталому компоновальному рішенні оптимальною вважають конструкцію мінімальної вартості матеріалів [19]:

$$C = \gamma \sum_{j=1}^{NB} c_j \psi_j A_j l_j,$$

де ψ_j – конструктивний коефіцієнт, що враховує додаткові витрати сталі, пов'язані з конструктивним оформленням ферм; c_j – вартість 1 т сталі. При змінній геометричній схемі конструкції як критерій якості можна використати аналітичний вираз, що відображає кошторисну вартість на виготовлення та зведення блока покриття

$$KB = 2810.483G + 20.755A_s + C \rightarrow \min, \quad (15)$$

де A_s – площа поверхні металевих стрижнів, що підлягає антикорозійному захисту, $A_s = A_s(\bar{X})$. Вираз (15) отриманий на основі [4, 5, 16] з використанням програмного комплексу АВК-3 (редакція 1.2.0) [1], розробленого НПФ “АВК” для автоматизованого формування ресурсної вартісної документації у кошторисах інвесторів, договірних цінах контрактів, виробництві будівельних робіт (ВП №766 від 20.03.2001). Критерій якості у формі (15) враховує роботи з очищення (Е13-44-6), ґрунтування (Е13-16-7), фарбування (Е13-28-3) стрижнів блока, виготовлення перехресної системи (Е9-72-1), монтажу блока на проектну відмітку (Е9-22-2), електродугове зварювання при монтажі (Е9-48-4), контроль якості зварних з'єднань (Е9-50-1, Е9-50-5). При цьому кількість монтажних металовиробів приймали за рекомендаціями табл. 3.10 залежно від ваги блока [8].

Задача оптимізації ПСФ розглядалась як задача вибору таких значень змінних проектування $\bar{X} = \{\bar{X}_G, \bar{X}_{ST}\}$, які мінімізують критерій якості з (14) або (15) при заданих генеральних розмірах блока, схемі прикладення, характері та значеннях навантажень і задовольняють обмеження (1)-(13).

4. Методика та результати розрахунку

Задачу оптимізації у формі (1)-(15) розв'язували з використанням розробленого авторами програмного забезпечення [11], математичний апарат якого об'єднує алгоритми методу скінченних елементів [6] та модифікацію методу проекції градієнта [9, 20], описану у праці [10]. Пошук оптимального проектного рішення – це ітеративний процес побудови послідовності його модифікацій в просторі змінних проектування, що забезпечує збіжність до проекту з мінімальним значенням функції мети. Після отримання неперервного розв'язку задачі виконувалась його дискретизація шляхом цілеспрямованого перебору дискретних точок в околі точки неперервного мінімуму. Вимірність задачі становила 30 змінних проектування, 796 обмежень.

Використання в межах однієї задачі оптимізації змінними параметри геометричної схеми і поперечних перерізів стрижнів призводить до збільшення вимірності задачі НЛП та кількості її локальних оптимумів [13]. Тому на практиці часто вдаються до спрощень математичного опису таких задач. У працях [3, 7] використовується дворівнева схема пошуку точки оптимуму – в підпросторі змінних параметрів поперечних перерізів, пізніше в підпросторі геометричних змінних проектування. При цьому результатом оптимізації виступає найближчий до початкового проекту локальний оптимум. У роботах [2, 15] змінними параметрами поперечних перерізів стрижнів приймаються їх площі. Такий підхід вимагає вирішення на кожному кроці пошуку точки оптимуму підзадач оптимізації параметрів поперечних перерізів стрижнів за критеріями граничної гнучкості стінки, рівномірності їх елементів тощо.

Формування задачі оптимізації ПСФ у формі (1)-(15) позбавлено зазначених спрощень. На існуючому етапі розвитку комп'ютерних технологій вдається реалізувати багатовимірну постановку без суттєвого збільшення часу розрахунку конструкції. Для отримання глобального оптимуму розв'язано низку задач при різних початкових наближеннях (як з області допустимих значень, так і поза нею). Порівняння отриманих локальних оптимальних проектів дало змогу виявити проект з найменшим значенням функції мети (табл. 3). Розподіл зусиль в оптимальних проектах ПСФ наведений у табл. 4.

Таблиця 3

Результати оптимізації ПСФ при змінних параметрах геометрії та перерізів стрижнів

Змінна	Початкове наближення	Оптимальне проектне рішення за критерієм мінімуму			
		ваги		кошторисної вартості	
		неперервне	дискретизоване	неперервне	дискретизоване
1	2	3	4	5	6
z_1	0.27	0.5615	0.56	0.5432	0.54
z_2	1.71	1.3758	1.38	1.3346	1.26
h_1	20.0	20.7774	22.0	21.0620	22.0
t_1	1.0	0.6	0.6	0.6	0.6
h_2	12.0	5.8895	6.5	5.9295	6.5
h_3	12.0	5.0	5.0	5.0	5.0
h_4	12.0	9.9304	10.0	9.9963	10.0

Продовження таблиці 3

1	2	3	4	5	6
h_5	12.0	5.0	5.0	5.0	5.0
h_6	12.0	8.7670	10.0	8.8930	10.0
b_7	6.3	2.8011	3.0	2.8777	3.0
t_7	0.5	0.3041	0.3	0.3	0.3
b_8	6.3	4.4106	4.5	4.7087	5.0
t_9	0.8	0.7968	0.8	0.6439	0.65
h_{10}	18.0	10.0	10.0	10.0	10.0
h_{11}	12.5	6.9088	7.5	7.0602	7.5
b_{11}	7.5	4.1973	4.5	4.2808	4.5
t_{11}	0.8	0.5	0.5	0.5076	0.5
b_{12}	8.0	3.6369	4.0	4.5700	4.5
t_{12}	0.8	0.5	0.5	0.3	0.3
b_{13}	6.3	4.8757	5.0	4.8781	5.0
t_{13}	0.6	0.4	0.3	0.3	0.3
b_{14}	9.0	6.1182	6.3	6.2727	6.3
t_{14}	0.8	0.4	0.4	0.4	0.4
b_{15}	6.3	4.2540	5.0	4.6295	5.0
t_{15}	0.6	0.3	0.3	0.3	0.3
b_{16}	6.3	6.0740	6.3	6.0530	6.3
t_{16}	0.6	0.5	0.4	0.4	0.4
Теоретична вага конструкції, т	5.1563		3.3714		3.4474
Висота ПСФ, м	1.98		1.94		1.80
Вартість матеріалів, тис. грн.	7.7943		5.0893		5.2182
Кошторисна вартість, тис. грн.	26.4597		17.6552		17.3276

Таблиця 4

Значення зусиль в оптимальних проектних рішеннях, т

№ типу жорсткості	Номер стрижня	Оптимальний проект за критерієм мінімуму		№ типу жорсткості	Номер стрижня	Оптимальний проект за критерієм мінімуму	
		ваги	кошторисно ї вартості			ваги	кошторисно ї вартості
1	2	3	4	5	6	7	8
1	6, 16, 74, 77	-7.974	-8.588	7	34, 41	7.068	7.279
	24, 27, 60, 67	-23.850	-25.665		54, 56	3.937	4.108
	35, 42, 49, 52	-33.674	-36.286	8	44, 46,	-2.532	-2.608

Продовження таблиці 4

1	2	3	4	5	6	7	8
2	9, 18, 80, 82	-0.165	-0.184		48, 51	-3.937	-4.108
	20, 22, 25, 28	17.884	19.268	9	1, 14, 83, 93	-24.507	-26.361
	30, 32, 38, 43	29.803	32.047		4, 10, 86, 89	-24.013	-25.860
	45, 47, 50, 53	35.217	37.948	10	8, 12, 88, 91	26.917	28.966
	55, 57, 63, 68	30.401	32.689	11	2, 17, 84, 94	26.624	28.231
	70, 72, 75, 78	19.080	20.556	12	3, 13, 85, 92	-9.652	-9.462
3	5, 15, 79, 81	15.186	15.534	13	7, 11, 87, 90	-3.230	-3.409
4	19, 21, 73, 76	-16.212	-16.695	14	33, 39, 58, 64	0.521	0.485
5	23, 26, 69, 71	9.743	9.980	15	37, 62	5.414	5.859
6	29, 31, 59, 66	-9.743	-9.980	16	36, 40, 61, 65	-6.609	-6.975

У розглянутих задачах ітеративний процес пошуку оптимального проекту припинявся через те, що приріст вектора змінних проектування на двох послідовних кроках наближення становив менше 1×10^{-6} при відсутності порушених обмежень (модуль максимальної нев'язки в активних обмеженнях для точки оптимуму становив менше 1×10^{-5}).

З табл. 3 бачимо, що при однакових початкових наближеннях оптимізація досліджуваної конструктивної форми ПСФ за критерієм кошторисної вартості порівняно з оптимізацією за критерієм мінімуму ваги забезпечує краще проектне рішення: висота перекриття зменшилась на 14 см, його вага збільшилась на 76 кг, проте кошторисна вартість зменшилась на 0,33 тис. грн.

Висновки

Розв'язана задача оптимізації розподілу матеріалу в статично визначеній перехресній системі ферм із змінною геометрією. Як функцію мети розглянуто теоретичну вагу та кошторисну вартість на виготовлення та зведення конструкції, знайдену відповідно до чинних на сьогодні документів з ціноутворення та визначення вартості будівництва. Виявлено, що для досліджуваної конструктивної форми ПСФ критерій мінімуму кошторисної вартості забезпечує краще за сукупністю техніко-економічних показників проектне рішення. Проте, економія кошторисної вартості при цьому є невеликою (2,2%), що дає змогу обґрунтовано (з достатнім ступенем точності) використовувати в задачах оптимізації даного класу конструкцій критерій мінімуму ваги.

1. Автоматизированное определение стоимости строительства. Руководство к программному комплексу АВК-3, ред. 1.1. – Днепропетровск-Киев-Луцк, 2001 г. – 66 с.
 2. Волков В. В., Попов Б. Н., Гребенюк Г. И. Оптимальное проектирование металлических ферм с поясами из тавров и перекрестной решеткой из одиночных уголков // Изв. вузов. Строительство и архитектура, 1986, № 11. – с. 13-15. 3. Горюхов Е. В., Жук Н. Р., Колес-

ниченко С. В. Алгоритм поиска оптимальной геометрии статически неопределимых ферм // *Изв. вузов. Строительство и архитектура*, 1987, № 6. – с. 1-4. 4. ДБН Д.2.2-9-99. Ресурсні елементні кошторисні норми на будівельні роботи / Держбуд України. Збірник 9. *Металеві конструкції*. – Дніпропетровськ: НВО «Созидатель», 2000. – 59 с. 5. ДБН Д.2.2-13-99. Ресурсні елементні кошторисні норми на будівельні роботи / Держбуд України. Збірник 13. *Захист будівельних конструкцій та устаткування від корозії*. – Дніпропетровськ: НВО «Созидатель», 2000. – 62 с. 6. Зенкевич О. *Метод конечных элементов в технике* / Пер. с англ. под ред. Победри Б. Е. – М.: Мир, 1975. – 541 с. 7. Калинин И. Н. *Дискретная оптимизация пространственной стержневой ферменной конструкции* // *Строительная механика и расчет сооружений*, 1989, № 3. – с. 1-5. 8. Лихтарников Я. М., Летников Н. С., Левченко В. Н. *Технико-экономические основы проектирования строительных конструкций: Учеб. пособие для вузов*. – Киев-Донецк: Вища школа. Головное изд-во, 1980. – 240 с. 9. *Методы оптимизации в строительной механике. Учеб. пособие* / Гуляев В. И., Баженков В. А., Кошкин В. Л. – К.: УМК ВО, 1988. – 192 с. 10. Пелешко І. Д., Юрченко В. В. Про удосконалення одного з методів оптимізації сталевих конструкцій // *Вісн. ДУ “Львівська політехніка”*. 1998. № 360. с. 166-174. 11. Пелешко І. Д., Юрченко В. В. Програма для оптимізації стрижневих металевих систем // VI Міжнародна наукова конференція “Актуальні проблеми будівництва та інженерії доквілля” Львів-Кошице-Жешув: Збірник матеріалів конференції. – Ч.1 – Будівництво. – Львів: Видавництво Національного університету “Львівська політехніка”, 2001. – с. 176-182. 12. Пелешко І. Д., Юрченко В. В. Програмне забезпечення для апроксимації дискретних даних // *Вісн. Львів. держ. аграр. ун-ту: Архітектура і сільськогосподарське будівництво*. – Львів: Львів. держ. аграр. університет, 2000. №1. – с.181-187. 13. Пермяков В. А. *Оптимизация геометрических схем стержневых систем* // *Изв. вузов. Строительство*, 1992, № 4. – с. 12-15. 14. Пермяков В. А. *Сучасний стан проблеми оптимального проектування сталевих конструкцій* // *Металеві конструкції*, 1998, т. 1, № 1. – с. 15-18. 15. Попов Б. Н. *Алгоритм поиска оптимальной геометрии статически определимых систем* // *Изв. вузов. Строительство*, 1984, № 12. – с. 31-34. 16. Поточні одиничні розцінки до ресурсних елементних кошторисних норм на будівельні роботи / Держбуд України. Збірники 1-47. Дніпропетровськ: НВО «Созидатель», 2001. – 285 с. 17. *Расчет стальных конструкций: Справ. пособие* / Лихтарников Я. М., Ладыженский Д. В., Клыков В. М. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Будівельник, 1984. – 368 с. 18. *Стальные конструкции: СнП II-23-81**. М., 1991. – 95 с. 19. Трофимович В. В., Пермяков В. А. *Оптимизация металлических конструкций*. – К.: Вища школа. Головное изд-во, 1983. – 200 с. 20. Хог Э, Арора Я. *Прикладное оптимальное проектирование: Механические системы и конструкции*. – М.: Мир, 1983. – 478 с.