

УДК 621.372.542: 376.56

Олександр Тимченко
Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра телекомунікацій

МЕТОД ОБЧИСЛЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ ТРЕТЬОГО ПОРЯДКУ

© Тимченко Олександр, 2001

Розглянуто реалізацію пристрою для обчислення кореляційної функції третього порядку в режимі реального часу.

Is considered realization of the device for calculation of correlation function of the third order in the real time.

Важливим практичним застосуванням цифрової обробки сигналів є знаходження спектра потужності. Сигнал у загальному випадку вважають адитивною сумою гармонічних складових, тому найчастіше досліджуються лише лінійні залежності, що визначають випадковий процес, через відсутність фазових співвідношень між компонентами. Саме тому для дослідження спектра потужності достатньо обчислити автокореляційну функцію сигналу, оскільки інформація цих двох представлень збігається і достатня для статистичного опису гауссового процесу з відомим середнім значенням [1, 2].

Проте у випадках відхилення від гауссовості і присутності нелінійності в системі автокореляційна функція не дає достатньо повного опису спектра [3]. Потрібну інформацію можуть дати кореляційні функції третього і вищих порядків, що дозволяють обчислювати відповідні поліспектри. У цій роботі розглянуто метод отримання автокореляційної функції третього порядку, яку застосовують для обчислення біспектра. Застосування біспектрів дозволяє оцінити відхилення сигналів від гауссовості, оцінювати фазу негауссових сигналів, виявляти і кількісно оцінювати нелінійні властивості систем, оцінювати параметри систем лише за допомогою їх вихідних сигналів.

Звичайно автокореляційну функцію третього порядку (кумулянт третього порядку) визначають так:

$$R_x(\tau_1, \tau_2) = E\{[x(t) - \overline{x(t)}] \cdot [x(t + \tau_1) - \overline{x(t + \tau_1)}] \cdot [x(t + \tau_2) - \overline{x(t + \tau_1)}]\}, \quad (1)$$

де $E\{\cdot\}$ – математичне сподівання. У випадку нульового середнього значення і ергодичності сигналу $x(t)$ із (1) отримуємо

$$R_x(\tau_1, \tau_2) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \cdot x(t + \tau_1) \cdot x(t + \tau_2) dt. \quad (2)$$

Для практичної реалізації обчислення $R_x(\tau_1, \tau_2)$ здійснюється на великій кількості часових вікон тривалістю Θ

$$R_{x_\Theta}(\tau_1, \tau_2) = \frac{1}{\Theta} \int_0^\Theta x(t) \cdot x(t + \tau_1) \cdot x(t + \tau_2) dt. \quad (3)$$

Оцінка значень $R_x(\tau_1, \tau_2)$ у формулі (2) здійснюється шляхом усереднення (3). У дискретному часі (3) має вигляд

$$R_{x_{\Theta}}(m, n) \approx \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} x_k x_{k+m} x_{k+n}, \quad (4)$$

де $m = \overline{0, M-1}, n = \overline{0, M-1}, M$ – довжина кореляційної функції.

Зміна індексів в (4) відповідає тривалості реалізації вхідного сигналу $N = \frac{\Theta}{T}$, де T – період дискретизації. Біспектр з (4) буде визначатись за формулою

$$B_x(\omega_1, \omega_2) = \sum_{m=-M/2}^{M/2} \sum_{n=-M/2}^{M/2} R_{x_{\Theta}}(m, n) \cdot e^{-j(\omega_1 m + \omega_2 n)}. \quad (5)$$

На рис. 1 показана структурна схема пристрою (корелятора) для обчислення послідовності кумулянтів (4). Він містить [4]: M – каскадний регістр RG зсуву, де M – довжина кореляційної функції, групу MPL із M блоків перемноження $1..M$, групи обчислювальних блоків Q (на рис. 1 $M=4$) по i блоків в кожній, де $i = \overline{1, M}$.

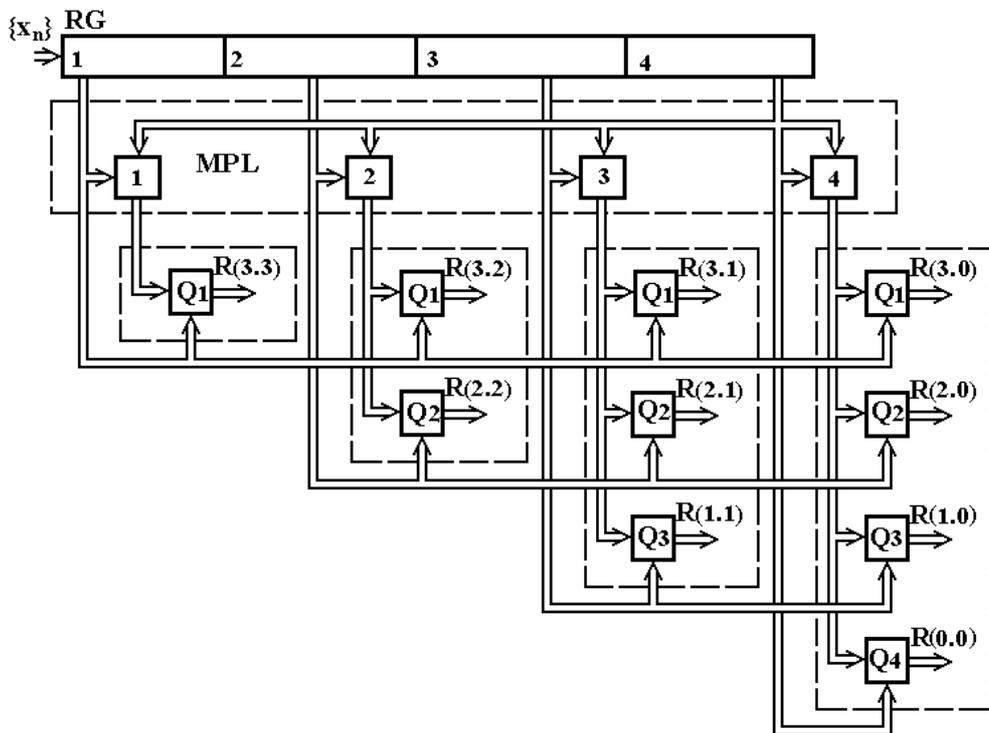


Рис. 1. Структурна схема корелятора

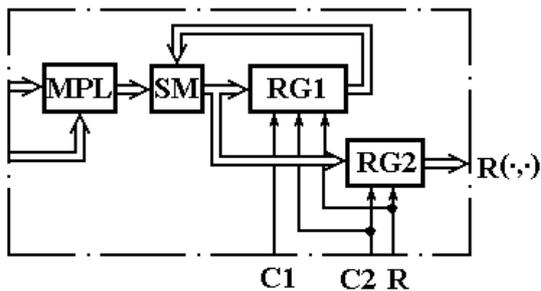


Рис. 2. Структура обчислювального блока Q

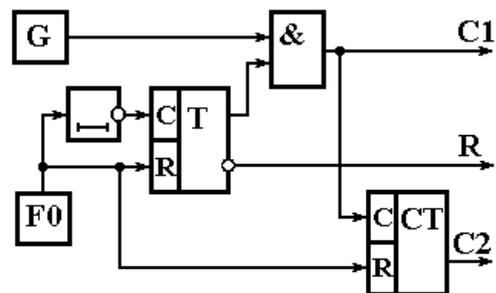


Рис. 3. Структурна схема блока синхронізації

Кожний обчислювальний блок $Q.i$ (рис. 2), містить перемножувач MPL, суматор SM і перший буферний регістр RG1, що утворюють накопичувач, другий буферний регістр RG2 (що є пам'яттю кореляційної функції).

Блок синхронізації (рис. 3) містить формувач F0 початкового встановлення пристрою при ввімкненні напруги живлення, генератор G тактових імпульсів, подільник СТ частоти, тригер Т, елемент І, елемент затримки, вихід R скидання, перший С1 і другий С2 тактові виходи.

На рис. 4 показані вихідні сигнали: а – формувача F0; б – тригера Т; в – тактового генератора G; г – елемента І; д – подільника СТ.

Корелятор обчислює значення (4) так. Для спрощення реалізації використано симетричність (4) відносно індексів m та n .

Після ввімкнення напруги живлення в блоці синхронізації формувач F0 генерує імпульс (рис. 4, а), тривалість якого більша або дорівнює тривалості перехідних процесів в пристрої. Цей імпульс встановлює тригер Т і подільник СТ в нульовий стан. Імпульс (рис. 4, б) з виходу тригера встановлює всі виходи регістру RG затримки і всі виходи буферних регістрів RG1 і RG2 арифметичних блоків Q в нульовий стан (кола скидання і синхронізації на рис. 1 не показані).

Після закінчення імпульсу (рис. 4, а) формувача F0 тригер Т через певний час затримки t_3 , встановлюється в одиничний стан і сигнал з його прямого виходу дозволяє проходження імпульсів генератора G (рис. 4, в) на перший тактовий вихід С1 блока синхронізації (рис. 4, г).

Частота повторення імпульсів генератора G відповідає частоті дискретизації вхідного сигналу T^{-1} , а час $t_3 < T$. Одночасно імпульси з виходу елемента І надходять на вхід подільника СТ, обсяг якого N і період дискретизації T визначають інтервал реалізації $\Theta = NT$, за який обчислюється значення кореляційної функції і в кінці якого на другому тактовому виході С2 блока синхронізації формується імпульс (рис. 4, д), що сигналізує про закінчення інтервалу реалізації.

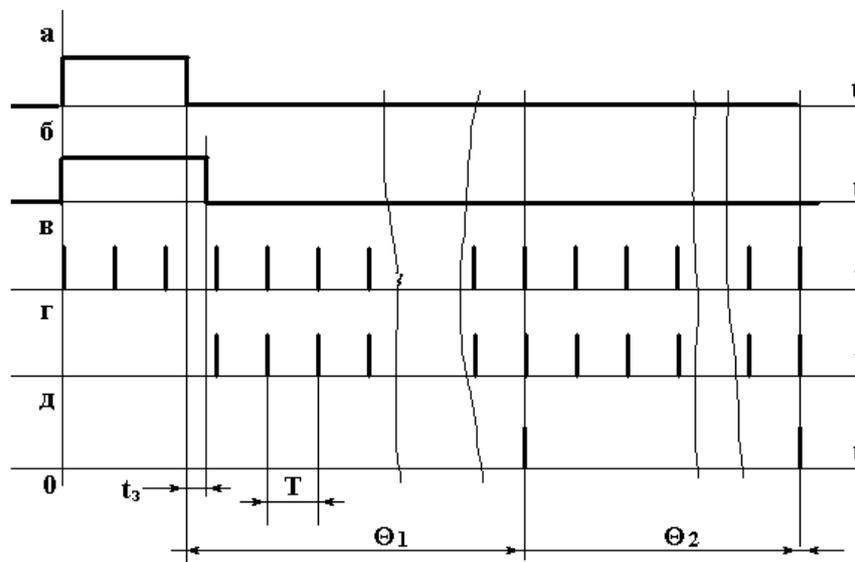


Рис. 4. Часові залежності основних сигналів

За імпульсами (рис. 4, г) з першого тактового виходу С1 відліки вхідного сигналу $\{x_n\}$, $n > 0$ записуються і зсуваються в регістрі зсуву RG. У $(n+M)$ -му інтервалі дискретизації, $n > 0$ на входи i -го перемножувача $MPL.i$, $i = \overline{1, M}$ надходять значення сигналів x_n з M -го виходу та x_{n+M-i} з i -го виходу регістру RG зсуву відповідно, формуючи на виході перемножувача $MPL.i$ послідовність значень $\{x_n x_{n+M-i}\}$, $n > 0$.

На перші інформаційні входи блоків $Q.i$, $i = \overline{1, M}$ надходять відліки $\{x_{n+M-i}\}$ вхідного сигналу з i -го виходу регістру RG зсуву. На другі інформаційні входи цих блоків надходять значення добутоків $\{x_n x_n\}$ з виходу M -го блока перемноження MPL.M. Аналогічно, на другі інформаційні входи блоків $Q.j$ надходять значення добутоків $\{x_n x_{n+M-1}\}$, $\{x_n x_{n+M-2}\}$, $\{x_n x_{n+M-3}\}$ тощо відповідно з виходу j -го блока перемноження MPL.j.

В блоках $Q.i$ із значень $\{x_{n+M-i}\}$ та $\{x_n x_{n+M-j}\}$ перемножувачем MPL формується послідовність добутоків $\{x_n x_{n+M-i} x_{n+M-j}\}$, що надходять на перший вхід суматора SM. На його другий вхід з виходу першого регістру RG1 надходить значення сигналу суматора SM в попередньому $(n+M-2)$ -му періоді дискретизації вхідного сигналу. З врахуванням нульових початкових значень регістру RG зсуву та буферного регістру RG2 в $(n+M-1)$ -му періоді дискретизації накопичене значення дорівнює

$$R_{(M-i, M-j)} = \sum_{m=0}^n x_m x_{m+M-i} x_{m+M-j} \cdot$$

Це значення за імпульсами (рис. 4, г) на першому тактовому вході С1 блоків $Q.i$ записується в регістр RG1. У кінці інтервалу реалізації Θ за імпульсом С2 (рис. 4, д) значення сигналу з виходу суматора SM записується в другий буферний регістр RG2, а перший буферний регістр RG1 скидається в нульовий стан. Тому на виходах $R(i, j)$, $i = \overline{0, M-1}$, $j < i$ блоків $Q.i$ формується значення сигналу

$$R(i, j) = \sum_{m=0}^{N+M-1} x_m x_{m+i} x_{m+j},$$

що з точністю до постійного множника відповідає кумулянту третього порядку. Індeksi (i, j) відповідають зсувам кореляційної функції $R(i, j)$ і проілюстровані на рис. 1 для $M=4$. Значення сигналу $R(i, j)$ на виходах $R(i, j)$ зберігається протягом наступного інтервалу реалізації Θ_2 (рис. 2), $\Theta_2 = \Theta_1$, а робота пристрою повторюється аналогічно.

Період частоти дискретизації T в цьому пристрої обмежений часом виконання операцій множення t_{mpl} в групі блоків перемноження MPL.i, $i = \overline{0, M-1}$, перемножувача MPL та операції підсумовування t_{sm} суматором SM в блоці Q. Він може бути визначений з виразу

$$T > 2 t_{mpl} + t_{sm}.$$

Це значення можна зменшити при відповідній буферизації блоків MPL.k, $k = \overline{1, M}$ за допомогою буферних регістрів до

$$T_{\min} = \max(t_{mpl}, t_{sm}).$$

Отже, в пристрої обчислюється послідовність кумулянтів третього порядку в режимі реального часу. Розглянутий пристрій застосовується для дослідження імпульсних характеристик каналів передачі даних з шумом.

1. Марпл.-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения / Пер. с англ. – М.: Мир, 1990. – 584с., ил. 2. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных: Пер. с англ. – М.: Мир, 1989. – 540с., ил. 3. Ломанн Р.В., Вирнитцер Б. Корреляционная функция третьего порядка // ТИИЭР. – Т.72. – 1984, №7. – С.158-173. 4. Патент України по заявці №2000010313, МПК ⁶ G06F17/15. Корелятор / Войтович А.М., Гудима О.Я., Дурняк Б.В., Никифорок Б.В., Тимченко О.В. (Україна). Рішення від 20.06.2000 р.