

хвилевода для одночасного синфазного живлення хвилеводів шириною A_2 , і A_3 TE₁₀ хвилями з одиничними амплітудами. Характер нерегулярного розподілу напруженості поля по ширині хвилевода залежить від координати z . Він може мати нульові значення, зокрема для $\alpha = 0,5$, може мати максимум в точці $0,25A_1$. Можна вважати, що оптимальним є таке відношення α , для якого амплітуди збуджуваних мод мало відрізняються. Як видно з рис.2, таким є значення $\alpha = 0,2 - 0,4$. Результуючий розподіл поля залежить від різниці фаз хвиль збудження, від співвідношення їх амплітуд. Регулювання цих параметрів дозволяє керувати характером нерегулярного розподілу напруженості початкового електромагнітного поля.

1. Захарія Й., Патрило Ю. Модове керування розподілом об'ємної густини потужності у неоднорідному біологічному середовищі // Вісник ДУ "Львівська політехніка", 2000 р., N 399, С. 194–197. 2. Захарія Й., Патрило Ю. Моделювання розподілу об'ємної густини потужності електромагнітного поля у біологічному середовищі в умовах хвилевідної гіпертермії // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". 2000. № 387. С.13–16 3. Захарія Й.А. Основи електродинаміки і поширення радіохвиль. – Львів: В-во ДУ "Львівська політехніка", 1996. С. 314. 4. Миттра Р., Ли С. Аналитические методы теории волноводов. – Москва: Мир, 1974. С. 323.

УДК 621.396.677

Богдан Коваль, Олег Самсонюк
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедри телекомунікації та радіоелектронних пристроїв та систем

АНАЛІЗ ПЛОСКИХ ЧАСТОТНО-КОМПЕНСАЦІЙНИХ АНТЕННИХ РЕШІТОК

© Коваль Богдан, Самсонюк Олег, 2001

Проведений аналіз основних характеристик плоских частотно-компенсаційних антенних решіток (ЧКАР). Отримані прості аналітичні залежності для рівня бокових пелюстків та ширини головного пелюстка діаграми спрямованості плоских ЧКАР.

The analysis of basic characteristics of planar Frequency-Compensating Antenna Arrays (FCAA) is done. The simple analytical estimates of peak sidelobe level and pattern main lobe width of planar FCAA are obtained.

Формулювання задачі. Частотно-компенсаційні антенні решітки (ЧКАР) вперше були запропоновані в [1, 2], а в роботі [3] – детально досліджені прямолінійні ЧКАР. По своїй суті це сильно розріджені ФАР, які складаються з ідентичних однаково орієнтованих частотно-незалежних антенних елементів (випромінювачів). ЧКАР будуються на основі найменш впорядкованих послідовностей (НВП).

У цій роботі аналізуються плоскі ЧКАР, що складаються з N випромінювачів, розміщених у вузлах прямокутної еквідистантної сітки, період якої по координатних осях X та Y становить відповідно d_x та d_y . Простий приклад плоскої ЧКАР зображений на рис. 1, а.

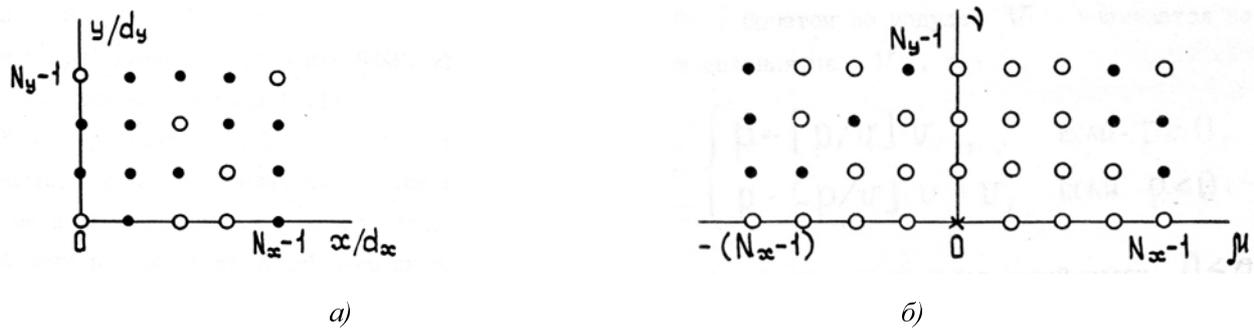


Рис. 1. Плошка ЧКАР (а) та її різницева діаграма (б);
 $M(7,5,4)=\{(0,0),(2,0),(3,0),(3,1),(2,2),(0,3),(4,3)\}$

Положення випромінювачів ЧКАР на площині $ХОУ$ задається найменш впорядкованою послідовністю (НВП) двовимірних цілочислових векторів $M(N,N_x,N_y)=\{(m_{nx}, m_{ny})\}_{n=1}^N$, де $0 \leq m_{nx} \leq N_x - 1$, $0 \leq m_{ny} \leq N_y - 1$. Згідно з [1, 2, 3] сформулюємо визначення НВП для плоскої ЧКАР:

Визначення 1. Послідовність двовимірних цілочислових векторів $M(N,N_x,N_y)$ називається найменш впорядкованою, якщо вона задовольняє одночасно дві вимоги:

- 1) кожна зі всіх можливих різниць векторів: $(m_{px}, m_{py}) - (m_{qx}, m_{qy})$, де $p, q = 1, 2, \dots, N$ і $p \neq q$, трапляється лише один раз;
- 2) для заданих N_x і N_y не існує послідовності, яка задовільняє попередню вимогу, з кількістю членів, більшою ніж N .

Для характеристики НВП введемо поняття різницевого коефіцієнта.

Визначення 2. Різницевий коефіцієнт $C_{\mu\nu}$ довільної послідовності двовимірних цілочислових векторів $\{(\alpha_n, \beta_n)\}_{n=1}^N$ дорівнює кількості різних пар чисел (p, q) , для яких виконується рівність: $(\alpha_p, \beta_p) - (\alpha_q, \beta_q) = (\mu, \nu)$, $1 \leq p \leq N$, $1 \leq q \leq N$.

Згідно з визначенням 1, для кожної НВП порядку N існують $N \cdot (N - 1)$ всіх можливих різниць векторів, і жодна з них не повторюється. Це значить, що різницеві коефіцієнти НВП $C_{\mu\nu}$, $-(N_x - 1) \leq \mu \leq (N_x - 1)$, $-(N_y - 1) \leq \nu \leq (N_y - 1)$, можуть дорівнювати тільки одиниці або нулю, причому кількість одиничних коефіцієнтів дорівнює $N \cdot (N - 1)$. Виняток становить лише $C_{00}=N$. Різницеві коефіцієнти НВП зручно представляти графічно у вигляді різницевої діаграми: двовимірної еквідистантної сітки, на яку у вигляді малих кілець накладають одиничні $C_{\mu\nu}$. Всі різницеві діаграми симетричні відносно початку координат, оскільки $(m_{px}, m_{py}) - (m_{qx}, m_{qy}) = -[(m_{qx}, m_{qy}) - (m_{px}, m_{py})] = (\mu, \nu) = -(-\mu, -\nu)$, тому цілком достатньо показати різницеві коефіцієнти при $\nu \geq 0$. Різницева діаграма для ЧКАР з рис. 1, а зображена на рис. 1, б.

Всі випромінювачі плоскої ЧКАР збуджуються рівноамплітудно, а фаза змінюється за лінійним законом для забезпечення сканування в просторі.

Завдяки тому, що ЧКАР по своїй суті є сильно розрідженими антенними решітками і середня відстань між випромінювачами переважно значно перевищує довжину хвилі, особливо в області високих частот робочого діапазону, доцільно використовувати струмовий підхід при аналізі ЧКАР, тобто не враховувати взаємодії випромінювачів. Така спрощена модель придатна ще й тому, що в ЧКАР повністю відсутня будь-яка періодичність у розміщенні випромінювачів, завдяки чому ефекти, спричинені взаємним впливом, значно менше виражені, ніж у еквідистантних антенних решіток (ЕАР).

Діаграма спрямованості (ДС). З врахуванням вищенаведеного, комплексну нормовану ДС плоскої ЧКАР можна записати у вигляді [4]:

$$\begin{aligned} F(\chi_x, \chi_y) &= F_0(\chi_x, \chi_y) \cdot F_p(\chi_x, \chi_y) = \\ &= F_0(\chi_x, \chi_y) \cdot \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \exp\left[ik(d_x m_{nx}(\chi_x - \chi_{0x}) + d_y m_{ny}(\chi_y - \chi_{0y}))\right] \end{aligned} \quad (1)$$

де $F_0(\chi_x, \chi_y)$ – нормована комплексна ДС окремого випромінювача; $F_p(\chi_x, \chi_y)$ – нормований множник ЧКАР.

У формулі (1) і далі використовується стандартна сферична система координат. Змінні χ_x, χ_y пов'язані з кутами θ і φ такими співвідношеннями: $\chi_x = \sin \theta \cos \varphi$; $\chi_y = \sin \theta \sin \varphi$.

Отже, дійсним кутам $0 \leq \theta \leq 180^\circ$, $0 \leq \varphi \leq 360^\circ$ на площині змінних (χ_x, χ_y) відповідає круг радіуса 1, тобто $\chi_x^2 + \chi_y^2 \leq 1$.

У формулі (1) $\chi_{0x} = \sin \theta_0 \cos \varphi_0$, $\chi_{0y} = \sin \theta_0 \sin \varphi_0$, де (θ_0, φ_0) – напрямок максимуму ДС у просторі, $k = 2\pi/\lambda$ – хвильове число, λ – довжина хвилі.

При правильному виборі періоду еквідистантної сітки d_x та d_y розташування випромінювачів ЧКАР за законом найменш впорядкованих послідовностей дозволяє ефективно усунути додаткові головні максимуми, що виникають на високих частотах в області дійсних кутів ДС при еквідистантному розміщенні випромінювачів у межах того ж розкриття АР. Встановлено [1, 2, 3], що при багаторазовій зміні частоти і в широкому секторі кутів сканування ЧКАР забезпечують один головний пелюсток у просторі, постійне значення рівня бокових пелюстків (РБП) та коефіцієнта спрямованої дії.

Але не потрібно ототожнювати ЧКАР з частотно незалежними антенами. На відміну від них форма ДС ЧКАР змінюється з частотою: при збільшенні частоти ДС “стискається”, зменшується ширина головного пелюстка (як в будь-якої іншої розрідженої ФАР).

Абстрагуючись від конкретного типу випромінювача, будемо розглядати моделі ЧКАР з ізотропними частотно-незалежними антенними елементами. Такий підхід дозволяє спростити математичні вирази і більш чітко виділити специфічні властивості ЧКАР. Реальний частотно-незалежний антенний елемент має малу спрямованість і тому може бути без великих втрат замінений моделлю ізотропного випромінювача, тим більше, що зворотна заміна завжди тільки покращить характеристики ЧКАР.

Властивості ДС плоских ЧКАР. Нормовану амплітудну ДС плоскої ЧКАР ізотропних випромінювачів можна одержати з (1) за умови $F_0(\chi_x, \chi_y) = 1$ і записати у вигляді:

$$\begin{aligned} |F(\chi_x, \chi_y)| &= \left[F(\chi_x, \chi_y) \cdot F^*(\chi_x, \chi_y) \right]^{0,5} = \\ &= \frac{1}{N} \cdot \left[\sum_{n=1}^N \sum_{\mu=1}^N \exp\left(ikd_x (m_{nx} - m_{\mu x})(\chi_x - \chi_{0x}) + ikd_y (m_{ny} - m_{\mu y})(\chi_y - \chi_{0y}) \right) \right]^{0,5} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{1}{N} \cdot \left[\sum_{\mu=-(N_x-1)}^{N_x-1} \sum_{\nu=-(N_y-1)}^{N_y-1} C_{\mu\nu} \exp(ikd_x \mu(\chi_x - \chi_{ox}) + ikd_y \nu(\chi_y - \chi_{oy})) \right]^{0,5} = \\
&= \frac{1}{N} \cdot \left[\sum_{\mu=-(N_x-1)}^{N_x-1} \sum_{\nu=-(N_y-1)}^{N_y-1} C_{\mu\nu} \cos(kd_x \mu(\chi_x - \chi_{ox}) + kd_y \nu(\chi_y - \chi_{oy})) \right]^{0,5}, \quad (2)
\end{aligned}$$

де $C_{\mu\nu}$ – різницеві коефіцієнти, введені визначенням 2, причому $C_{\mu\nu}$ можуть дорівнювати тільки 1 або 0, $C_{00} = N$.

Функція (2) як і (1), періодична з періодом $T_x = 2\pi(kd_x)^{-1}$ по χ_x та $T_y = 2\pi(kd_y)^{-1}$ по χ_y . Найбільшого значення вона набуває в точках площини $(\chi_x, \chi_y) = (\chi_{ox} + gT_x, \chi_{oy} + hT_y)$, де $g, h = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Для забезпечення умови одного головного максимуму ($g = h = 0$) ДС в області дійсних кутів $\chi_x^2 + \chi_y^2 \leq 1$ необхідно виконати (як для ЕАР) умову:

$$\left(\chi_{ox} + \frac{2\pi g}{kd_x}\right)^2 + \left(\chi_{oy} + \frac{2\pi h}{kd_y}\right)^2 > 1$$

для всіх пар чисел (g, h) , крім $g = h = 0$. При скануванні в межах кутів $0 \leq \theta_o \leq \theta_{o \max}$, $0 \leq \varphi_o < 2\pi$ ця умова зводиться до системи двох нерівностей [4]:

$$\begin{cases} k < \frac{2\pi}{d_x(1 + \sin \theta_{o \max})}; \\ k < \frac{2\pi}{d_y(1 + \sin \theta_{o \max})}. \end{cases} \quad (3)$$

З системи нерівностей (3) визначається верхня межа частотного діапазону як ЧКАР, так і ЕАР. Ця межа для плоских ЧКАР буде значно вищою, ніж для плоских ЕАР (при однаковій кількості випромінювачів і розмірі апертури).

Рівень бокових пелюстків. ДС (2) плоскої ЧКАР, побудованої на основі НВП, характеризується рівномірним і порівняно низьким РБП (якщо врахувати, що середня відстань між випромінювачами велика). Це підтверджує рис. 2, на якому зображені результати числового розрахунку ДС плоскої синфазної ЧКАР. У цьому прикладі використана НВП М (48, 41, 42), зображена на рис. 3, крок сітки вибраний однаковим по кожній координаті – $d_x = d_y = d$, обчислення проводились на мінімальній робочій довжині хвилі $\lambda = 1,025d$. Аналіз амплітудної ДС цієї ЧКАР показує, що тільки близько 1% бокових пелюстків перевищують рівень 0,24 (-12,4 дБ), а максимальне значення – РБП = 0,305 (-10,3 дБ).

Не існує точного математичного доведення вказаних властивостей ДС плоскої ЧКАР. Для пояснення можна навести таке. Вираз у квадратних дужках в правій частині (2) представляє собою піднятий на “п’єдестал” $C_{00} = N$ множник рівноамплітудної слабкорозрідженої плоскої РФАР з $N \cdot (N - 1)$ випромінювачів, розміщених на сітці розміром $(2N_x - 1) \cdot (2N_y - 1)$ вузлів. Густина розміщення випромінювачів такої РФАР максимальна в центрі і поступово спадає до країв розкриву, форма якого близька до круглого розкриву. Скориставшись відомою аналогією між змінною густиною розміщення випромінювачів рівноамплітудної слабкорозрідженої ФАР і змінною амплітудою збудження еквівалентного плоского розкриву (див., наприклад, [5]) можна передбачити, що ДС такої РФАР буде близька до ДС круглого розкриву зі спадаючою до країв амплітудою струму. Такий розкрив, як відомо [5, 6], має низький і рівномірний рівень бокового випромінювання, що пояснює вказані властивості ДС плоскої ЧКАР.

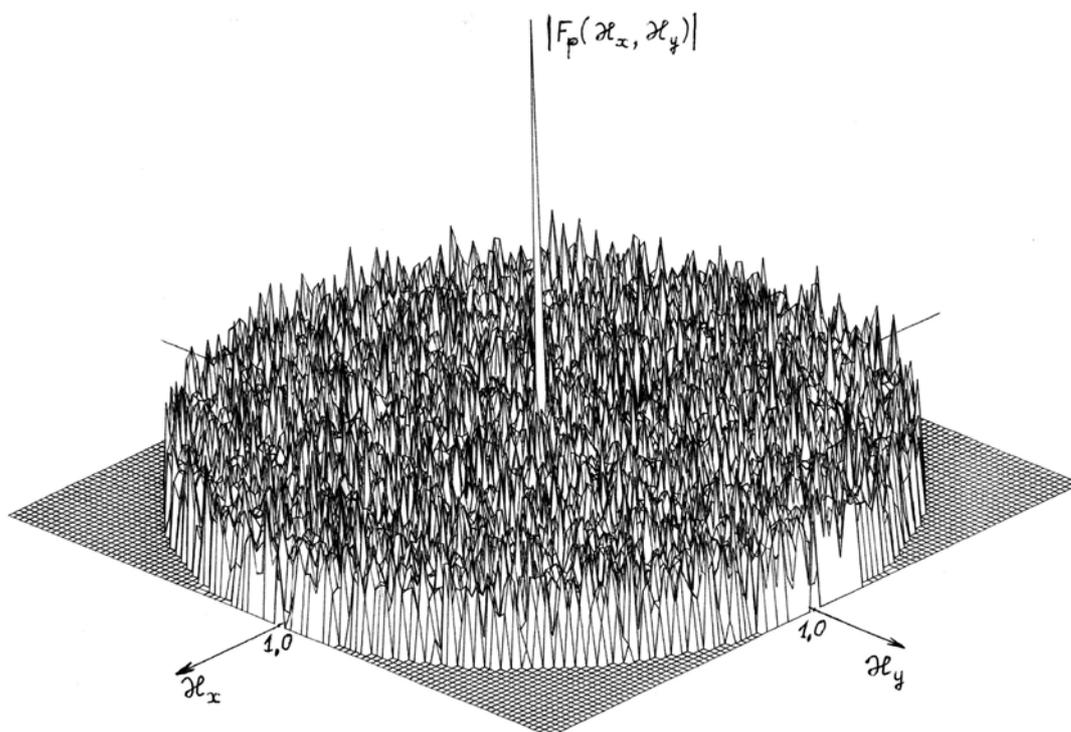


Рис. 2. Діаграма спрямованості плоскої 48-елементної ЧКАР

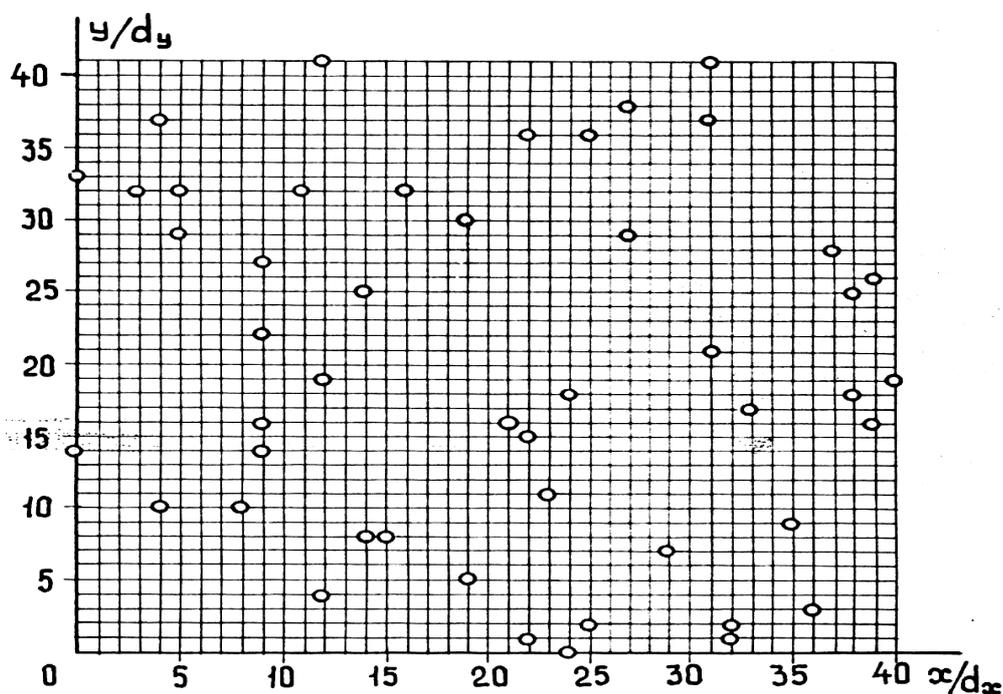


Рис. 3. Плошка 48-елементна ЧКАР

На рис. 4 показані результати числового розрахунку РБП 70 варіантів 24-елементних плоских ЧКАР, розкрив яких близький до квадратного. Найменше значення РБП отриметься при найбільшому коефіцієнті заповнення $K_3 = N \cdot (N - 1) / [(2N_x - 1) \cdot (2N_y - 1)]$, тобто для плоских ЧКАР на основі НВП.

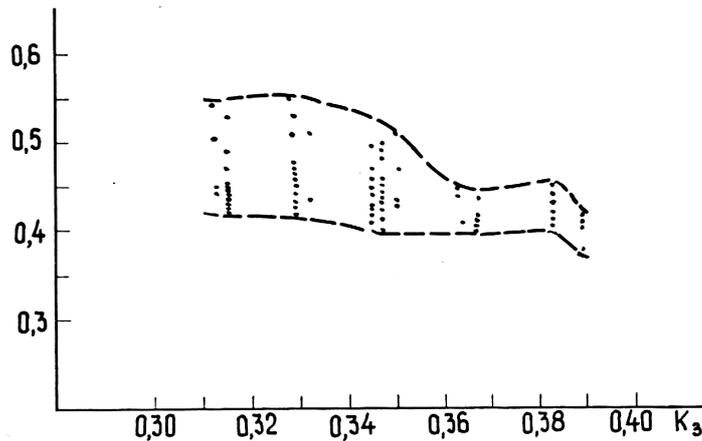


Рис. 4. Залежність РБП плоских 24-елементних ЧКАР від коефіцієнта заповнення

Внаслідок наведеного вище можна відмітити, що РБП плоскої ЧКАР зменшується з ростом кількості випромінювачів пропорційно \sqrt{N} , оскільки зменшується нормоване до N^2 значення "п'єдесталу" $S_{00} = N$. Численні розрахунки на ЕОМ показують, що

$$\text{РБП} \approx \sqrt{\frac{3,5 \dots 5,0}{N}}, \quad (4)$$

де менше значення коефіцієнта в чисельнику відповідає ЧКАР з $N \leq 25$, а більше – $N \geq 150$.

Ширина головного пелюстка ДС N-елементної ЧКАР завжди менша, ніж у рівноамплітудної ЕАР, розміщеної на тому ж розкриві, яка складається з $N_x \cdot N_y$ випромінювачів. При синфазному збудженні плоскої ЧКАР ($\chi_{ox} = \chi_{oy} = 0$) сигналом з довжиною хвилі λ , ширина головного пелюстка (в градусах) на рівні половинної потужності в заданому перерізі φ становить

$$\Delta\theta_{0,5}(\lambda, \varphi) \approx \frac{44\lambda}{L(\varphi)}, \quad (5)$$

де $L(\varphi)$ – лінійний розмір розкриву ЧКАР в перерізі φ . В оцінці (5) коефіцієнт 44 одержаний усередненням результатів обчислень $\Delta\theta_{0,5}$ для різних значень N . Для ЕАР цей коефіцієнт, як відомо, становить 51. При зміні частоти і скануванні головний пелюсток ЧКАР змінюється так само, як і у будь-якої іншої РФАР або ЕАР.

При заданому відношенні сторін розкриву, тобто N_x/N_y , розмір $L(\varphi)$, який використовується в (5), збільшується практично лінійно з ростом N , тому ширина променя (5) змінюється обернено пропорційно кількості випромінювачів, на відміну від плоских ЕАР, для яких $\Delta\theta_{0,5}$ зменшується пропорційно \sqrt{N} .

Зображена на рис. 3 плоска ЧКАР при $\lambda=1,025d$ має в площині $\varphi = 0^\circ$ ширину головного пелюстка на "нульовому" рівні $\Delta\theta_0 = 2,4^\circ$, на рівні половинної потужності $\Delta\theta_{0,5} = 1,1^\circ$, найбільший боковий пелюсток для довільних θ, φ не перевищує 0,305 (-10,3 дБ). Для порівняння, 7x7-елементна рівноамплітудна синфазна ЕАР може забезпечити (за умови одного головного пелюстка в просторі: $d_x = d_y = 0,86\lambda$) $\Delta\theta_0 = 19,0^\circ$, $\Delta\theta_{0,5} = 8,5^\circ$, РБП = 0,23 (-12,7 дБ). Навіть 41x42-елементна ЕАР має $\Delta\theta_0 = 2,8^\circ$, $\Delta\theta_{0,5} = 1,28^\circ$, РБП = 0,215 (-13,2 дБ) в тій же площині $\varphi = 0^\circ$.

Порівняльна характеристика основних параметрів плоских ЧКАР і ЕАР. Основним параметром, який визначає ширину головного пелюстка і РБП плоских ЧКАР, є кіль-

кість випромінювачів N . Відповідні залежності показані на рис. 5 для плоских синфазних ЧКАР з практично квадратною формою розкриву ($N_x \approx N_y$, $d_x = d_y$, $\theta_{0 \max} = \theta_0 = 0$). Кружечками на цьому рисунку позначені результати комп'ютерних розрахунків для конкретних ЧКАР, побудованих на основі НВП, суцільні лінії відповідають оцінкам (4), (5). Для порівняння на цих же рисунках штриховими лініями зображені відповідні залежності для плоских ЕАР з розкритом, близьким до квадратного. Ширина головного пелюстка ДС (2) визначається на рівні 0,5 потужності в перерізі $\varphi = 0^\circ$ на максимальній робочій частоті.

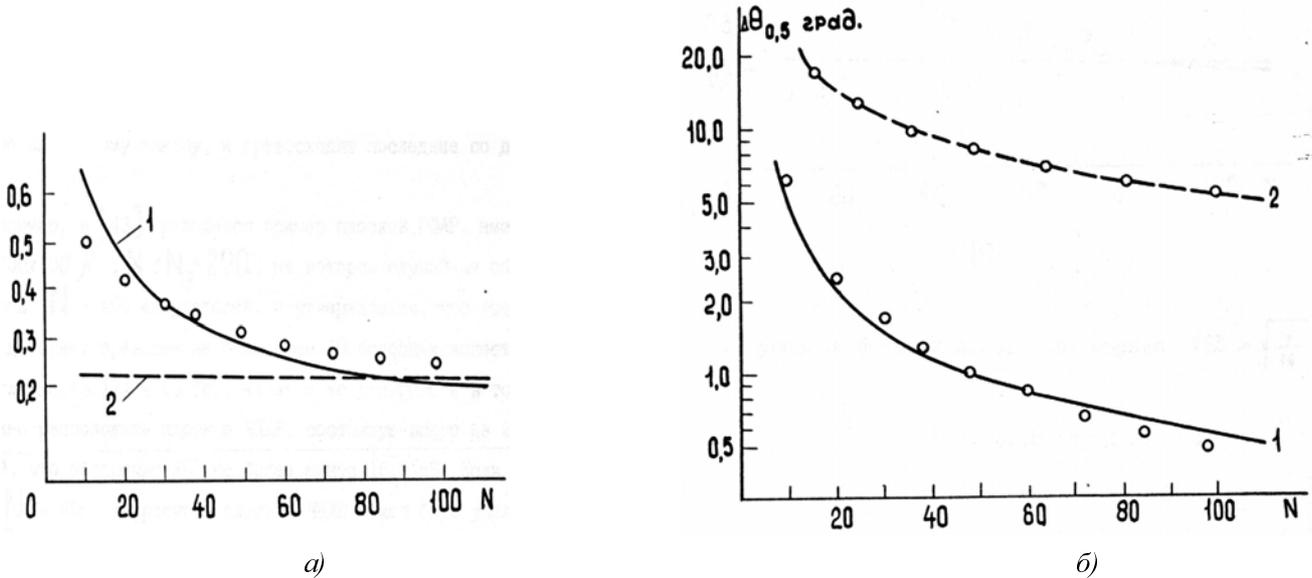


Рис. 5. Залежності: РБП (а) та ширини головного пелюстка (б) від кількості випромінювачів для плоских ЧКАР (1) та ЕАР (2)

Рис. 5 демонструє добрий збіг оцінок (4), (5) з результатами безпосередніх розрахунків характеристик плоских ЧКАР.

Треба зауважити, що ЧКАР, незважаючи на вдавану хаотичність в розміщенні випромінювачів, не є нееквідистантними АР, розрідженими за випадковим законом, і перевершують останні за досягнутим РБП.

Наприклад, у [6] наводиться приклад плоскої РФАР, яка має розкритв $100 \times 100 \lambda^2$, $N_x = N_y = 200$, на якому випадковим чином розміщені $N = 400$ випромінювачів, і вказано, що рівень мінус 15 дБ буде перевищений не більш ніж 10 боковими пелюстками.

На цьому ж розкритві і в тій же сітці можна розмістити плоску ЧКАР, яка складається всього з 230 випромінювачів, щоб забезпечити РБП не більше мінус 16,5 дБ. Якщо зберегти $N = 400$, то розкритв плоскої ЧКАР можна збільшити до $175 \times 175 \lambda^2$, $N_x = N_y = 350$, а РБП знижений до -19 дБ.

1. Чаплин А.Ф., Коваль Б.В. Частотно-независимое излучение и рассеяние волн решетками // Докл. АН СССР. – 1987. – Т. 294, № 4. – С. 865–867. 2. Чаплин А.Ф., Коваль Б.В. Частотно-компенсационные антенные решетки // 42-я Всесоюзная научная сессия, посвященная Дню радио: Тез. докл. – Ч. 2. – М.: Радио и связь, 1987. – С.7–8. 3. Чаплин А.Ф., Коваль Б.В. Частотно-компенсационные антенные решетки // Радиотехника и электроника. – 1988. – Т. 33, № 2. – С. 263–271. 4. Чаплин А.Ф. Анализ и синтез антенных решеток. – Львов: Вища школа, 1987. – 180 с. 5. Зелкин Е.Г., Соколов В.Г. Методы синтеза антенн (фазированные антенные решетки с плоским раскрытием). – М.: Сов. радио, 1980. – 296 с. 6. Сазонов Д.М. Антенны и устройства СВЧ: Учеб. для радиотехнич. спец. вузов. – М.: Высшая школа, 1988. – 432 с.