УДК. 621.3.019.3(075)

Оксана Лазько, Леонід Недоступ, Юрій Бобало
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної радіотехніки і радіовимірювань

ОЦІНЮВАННЯ БЕЗВІДМОВНОСТІ СИСТЕМ СУМІСНО ПРАЦЮЮЧИХ КОМПОНЕНТІВ

Наведено аналіз методів оцінювання безвідмовності системи сумісно працюючих компонентів з урахуванням асиметричності та ексцесу розподілів їх параметрів, зроблено висновки щодо їх точності.

The analysis of estimation methods of operational reliability of systems of together work components with subject to theirs parameters distribution skewness and kurtosis has been presented. The conclusions on theirs accuracy were made.

Безвідмовність системи $S_к$, яка складається з n сумісно працюючих компонентів $К_1$, $К_2$, ...$К_n$, в загальному випадку визначається з одного боку їх "індивідуальною" безвідмовністю або інтенсивністю відмов $\lambda_{к1}$, $\lambda_{к2}$,...,$\lambda_{кn}$ кожного, а з іншого – гармонійними співвідношеннями їх вхідних і вихідних параметрів, які утворюють вектори стану

$$\vec{X}_{вих.к-1}(t) = \left[x_{вих.к-1,1}(t), x_{вих.к-1,2}(t),..., x_{вих.к-1,n}(t)\right]$$

$$\text{і } \vec{X}_{вх.к}(t) = \left[x_{вх.к,1}(t), x_{вх.к,2}(t),..., x_{вх.к,n}(t)\right].$$

Вона оцінюється імовірністю працездатності системи або імовірністю її правильного функціонування $P_{Sк}$:

$$P_{Sк}(t) = \Psi\left[\lambda_{к1}, \lambda_{к2},..., \lambda_{кn},..., f(\vec{X}_{вих.к-1}(t), \vec{X}_{вх.к}(t))\right] \qquad (1)$$

де $f(\vec{X}_{вих.к-1}(t), \vec{X}_{вх.к}(t))$ – сумісна щільність розподілів вхідних і вихідних стикувальних параметрів.

Визначення імовірності працездатності системи за відомими інтенсивностями відмов компонентів на сучасному рівні теорії та практики такого оцінювання не справляє серйозних труднощів і тому цей аспект розглядати не будемо. Розглянемо підходи до оцінювання ефективності параметричного синтезу компонентів, тобто до визначення працездатності (або непрацездатності) системи з врахуванням степеня узгодженості вхідних і вихідних параметрів її складових частин.

Залежно від особливостей функціонування компонентів співвідношення їх параметрів можна визначати деякими імовірнісними умовами, наприклад [1]

$$\begin{gathered} P_1\left(x_{i.к.вх} - x_{i.к-1.вих} \geq \varepsilon_1\right) \geq p_1; \\ P_2\left(x_{i.к-1.вих} \in \{x_{i.к.вх}\}\right) \geq p_2; \\ P_3\left(x_{i.к-1.вих} - x_{i.к.вх} \geq \varepsilon_2\right) \geq p_3, \end{gathered} \qquad (2)$$

де $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – задані числа (запаси), p_1, p_2, p_3 – імовірності виконання відповідних умов.

Працездатність системи у складі компонентів К $_{к-1}$, К $_{к}$ можна визначити різними методами і, зокрема, за допомогою апарата параметричної та непараметричної статистики, нечітких множин, толерантних інтервалів та іншими методами [2, 3, 6]. Підходи, на яких базуються ці методи, не є новими. Усталеними є намагання розв'язувати задачі оцінювання ефективності параметричного синтезу компонентів з використанням апріорі прийнятих "класичних" законів розподілів їх вхідних і вихідних параметрів. Традиційна перевага при цьому надається нормальному закону, хоча численні експерименти, проведені як в нашій країні, так і за кордоном, свідчать про те, що з деяких об'єктивних конструкційно-технологічних та організаційних причин закони розподілу параметрів компонентів можуть змінюватись як за видом, так і за значенням характеристик [1, 5]. Значна серійність виробництва компонентів, групові методи обробки з суттєвим розкидом характеристик елементів визначають чималу питому вагу коректуючих процедур.

Це особливо стало помітним під час проведення регулювальних та довідних технологічних операцій з метою забезпечення прецизійності апаратури при довготривалій її експлуатації. Клас так званих квазінормальних розподілів параметрів виробів вимагає розроблення більш досконалих методів оцінювання надійності.

У цій статті розглянута перша, найбільш характерна умова забезпечення працездатності сумісно працюючих компонентів (2).

Відомо, що імовірність q(t) непрацездатності системи, яка складається з двох послідовно увімкнених компонентів з стикувальними параметрами $x_{к-1.вих}(t)$ і $x_{к.вх}(t)$ в загальному випадку визначається виразом

$$q(t) = \iint\limits_{W} f(x_{к-1.вих}(t), x_{к.вх}(t))\, dx_{к-1.вих}\, dx_{к.вх}\,, \tag{3}$$

де W – область інтегрування, $f(x_{к-1.вих}(t), x_{к.вх}(t))$ – двовимірна щільність розподілу параметрів $x_{к-1.вих}$ $і$ $x_{к.вх}$.

Підходи до оцінки параметричної надійності апаратури, які базуються на малообгрунтованих гіпотезах, про нормальний розподіл параметрів або про інші класичні розподіли, є загальновідомими [2,3,6-8].

Розглянемо розв'язання цієї задачі у квазістатичному варіанті з використанням моделей розподілів параметрів у вигляді рядів Грама-Шарльє. Доведено, що така модель характеризується більшою гнучкістю своїх форм завдяки незалежності характеристик, що забезпечує їх високу адекватність [4,5].

У випадку незалежності величин $x_{к-1.вих}$ $і$ $x_{к.вх}$. співвідношення (3) набуває вигляду

$$q = \iint\limits_{W} f\left(x_{к-1.вих}\right) f\left(x_{к.вх}\right) dx_{к-1.вих}\, dx_{к.вх} \quad . \tag{4}$$

$$0 \le x_{к.вх} \le x_{к-1.вих} < \infty$$

$$0 \le \mathrm{x}_{\text{к.вх}} < \infty \;\; .$$

Імовірність працездатності системи

$$P = 1 - q = \iint\limits_{W} f\left(x_{к-1.вих}\right) f\left(x_{к.вх}\right) dx_{к-1.вих}\, dx_{к.вх} \quad . \tag{5}$$

$$\infty \ge x_{к.вх} > x_{к-1.вих} > 0$$

$$0 \le x_{к.вх} < \infty \;\; .$$

Для визначення імовірності Р подвійний інтеграл (5) можна представити двократним

$$P = \int_0^{\infty} f_A\left(x_{к.вх}\right)\left[\int_0^{x_{к.вх}} f_A\left(x_{к-1.вих}\right)dx_{к-1.вих}\right]dx_{к.вх} \tag{6}$$

або

$$P = 1 - q = \int_0^{\infty} f_A\left(x_{к-1.вих}\right)\left[\int_{x_{к-1.вих}}^{\infty} f_A\left(x_{к.вх}\right)dx_{к.вх}\right]dx_{к-1.вих}\ .$$

У цьому виразі імовірність непрацездатності системи визначається залежністю

$$q = \int_0^{\infty} F(x_{к-1.вих})\, f_A\left(x_{к-1.вих}\right)dx_{к-1.вих} \tag{7}$$

або

$$q = \int_0^{\infty}\left[1 - F(x_{к.вх})\right] f_A\left(x_{к.вх}\right)dx_{к.вх}\ ,$$

де $F(x_{к-1.вих})$ і $F(x_{к.вх})$ – інтегральні функції розподілу відповідних величин.
Зазначимо, що тут

$$f_A\left(x_{к-1.вих}\right) = f\left(x_{к-1.вих}\right) - \frac{A}{3!} f^{(3)}\left(x_{к-1.вих}\right) - \frac{E}{4!} f^{(4)}\left(x_{к-1.вих}\right)\ ; \tag{8}$$

$$f_A\left(x_{к.вх}\right) = f\left(x_{к.вх}\right) - \frac{A}{3!} f^{(3)}\left(x_{к.вх}\right) - \frac{E}{4!} f^{(4)}\left(x_{к.вх}\right). \tag{9}$$

Після підстановки (8) і (9) у (6) та внутрішнього інтегрування отримуємо вираз для імовірності непрацездатності системи при квазінормальних розподілах параметрів компонентів , представлених рядами Грама-Шарльє:

$$q = 1 - P = \int_0^{\infty}\left[\left[f\left(x_{к.вх}\right) - \frac{A}{3!} f^{(3)}\left(x_{к.вх}\right) - \frac{E}{4!} f^{(4)}\left(x_{к.вх}\right)\right]\left\{\Phi\left(\frac{x_{к.вх} - m_{к.вх}}{\sigma_{к.вх}}\right) - \Phi\left(\frac{m_{к.вх}}{\sigma_{к.вх}}\right) -\right.\right.$$
$$\left.\left. - \frac{A}{3!}\left[f^{(2)}\left(\frac{x_{к.вх} - m_{к.вх}}{\sigma_{к.вх}}\right) - f^{(2)}\left(\frac{m_{к.вх}}{\sigma_{к.вх}}\right)\right] + \frac{E}{4!} dx_{к.вх}\left[f^{(3)}\left(\frac{x_{к.вх} - m_{к.вх}}{\sigma_{к.вх}}\right) - f^{(3)}\left(\frac{m_{к.вх}}{\sigma_{к.вх}}\right)\right]\right\}\right] dx_{к.вх}\,. \tag{10}$$

Складність такого підходу до визначення імовірності працездатності або непрацездатності системи сумісно працюючих компонентів пояснює традиційне використання більш простих числових та аналітичних методів, які базуються на деяких припущеннях і малообґрунтованих спрощеннях.

Узв’язку з цим під час проведення досліджень авторами порівнювались результати оціню-вання непрацездатності систем різними методами при різному степені асиметричності та гостровершинності розподілів стикувальних параметрів. Зокрема, поряд з викладеним вище методом, який враховує реальні відхилення розподілів від нормального закону, аналізувались методи , що базуються на припущенні про їх гауссовий характер [1, 5], а також на імовірнісній оцінці областей перекриття G1 та G2 [3]. Результати проведених досліджень зображені на рис. 1 – 6.

На рис. 2 показані залежності імовірності відмови від ексцесу при чотирьох можливих комбінаціях вхідних та вихідних розподілів параметрів компонентів.

Як видно з рис. 4 залежності імовірності відмови від асиметрії є симетричними відносно нуля. Це пояснюється природою коефіцієнта асиметрії. Цікавою особливістю є те, що межі областей перекриття параметрів G1 -G2 з зростанням ексцесу звужуються, тоді як імовірність відмови зростає.

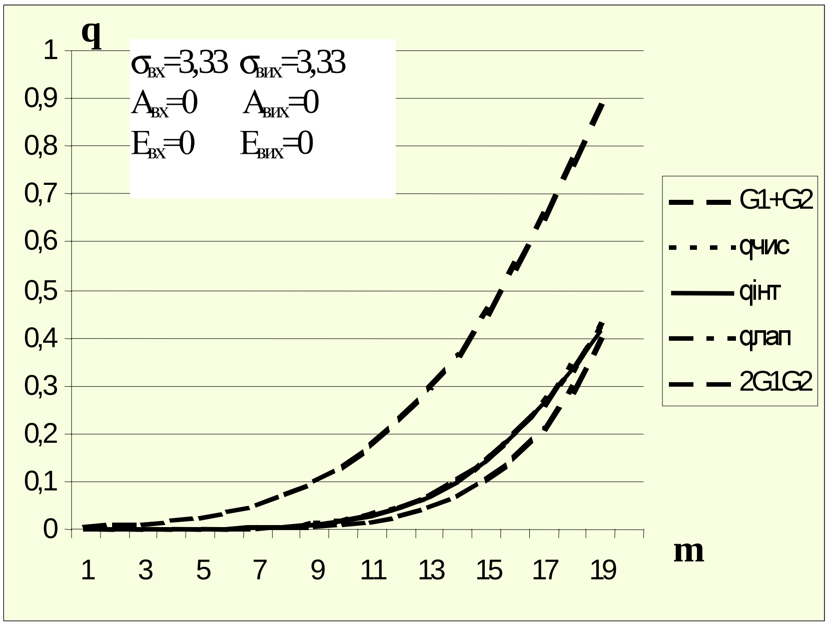


Рис. 1. Залежності імовірності відмови q системи від математичного сподівання розподілів параметрів компонентів при фіксованих значеннях дисперсії, асиметрії та ексцесу. Тут і далі за текстом : G1 і G2 – області перекриття розподілів параметрів компонентів, $q_{чис}$, $q_{інт}$, $q_{лап}$. – імовірності працездатності системи, отримані числовим способом інтегрування, способом інтегрування за (7) та за припущення, що розподіли є нормальними відповідно.

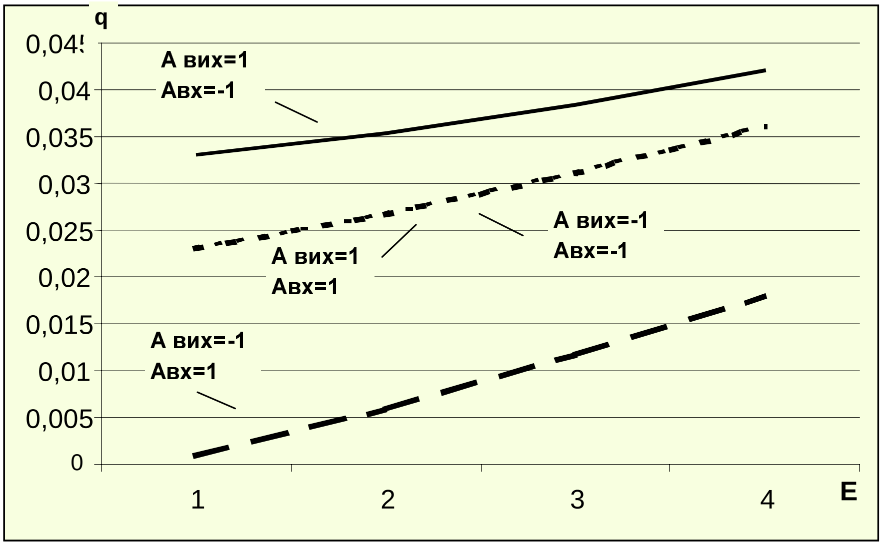
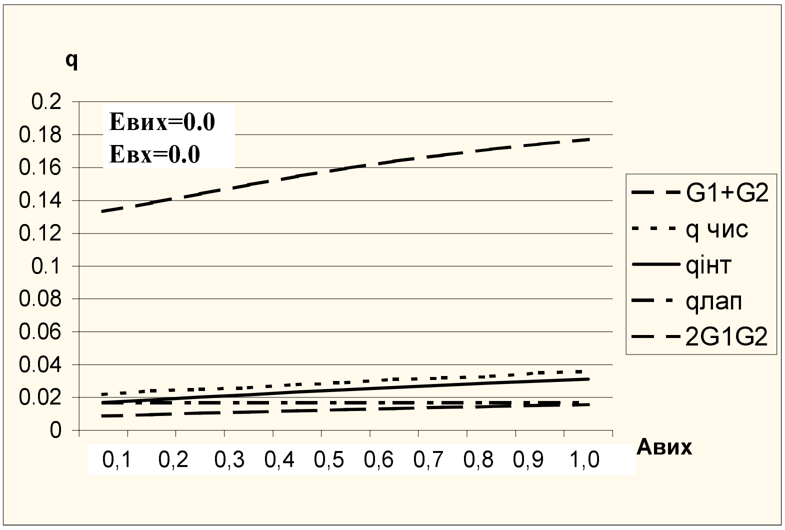
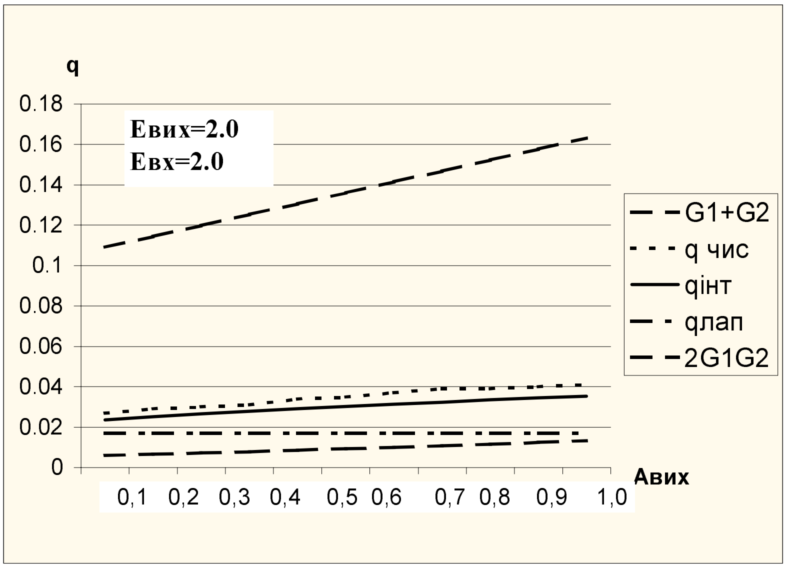


Рис. 2. Залежність імовірності відмови q від ексцесу E для чотирьох комбінацій асиметричності розподілів стикувальних параметрів компонентів





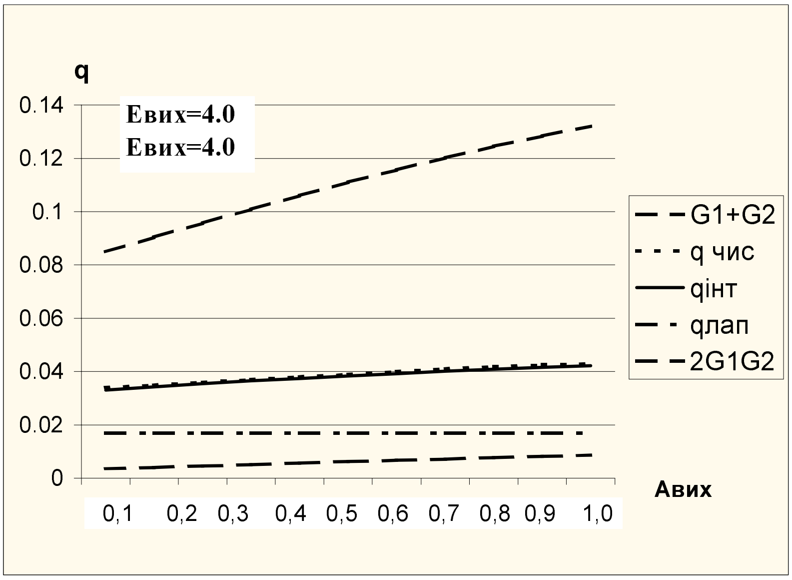


Рис. 3. Залежності імовірності відмови системи q від асиметрії вихідного розподілу параметрів компонентів при трьох значеннях коефіцієнта ексцесу

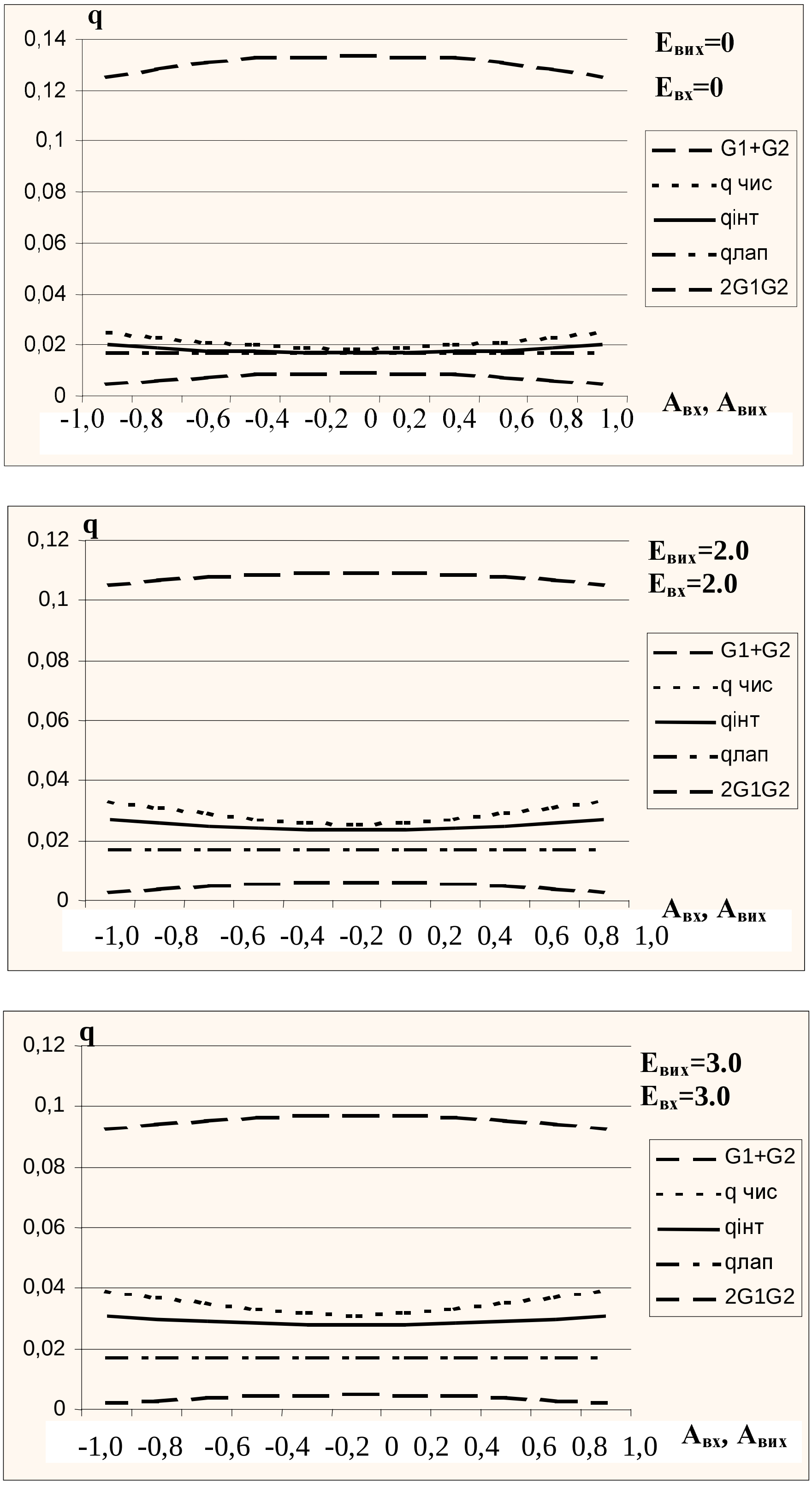
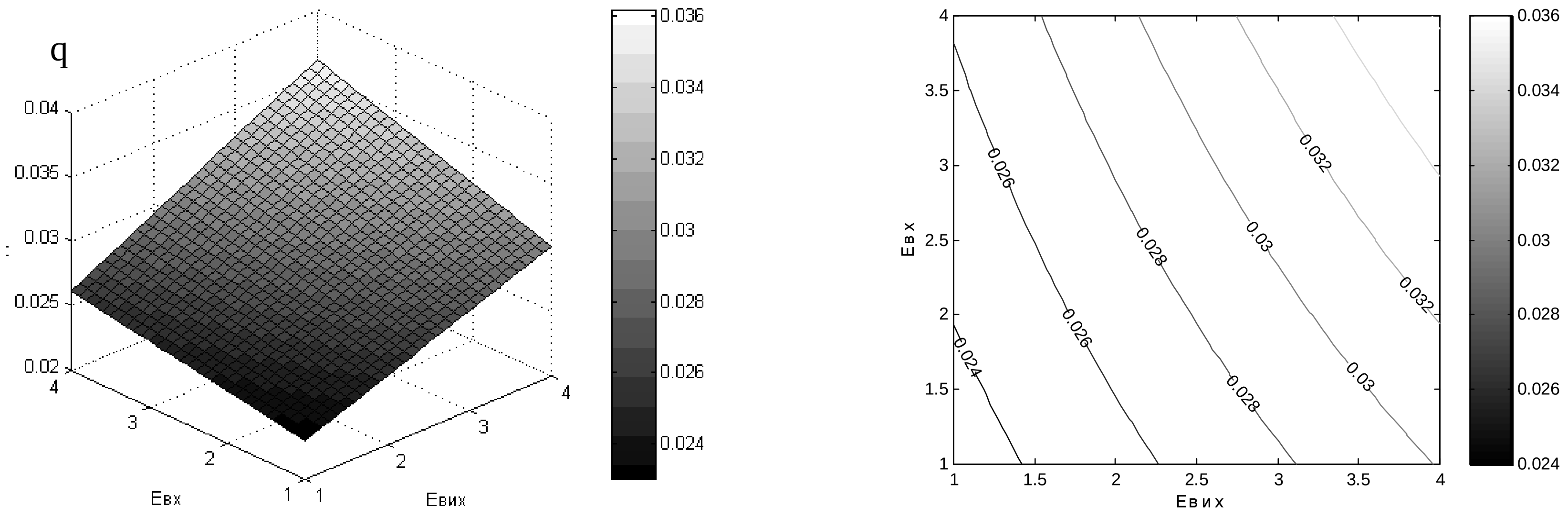
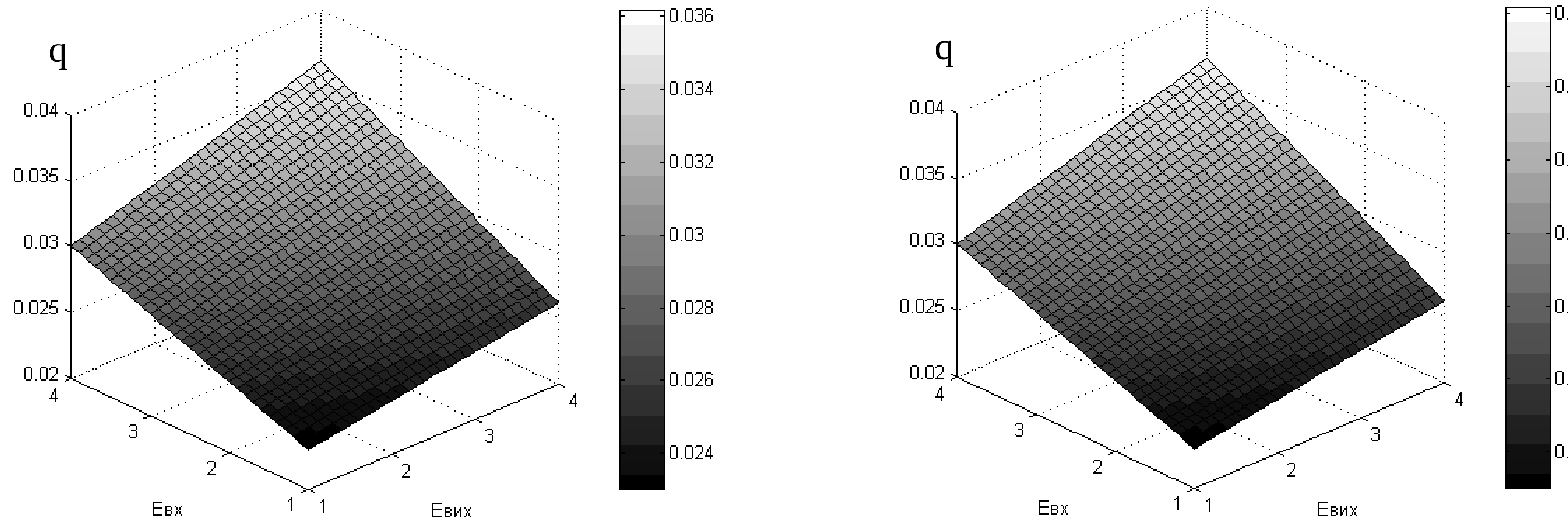


Рис. 4. Залежності імовірності відмови системи q при одночасній зміні асиметрії вихідних і вхідних параметрів компонентів при трьох значеннях коефіцієнта ексцесу

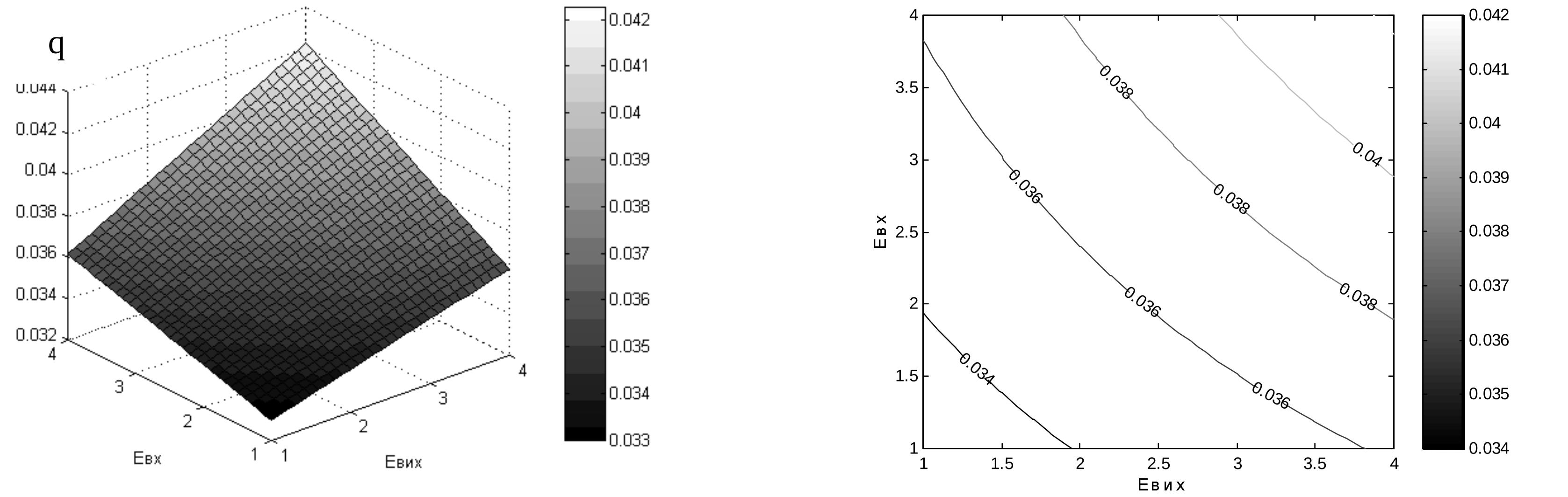
Розглянемо залежності імовірності відмови компонентів від ексцесу вхідного і вихідного розподілів. Розглянуто чотири граничні ситуації (рис. 5).



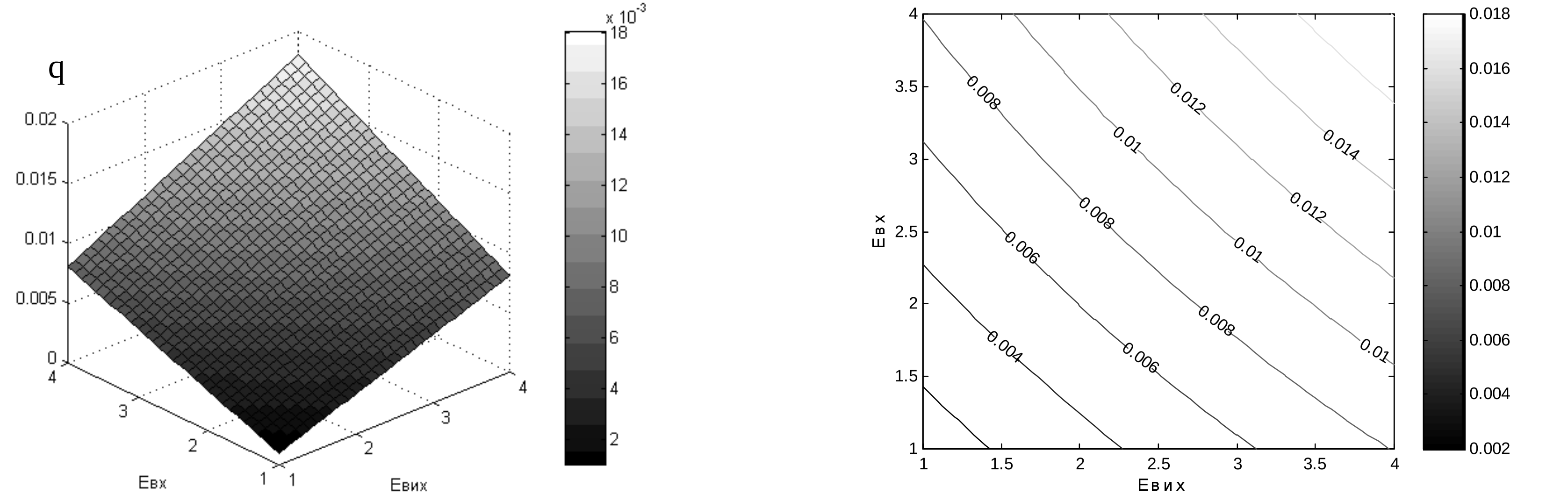
Авих=1 Авх=1



Авих=-1 Авх=-1

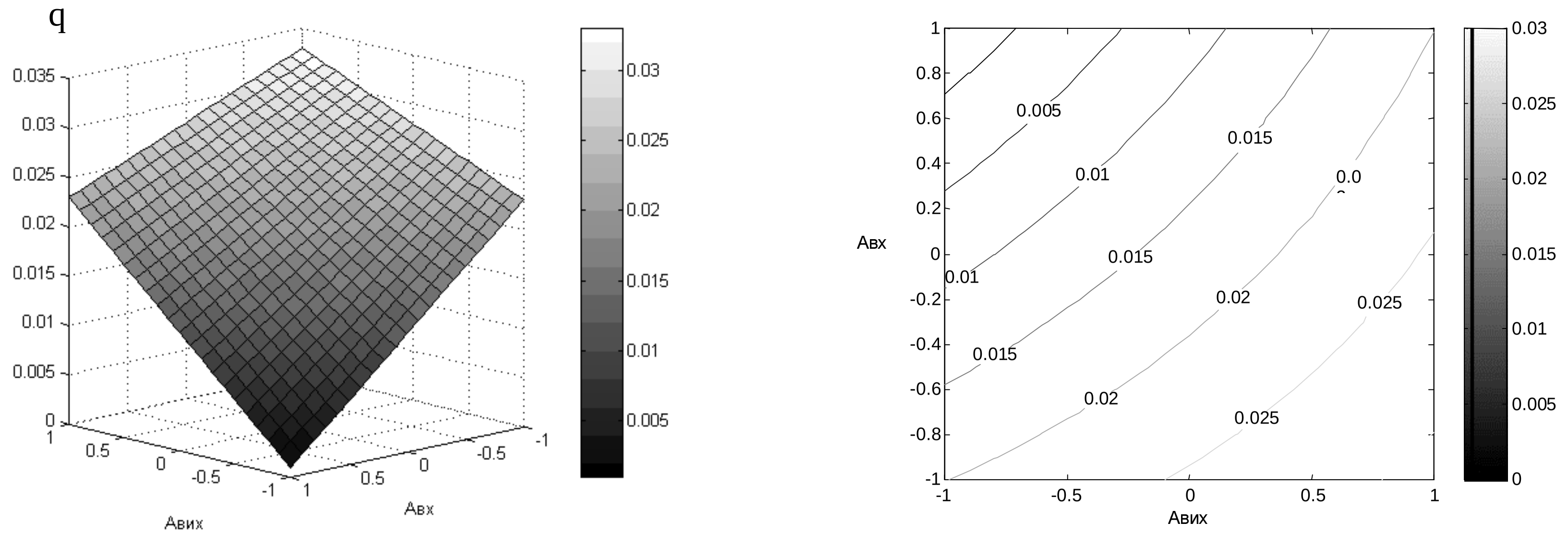


Авих=-1 Авх=1

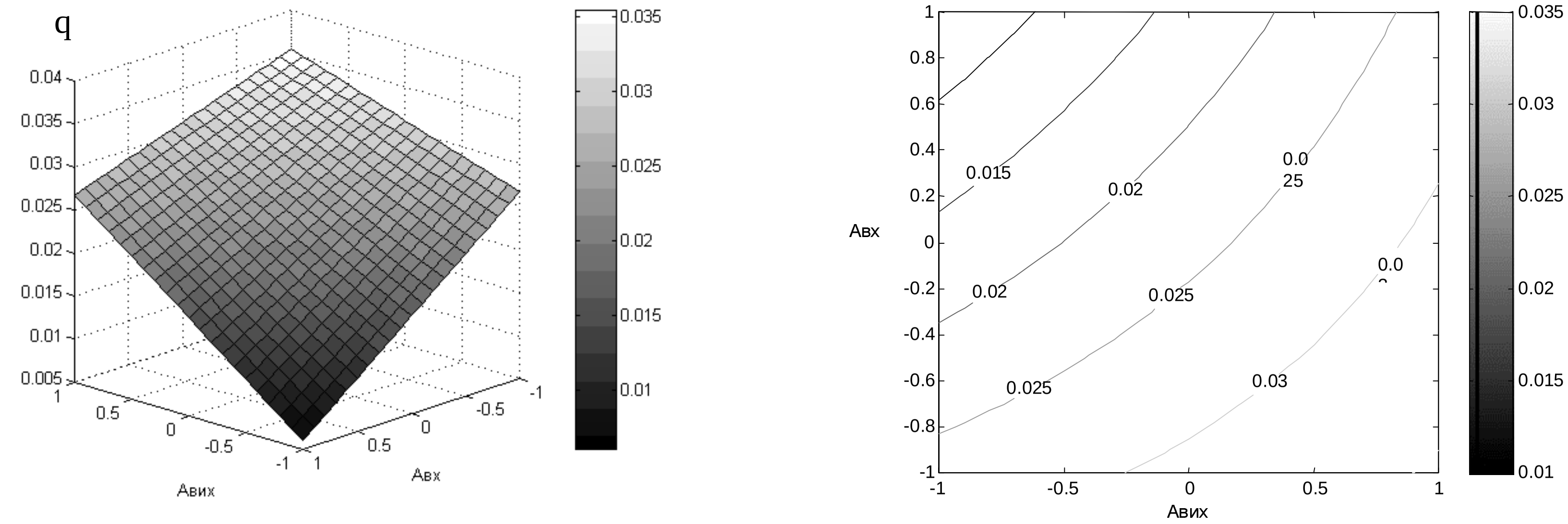


Авих=1 Авх=-1

Рис. 5. Залежності імовірності відмови системи при одночасній зміні ексцесу вихідних і вхідних параметрів компонентів для чотирьох комбінацій асиметричності розподілів стикувальних параметрів компонентів



E=1



E=2

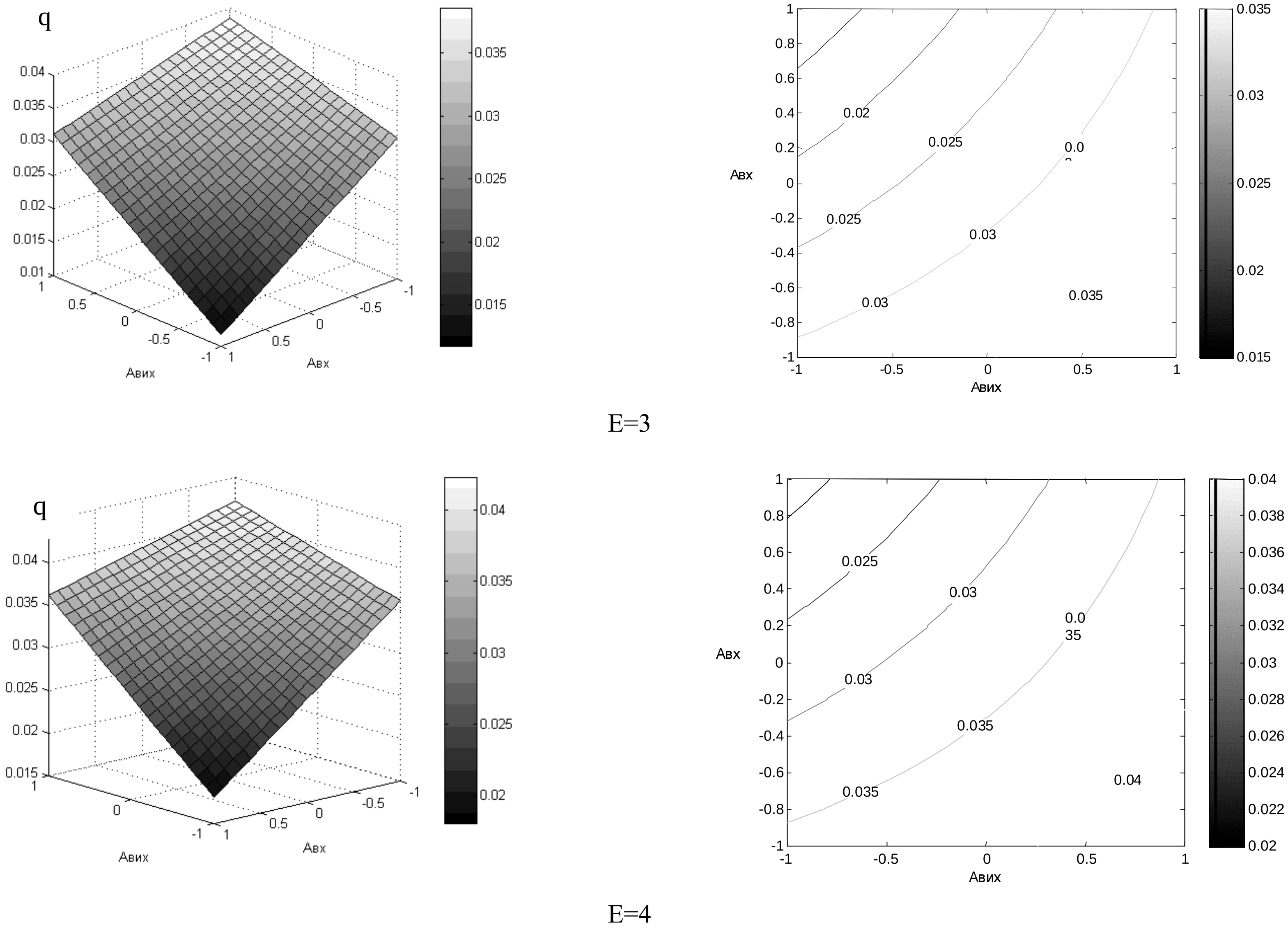


Рис. 6. Залежності імовірності відмови системи від асиметрії вихідних і вхідних параметрів компонентів для чотирьох значень коефіцієнта ексцесу

Як видно із залежностей (рис. 5), комбінація 4 відповідає мінімальним значенням імовірності непрацездатності системи, комбінації 1 та 2 показують середні значення , а у випадку 3 імовірність відмови набуває максимальних значень. Як видно з контурних зображень, залежність імовірності відмови від ексцесу мають нелінійний характер.

Розглянемо залежності імовірності непрацездатності від асиметрії вхідного і вихідного розподілу для чотирьох значень ексцесу (рис. 6).

З отриманих зображень видно, що з зростанням ексцесу зростає імовірність відмови.

На основі проведеного аналізу можна зробити такі висновки:

1. Метод, що базується на роздільному визначенні імовірності розміщення стикувальних параметрів компонентів у зонах перекриття їх розподілів, розділених деякими рівнями, дозволяє отримувати інтервальні оцінки безвідмовності систем. При цьому ширина інтервалів може бути досить великою та може становити десятки процентів від максимального значення.

2. Використання математичних моделей розподілів стикувальних параметрів у вигляді рядів Грама-Шарльє дає змогу враховувати їх реальні відхилення від нормального закону. Нехтування асиметричністю та ексцесом реальних розподілів призводить до значних методичних похибок оцінок працездатності систем, які можуть становити десятки процентів.

3. Метод оцінювання працездатності систем за допомогою подвійного інтегрування сумісної щільності розподілів стикувальних параметрів, описаних наведеними гнучкими моделями, порівняно з іншими є більш обґрунтованим і таким, що забезпечує більшу вірогідність отримуваних даних.

4. Для вказаної вище умови працездатності системи компонентів найбільш прийнятною комбінацією розподілів стикувальних параметрів є така, при якій розподіли вихідних параметрів характеризуються від'ємною асиметричністю, а вхідних параметрів – додатною асиметричністю. Найменш прийнятною є комбінація розподілів вихідних параметрів з додатною асиметричністю, вхідних – з від'ємною асиметричністю. Як показує рис. 4, комбінації розподілів з однаковою асиметричністю характеризуються проміжними значеннями імовірності непрацездатності системи. Треба також відзначити, що в усіх розглянутих випадках спостерігається тенденція зростання імовірності непрацездатності q при збільшенні ексцесу розподілів.

1. Недоступ Л.А., Кіселичник М.Д., Бобало Ю.Я. Основи надійності радіоелектронних пристроїв. Львів: Вид.-во ДУ «Львівська політехніка», 1998. 2. Дружинин Г.В. Надёжность автоматизированных систем. М. Энергия, 1977.3. К. Капур, Л. Ламберсон. Надёжность и проектирование систем. М.: "Мир", 1980 .4. Оксана Лазько, Леонід Недоступ, Юрій Бобало. Моделювання розподілів рядами Грама-Шарльє та їх застосування в технологічних САПР // Радіоелектроніка та телекомунікації. 2000. № 387. С. 59 – 65. 5. Лазько О., Недоступ Л., Бобало Юрій. Оцінка полів розсіювання параметрів радіо-електронних пристроїв при їх квазі-нормальних розподіла. Радіоелектроніка та телекомунікації. 2000 № 399. С. 174 – 181. 6. Острейковский В.А. Многофактоные испытания на надёжность, М. Энергия, 1978. 7. Маслов А.Я. Оптимизация радио-электронной аппаратуры М.: "РиС", 1982. 8. Горелик А.Н., Скрипник В.А. Методы распознавания. М.: Высшая школа, 1989.