

(мультиплікатори – власні числа нормованої при $t = 0$ і визначеної в момент часу $t = T_H$ фундаментальної матриці розв'язків рівнянь руху системи з амплітудною модуляцією; для стійкості такої системи необхідно й достатньо, щоб усі мультиплікатори розміщувалися всередині одиничного круга $|\rho| < 1$); $|\Delta\rho_{\max}|$ – відповідаючий ΔK приріст цього модуля; $\rho^* = \min\{\rho_{\max}(K), \rho_{\max}(K+\Delta K)\}$.

При $\rho_{\max} \leq 0,95$ пошуковий крок залишається незмінним, якщо

$$0,01 \leq \frac{|\Delta\rho_{\max}|}{\rho^*} \leq 0,05, \quad (7)$$

збільшуючись у два рази при $|\Delta\rho_{\max}|/\rho^* < 0,01$ та зменшуючись вдвічі при $|\Delta\rho_{\max}|/\rho^* > 0,05$ порівняно з попереднім значенням ΔK .

При $\rho_{\max} > 0,95$ запобігання проскакування критичної точки досягається з високим ступенем надійності, якщо пошуковий крок ΔK задовольняє нерівність

$$0,001 \leq \frac{|\Delta\rho_{\max}|}{\rho^*} \leq 0,005, \quad (8)$$

відповідно збільшуючись або зменшуючись у два рази в протилежному випадку.

1. Гостев В.И. Области устойчивости и неустойчивости периодической колебательной системы второго порядка // Изв. вузов СССР. Электромеханика. 1980. № 5. 2. Дутчак Б.И., Мочульский Ю.С., Сеницкий Л.А.. О выборе порядка метода численного интегрирования при расчете электрических цепей // Теоретическая электротехника. 1977. Вып. 23. 3. Капустий Б.Е. Численная методика исследования систем на несущей и параметрический синтез типовых устройств этого класса. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М.: Изд-во МВТУ, 1983. 4. Чуа Л., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем. М.: Энергия, 1980.

УДК 621.319.837

Михайло Кобасяр, Богдан Русин

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

ДЕТЕКТУВАННЯ КРИВИХ З БІНАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ПЕРЕТВОРЕННЯ РАДОНА

© Кобасяр Михайло, Русин Богдан, 2001

Розроблено алгоритм для виявлення кривих з бінарних зображень. Підхід базується на використанні перетворення Радона. Досліджено характеристики алгоритму для точного та ефективного виявлення кривих.

It was developed algorithm for the purpose of curve detection from a binary image. This technique is based on the Radon transform. The performances of algorithm for obtaining accurate and efficient curve detection was investigated.

Вступ. Виділення і розпізнавання об'єктів має важливе значення під час аналізу зображень. Для пошуку об'єктів використовують методи сегментації. Одним із таких методів є виділення країв [2].

Бінарне зображення, отримане виділенням країв, містить множину пікселів границь об'єктів. Наступним завданням є отримання лінійних сегментів, які необхідні для розпізнавання шуканих структур. Виявлення непохідних лінійних сегментів є першим рівнем примітивного символічного представлення зображення. Непохідні лінійні сегменти є прямолінійними відрізками вздовж границь областей вхідного багатоградаційного зображення.

Для визначення кількості кривих та їх параметрів використано метод виявлення піків в області параметрів або в радонівській області (РО), яка отримується за допомогою перетворення Радона [1]. Згідно із цим методом відносні максимуми у РО відповідають кривим на зображенні.

Перетворення Радона для лінії. Проекції зображення $f(x, y)$ як кута θ – це одновимірні функції сумарної інтенсивності вздовж радіальної прямої. Ця операція називається перетворенням Радона (ПР) [3, 4]. Для бінарного зображення ПР є загальною довжиною перетинів країв його і радіальної прямої. Одну із форм ПР можна записати так [3]:

$$\check{g}(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) \delta(\rho - x \cos \theta - y \sin \theta) dx dy. \quad (1)$$

Іншою формою запису є

$$\check{g}(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(\rho \cos \theta - s \cdot \sin \theta, \rho \sin \theta + s \cdot \cos \theta) ds, \quad (2)$$

де ρ - найкоротша відстань від центра системи координат до лінії; θ - кут, який відповідає кутовій координаті лінії; s - вісь, що відповідає кутовій орієнтації лінії; $x = \rho \cos \theta - s \sin \theta$, $y = \rho \sin \theta + s \sin \theta$ - координати лінії у декартовій системі координат. Значення нормальних параметрів лінії показано на рис. 1.

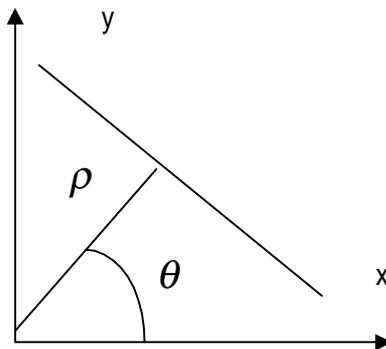


Рис. 1. Параметри ρ і θ , використані для визначення позиції лінії

Моделювання лінії з певними параметрами (ρ^*, θ^*) з дельта-функцією дає

$$g(x, y) = \delta(\rho^* - x \cos \theta^* - y \sin \theta^*) \Rightarrow \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \check{g}(\rho, \theta) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\rho^* - (\rho \cos \theta - s \cdot \sin \theta) \cos \theta^* - (\rho \sin \theta + s \cdot \cos \theta) \sin \theta^*) ds = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\rho^* - \rho \cos(\theta - \theta^*) + s \cdot \sin(\theta - \theta^*)) ds = \end{aligned}$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|\sin(\theta - \theta^*)|} \delta\left(\frac{\rho^* - \rho \cos(\theta - \theta^*)}{\sin(\theta - \theta^*)} + s\right) ds.$$

Якщо $\sin(\theta - \theta^*) \neq 0$, тоді

$$\check{g}(\rho, \theta) = \frac{1}{|\sin(\theta - \theta^*)|}. \quad (4)$$

Якщо $\sin(\theta - \theta^*) = 0$ (тобто $\theta = \theta^*$), тоді

$$\check{g}(\rho, \theta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(\rho^* - \rho) ds = \begin{cases} 0, \rho^* \neq \rho \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(0) ds, \rho^* = \rho \end{cases} \quad (5)$$

Отже, пік формується при $\rho^* = \rho$ і $\theta^* = \theta$. Приклад такого перетворення показаний на рис. 2.

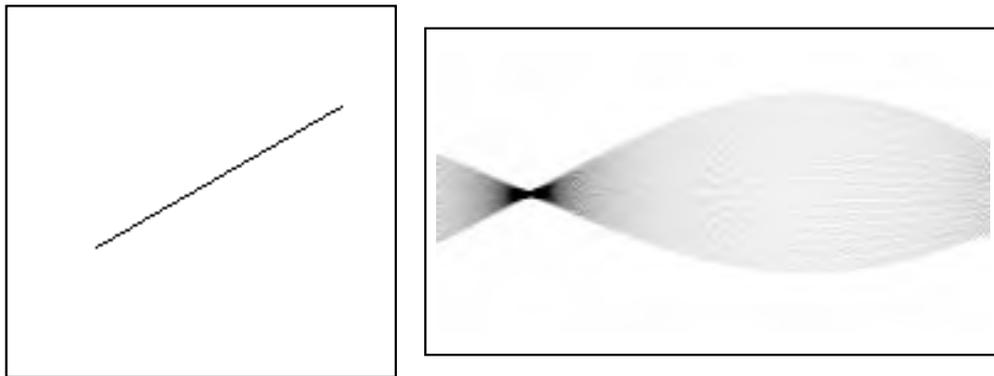


Рис. 2. Пряма та відповідне перетворення Радона.
Пік в області параметрів відповідає параметрам прямої

Отже, стосовно виділення лінійних сегментів важливими є такі властивості ПР:

- відображення координат пікселів із прямокутної у полярну систему координат і заміна комплексного пошуку топологічно пов'язаних кластерів пікселів пошуком відносних максимумів у РО;
- кожний піксел у РО асоціюється із єдиною лінією дійсного зображення.

Виявлення піків у радонівській області. Бінарне зображення сегментується на множини з'єднаних пікселів, використовуючи схему восьми сусідів, щоб визначити сегменти з'єднаних пікселів. ПР застосовується окремо до кожної з цих множин. Приклад множини з'єднаних пікселів показаний на рис. 3.

Виявлення піків у РО використовується для визначення кількості кривих та їх параметрів. Згідно із цим підходом відносні максимуми у РО відповідають кривим на зображенні (рис. 2, 4).

Одночасне виявлення піків у РО поточної множини з'єднаних пікселів розв'язується за допомогою виявлення кластерів. РО поділяється на групи, де кожна група представляє можливі параметри для окремої кривої у області зображення. Центр кожної групи відповідає параметрам кривої.

Звичайно, деякі групи у РО не відповідають жодній кривій на зображенні, особливо за наявності шуму у зображенні або при помилковому виявленні країв. Тому проводиться оцінка порогу для розділення шумової і корисної складових у РО. Отримані групи можна кластеризувати, використовуючи числові методи кластеризації. У запропонованому підході використано метод Isodata [5].

Висновки. Реалізований підхід дає змогу достатньо ефективно і точно визначити у бінарному зображенні кількість кривих та їх параметри. Розбиття бінарного зображення на

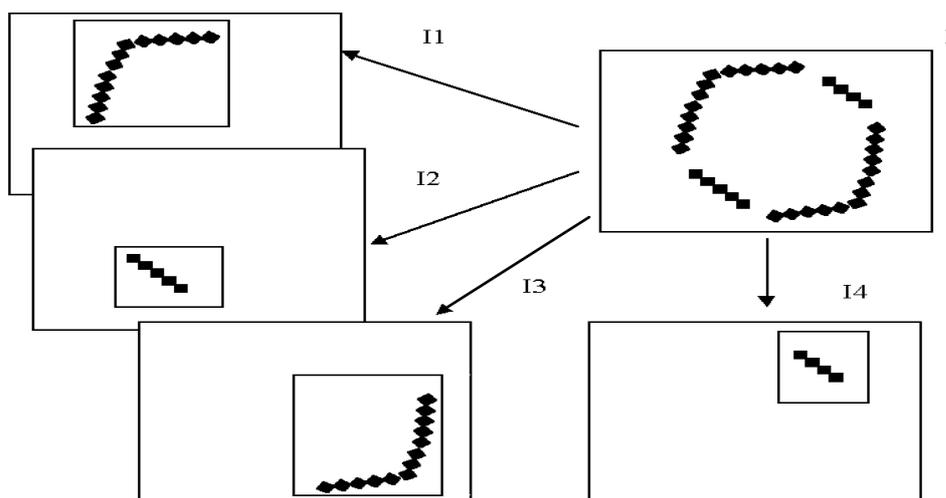


Рис. 3. Приклад сегментації бінарного зображення

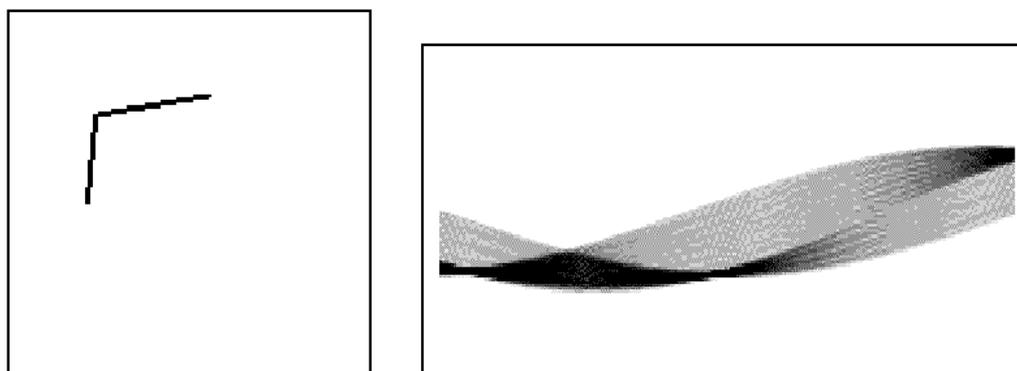


Рис. 4. Область I_1 та відповідне перетворення Радона. Відносні максимуми відповідають сегментам ліній бінарного зображення

множини з'єднаних пікселів і застосування перетворення Радона до кожної множини, зокрема, дозволяє зменшити взаємний вплив кривих при виявленні сегментів. Проведені дослідження показали, що розділення колінеарних лінійних сегментів у РО є неможливе через їх збіг. Тому виявлення лінійних сегментів на основі запропонованого підходу вимагає додаткової оцінки параметрів кривих.

1. Беляев В. П., Кобасяр М. І., Русин Б. П. Використання властивостей симетрії схеми зйому під час реконструкції зображень за їх проєкціями // Відбір і обробка інформації. – 1999. – С. 143–148. 2. Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. - М.: Мир, 1976. 3. Намтерер Ф. Математические аспекты компьютерной томографии. - М.: Мир, 1990. 4. Hansen K. V., Toft P. A.: Fast curve estimation using preconditioned generalized Radon transform, *IEEE Trans. Image Processing*. Vol. 5. No. 12. 1996. P. 1651-1661. 5. Ту Дж., Гонсалес Р. Принципы распознавания образов. - М.: Мир, 1978.