

апроксимації густини узагальненого гауссівського розподілу сумішшю густин нормального розподілу, параметри яких знайдені на основі інформативних критеріїв, інтервал, на якому аналітичний вираз для цієї залежності є точним. Теоретичні результати перевірені з використанням комп'ютерного моделювання.

1. T. Berger. *Rate distortion Theory: A Mathematical Background for Data Compression*. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1971. 2. G. Davis and Aria Nosratinia, "Wavelet-Based Image Coding: An Overview", *Applied and Computational Control, Signals, and Circuits*. Vol. 1. No. 1. Spring 1998. (Доступна в електронному варіанті: <http://www.utdallas.edu/~aria/papers/dn383.ps.gz>). 3. S. Mallat, "A theory for multiresolution signal decomposition: The wavelet representation", *IEEE Trans. Patt. Anal. Mach. Intel.* Vol. 11. No. 7. P. 674 – 693. 1989. 4. S.D. Servetto, K. Ramchandran, and M.T. Orchard, "Image Coding Based on a Morphological Representation of Wavelet Data", *IEEE Transactions on Image Processing*. Vol. 8. No. 9. P. 1161 – 1174. 1999. 5. E. P. Simoncelli and R. W. Buccigrossi. *Image Compression via Joint Statistical Characterization in the Wavelet Domain*. GRASP Laboratory Technical Report #414, University of Pennsylvania. Oct 1998. (Доступна в електронному варіанті: <ftp://ftp.cis.upenn.edu/pub/eero/buccigrossi97.ps.gz>). 6. R. Wilson. *Multiresolution Gaussian Mixture Models: Theory and Applications* (Доступна в електронному варіанті: <http://www.dcs.warwick.ac.uk/pub/reports/rr/371.html>). 7. Витерби А.Д., Омура Дж.К. *Принципи цифрової зв'язи і кодування: Пер. з англ. / Под ред. К.Ш. Зигангірова*. – М.: Радио і зв'язь, 1982. – 536., ил.-(Стат. теорія зв'язи; Вып. 18). 8. Коваль О, Русин Б.. *Вибір вейвлету та аналіз впливу степені регулярності біортогональних фільтрів, побудованих на основі теорії полюсів для стиску зображень* // *Праці П'ятої Всеукраїнської міжнародної конференції "УкрОБРАЗ -2000"*. Київ, 2000. – С. 205 – 208.

УДК 621.317.357

Роман Проць, Костянтин Семенистий

Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра радіоелектронних пристроїв та систем

ПІДВИЩЕННЯ ТОЧНОСТІ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ СКЛАДОВИХ ДВОКОМПОНЕНТНИХ ЕКСПОНЕНЦІЙНИХ ПРОЦЕСІВ

© Проць Роман, Семенистий Костянтин, 2001

У статті розглянута методика підвищення точності та роздільної здатності аналізу двоконденентних загасаючих процесів за рахунок оптимального вибору інтервалу дискретизації досліджуваного процесу.

Method of rising up an accuracy and resolution of the two-components decaying processes analysis achieved due to optimal choosing of sampling given in this paper.

Задача визначення сталих часу та початкових значень експоненційних складових складних загасаючих перехідних процесів часто постає у практиці фізичного експерименту [1, 2]. При цьому перехідний процес $s(t)$ можна подати у вигляді

$$s(t) = A \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) + B \exp\left(-\frac{t}{T_2}\right), \quad (1)$$

де A і B – початкові значення, а T_1 і T_2 – сталі часу експоненційних складових.

У [3] запропоновано загальний метод визначення параметрів складових перехідного процесу для їх довільного числа, а в [4] розглянуто питання підвищення роздільної здатності визначення параметрів складових двокомпонентного перехідного процесу вигляду (1) шляхом оптимального вибору моментів відліку миттєвих значень C_i перехідного процесу $s(t)$.

Для визначення вказаних чотирьох параметрів (A , B , T_1 і T_2) необхідно розв'язати систему з чотирьох рівнянь, маючи чотири відліки C_0 , C_1 , C_2 і C_3 на кривій перехідного процесу $s(t)$, взяті через рівновіддалені проміжки часу Δt

$$\begin{cases} A + B = C_0 & (\text{для } t = 0), \\ A x + B y = C_1 & (\text{для } t = \Delta t), \\ A x^2 + B y^2 = C_2 & (\text{для } t = 2\Delta t), \\ A x^3 + B y^3 = C_3 & (\text{для } t = 3\Delta t), \end{cases} \quad (2)$$

де позначено $x = \exp(-\frac{\Delta t}{T_1})$ і $y = \exp(-\frac{\Delta t}{T_2})$.

Методом підставлення із записаної системи рівнянь (2) отримуємо

$$A = \frac{C_1 - C_0 y}{x - y}; \quad B = \frac{C_0 x - C_1}{x - y}; \quad y = \frac{C_2 - C_1 x}{C_1 - C_0 x}. \quad (3)$$

Підставляючи ці значення у третє та четверте рівняння системи (2), приходимо до квадратного рівняння, коефіцієнти якого визначаються числовими значеннями відліків C_i , а саме

$$\begin{vmatrix} C_1 & C_2 \\ C_0 & C_1 \end{vmatrix} x^2 + \begin{vmatrix} C_0 & C_1 \\ C_2 & C_3 \end{vmatrix} x + \begin{vmatrix} C_2 & C_3 \\ C_1 & C_2 \end{vmatrix} = 0. \quad (4)$$

Корені рівняння (4) дозволяють визначити сталі часу T_1 і T_2 експоненційних складових як $T_1 = -\frac{\Delta t}{\ln x}$ і $T_2 = -\frac{\Delta t}{\ln y}$.

За обчисленими значеннями x і y з рівнянь (3) визначаються початкові значення A та B експонент. Знаходження параметрів компонент перехідного процесу за даними чотирьох відліків C_i зручно оформити у вигляді програми розрахунку на ЕОМ, що значно прискорює та полегшує аналіз перехідного процесу. Приклад такої програми мовою PASCAL наведений наприкінці статті.

У роботі [4] показано, що мінімізація методичних похибок визначення параметрів компонент досягається вибором оптимального значення інтервалу дискретизації $\Delta t_{\text{опт}}$, для якого забезпечується максимальне значення різниці $\delta = (x - y)$ і, як наслідок, максимальна точність та роздільна здатність аналізу, тобто здатність розрізняти експоненційні компоненти перехідного процесу з близькими значеннями параметрів. При цьому розглянуто випадок, коли $T_1 \geq T_2$ (для $A \geq B$).

Розглянемо протилежний випадок, коли $T_1 \leq T_2$ (для $A \geq B$), який на практиці теж доволі часто трапляється.

Позначивши відношення $\frac{T_2}{T_1} = \beta$, ($\beta \geq 1$), визначимо залежність різниці δ від співвідношення

$\frac{\Delta t}{T_1}$ для різних значень β . Оскільки $x = \exp(-\frac{\Delta t}{T_1})$, то $y = \exp(-\frac{\Delta t T_1}{T_2 T_1}) = x^{\frac{1}{\beta}}$ і тому досліджувана різниця матиме вигляд

$$\delta = (x - x^{\frac{1}{\beta}}). \quad (5)$$

Графіки залежності δ від $\frac{\Delta t}{T_1}$ для різних значень β зображені на рис. 1. Як видно з наведених графіків, для $2 \leq \beta \leq 15$ максимальне значення різниці δ досягається при відношенні $1,5 \leq \frac{\Delta t}{T_1} \leq 3$, тобто в досить вузькому діапазоні зміни значень $\frac{\Delta t}{T_1}$.

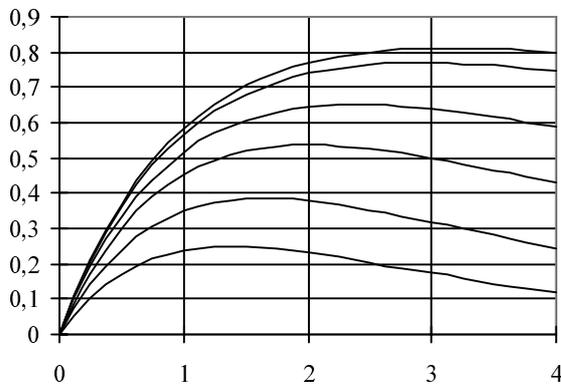


Рис. 1. Графіки залежності різниці $\delta = (x - y)$ від співвідношення $\frac{\Delta t}{T_1}$

Отже, максимальне значення залежності (5) визначається лише співвідношенням сталих часу T_1 та T_2 і його можна визначити з рівняння

$$\frac{d\delta}{dx} = 1 - \frac{1}{\beta} x^{\frac{1-\beta}{\beta}} = 0.$$

Звідси отримуємо

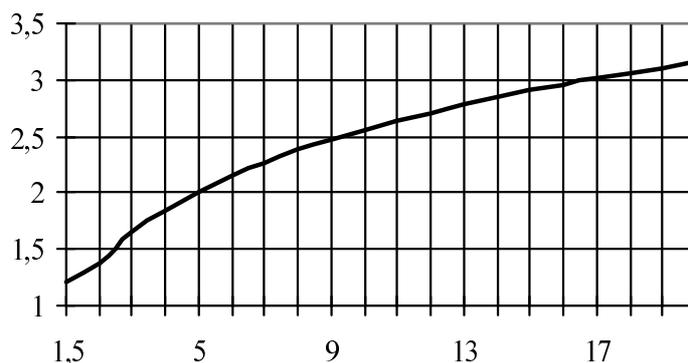
$$\frac{\Delta t_{opt}}{T_1} = \frac{\beta}{\beta - 1} \ln \beta \quad \text{або} \quad \Delta t_{opt} = \frac{T_1 T_2}{T_2 - T_1} \ln \frac{T_2}{T_1}. \quad (6)$$

Графік залежності значення $\frac{\Delta t_{opt}}{T_1}$ від β , за яким можна визначити оптимальне значення інтервалу дискретизації Δt_{opt} для апріорно відомих (хоча б наближено) сталих часу T_1 та T_2 , показаний на рис. 2.

Методика визначення параметрів складових перехідного процесу $s(t)$ аналогічна описаній в [4].

Вибравши довільне значення Δt , беруть чотири відліки C_i на кривій перехідного процесу, оперуючи якими за наведеною програмою розрахунку визначають перше наближення шуканих параметрів A , B , T_1 і T_2 . Знаючи наближені значення T_1 та T_2 , визначають їх відношення β і за графіком рис. 2 – значення Δt_{opt} , при якому різниця δ досягає максимального значення.

Рис. 2. Графік для вибору оптимального значення інтервалу дискретизації Δt_{opt} .



Після цього беруть нові відліки C_i кривої перехідного процесу $s(t)$ за новим, оптимальним значенням інтервалу дискретизації Δt_{opt} , та повторно за програмою розрахунку визначають уточнені значення параметрів компонент. Друге наближення шуканих параметрів буде ближчим до їх істинних значень.

Крім того, точність визначення параметрів компонент залежить від відносних похибок відліків миттєвих значень C_i . Аналітичні вирази для відносних похибок параметрів компонент при цьому надзвичайно громіздкі і непридатні для практичного використання.

Тому нами проведені експериментальні дослідження точності визначення вказаних параметрів методом математичного моделювання. Встановлено, що для забезпечення точності обчислення параметрів складових 0,1 – 0,2 % (для відношення сталих часу $\beta \geq 2$) похибка вимірювання експериментальних даних C_i не повинна перевищувати 0,01 – 0,05 %.

Програма визначення А, В, Т₁, Т₂

```

program pr;
uses crt;
var x,y,e,d,m,a,b,t1,t2,c0,c1,c2,c3,t,k,l:real;
begin
clrscr;
write ('c0='); readln (c0);
write ('c1='); readln (c1);
write ('c2='); readln (c2);
write ('c3='); readln (c3);
k:=sqr(c1)-(c0*c2);
l:=(c1*c2)+(c0*c3);
m:=sqr(c2)-(c1*c3);
write ('delta t='); readln (t);
d:=sqrt(abs(sqr(1)-4*k*m));
x:=(-1+d)/(2*k);
y:=(-1-d)/(2*k);
t1:=-t/ln(abs(x));
t2:=-t/ln(abs(y));
a:=(c1-(c0*y))/(x-y); b:=c0-a
writeln('a=',a:3:8);
writeln('b=',b:3:8);
writeln('t1=',t1:3:8);
writeln('t2=',t2:3:8);
end.
```

1. Цёма М. Измерение и обработка параметров монотонно затухающих сигналов. – К., 1988. 2. Жук А.В., Мизюк Л.Я. О способах интерпретации переходных характеристик при идентификации рудных аномалий // Геофизическая аппаратура, 1984. Вып. 80. С. 28 – 37. 3. Проць Р., Рицар Б., Семенистий К. Визначення параметрів компонент складних експоненційних процесів // Вісн. НУ “Львівська політехніка”. 2000. № 39. С. 17 – 20. 4. Рицар Б.Є., Семенистий К.С. Підвищення роздільної здатності аналізу складних загасаючих процесів // Вісн. Львів. політехн. ін-ту. 1991. № 254. С. 71 – 74.