

ТЕОРІЯ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ КІЛ ТА СИГНАЛІВ

УДК 62-501.14

Борис Капустій, Олег Надобко, Олег Крук
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

ОСОБЛИВОСТІ ЧИСЛОВОГО АНАЛІЗУ СИСТЕМ З АМПЛІТУДНОЮ МОДУЛЯЦІЄЮ В ЧАСОВІЙ ОБЛАСТІ

© Капустій Борис, Надобко Олег, Крук Олег, 2001

Розроблено алгоритм для пошуку критичного підсилення систем з амплітудною модуляцією. На основі порівняльного аналізу запропоновано метод, найбільш придатний для числового аналізу цих систем у часовій області.

The algorithm for finding the critical amplification of the AM-systems is developed. On the basis of comparative analysis we propose the method, which is the most relevant for numerical analysis of these systems in time domain.

Аналіз систем з амплітудною модуляцією в часовій області передбачає числове інтегрування їх рівнянь руху на інтервалі, який дорівнює періоду несучої частоти T_H [3]. При виборі порядку методу числового інтегрування доцільно керуватися такими міркуваннями: для кроку, який забезпечує задовільне відтворення перехідного процесу за значеннями в дискретних точках, вибирається мінімально можливий порядок, який забезпечує задану точність. У випадку, коли не потрібна надто висока точність і допускається похибка в 1 – 3 %, порядок числового методу не повинен перевищувати двох [2]. Намагання вибрати мінімальний порядок числового методу диктується тим, що лише методи першого та другого порядків можуть бути А-стійкими. Особливо ефективними в цьому відношенні вважаються неявні числові методи – Ейлера, трапецій, Шичмена тощо [4].

Точність обчислювального процесу можна забезпечувати різними способами. Одним із них є інтегрування на інтервалі T з постійним кроком, яке передбачає порівняння остаточних результатів $X_T^{(h)}$ та $X_T^{(h/2)}$, отриманих при розрахунках з повним і половинним кроками. Якщо $|X_T^{(h)} - X_T^{(h/2)}| < \varepsilon_1$ або $|X_T^{(h)} - X_T^{(h/2)}| / |X_T^{(h/2)}| < \varepsilon_2$, де ε_1 і ε_2 – задані абсолютна та відносна похибки розрахунку, то за остаточний результат приймається $X_T^{(h/2)}$. Якщо ж $|X_T^{(h)} - X_T^{(h/2)}| \geq \varepsilon_1$ або $|X_T^{(h)} - X_T^{(h/2)}| / |X_T^{(h/2)}| \geq \varepsilon_2$, то отриманий результат відкидається й інтегрування треба повторити, приймаючи крок $h/2$ за повний, а крок $h/4$ – за половинний.

Порівнюємо похибки розрахунку систем з амплітудною модуляцією при застосуванні неявного методу Ейлера, методу трапецій та методу Шичмена. Таке порівняння зручно здійснити для найпростішої системи з модуляцією (рис. 1), характер перехідного процесу в якій відомий.

У режимі вільних коливань ($X_{BX} = 0$) рівняння руху розглядуваної системи має вигляд

$$\frac{dX}{dt} + \frac{2 + K(1 - \cos 2\omega_H t)}{2T_\phi} X = 0. \quad (1)$$

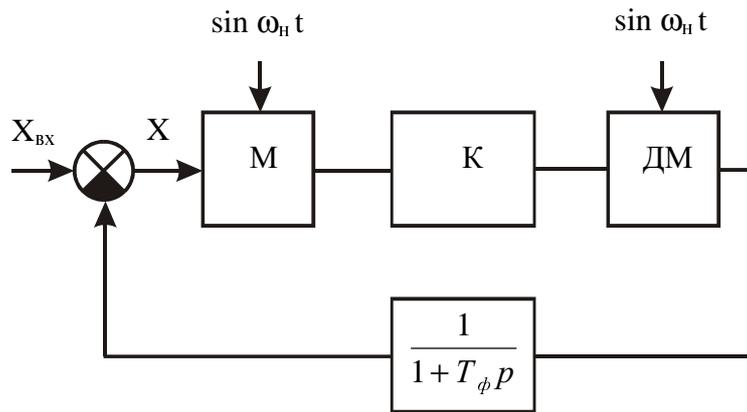


Рис. 1. Структурна схема системи з модуляцією

Вільна складова перехідного процесу визначається за формулою

$$X = X_0 e^{-\frac{1}{2T_\phi} \left[(2+K)t - \frac{K}{2\omega_H} \sin 2\omega_H t \right]} \quad (2)$$

Прийемо $X_0 = 1$ та 0 введемо безрозмірний час $\vartheta = \frac{\omega_H}{\pi} t$.

Застосовуючи до (1) неявний метод Ейлера, отримаємо різницеве рівняння

$$X_{n+1} = \left\{ 1 + \frac{\pi h}{2\omega_H T_\phi} \{ 2 + K \{ 1 - \cos[2\pi(n+1)h] \} \} \right\}^{-1} X_n \quad (3)$$

Використовуючи для числового інтегрування (1) метод трапецій та метод Шичмена, відповідно отримаємо

$$X_{n+1} = \frac{1 - \frac{\pi h}{4\omega_H T_\phi} [2 + K(1 - \cos 2\pi n h)]}{1 + \frac{\pi h}{4\omega_H T_\phi} \{ 2 + K \{ 1 - \cos[2\pi(n+1)h] \} \}} X_n \quad (4)$$

$$X_{n+1} = \left\{ 1 + \frac{\pi h}{3\omega_H T_\phi} \{ 2 + K \{ 1 - \cos[2\pi(n+1)h] \} \} \right\}^{-1} \cdot \frac{4X_n - X_{n-1}}{3} \quad (5)$$

У рівняннях (3) – (5) можна прийняти $X_0 = 1$, а значення X_1 у рівнянні (5) можна визначити за допомогою рівняння (3) або (4).

Будемо вважати, що $h = 1/N$, де N – кількість поділів нормованого інтервалу інтегрування.

Тоді для перших двох методів $X(T_H) = \prod_{n=1}^N X_n$, а для третього – $X(T_H) = \prod_{n=2}^N X_n$.

З іншого боку, прийнявши у (2) $t = T_H$, отримаємо точне значення

$$X^*(T_H) = e^{-\frac{\pi(2+K)}{\omega_H T_\phi}} \quad (6)$$

Залежність відносної похибки $\varepsilon = |X^*(T_H) - X(T_H)| / X^*(T_H)$ від кроку при інтегруванні з використанням розглянутих методів ілюструє рис.2.

Порівняльний аналіз результатів свідчить:

1. Метод трапецій забезпечує задовільну точність розрахунку ($\varepsilon \sim 1-3\%$) при $h = T_H / (30 - 50)$. Такий ступінь дискретизації достатній для графічного відтворення переходного процесу.

2. При рівності кроків інтегрування та потрібній дискретизації розрахунку похибка методу Шичмена в 4 – 5 разів перевищує похибку методу трапецій.

3. Для досягнення заданої точності метод Шичмена вимагає вдвічі меншого кроку інтегрування, ніж метод трапецій.

4. При рівності кроків інтегрування похибка неявного методу Ейлера значно перевищує похибку методу трапецій.

Розподіл відносної похибки $\varepsilon = |X^*(n/N) - X(n/N)| / X^*(n/N)$ всередині інтервалу при інтегруванні з використанням методу трапецій ілюструє рис. 3. При заданому N коливальний характер похибки супроводжується збільшенням розмаху коливань у міру зростання n. Максимальне значення похибки досягається в кінцевій точці інтервалу при $t = T_H$.

Внаслідок проведеного порівняння похибок числових методів перевагу потрібно надати методу трапецій.

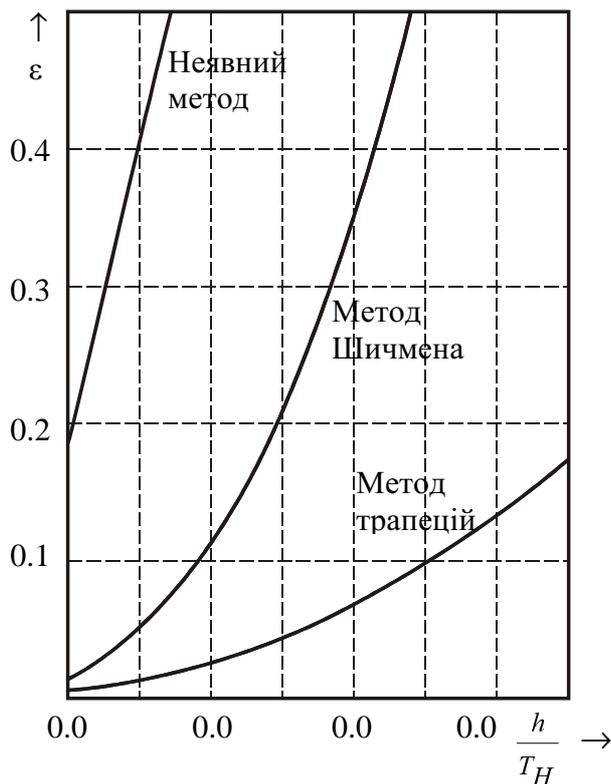


Рис. 2. Залежність відносної похибки від кроку для різних методів інтегрування

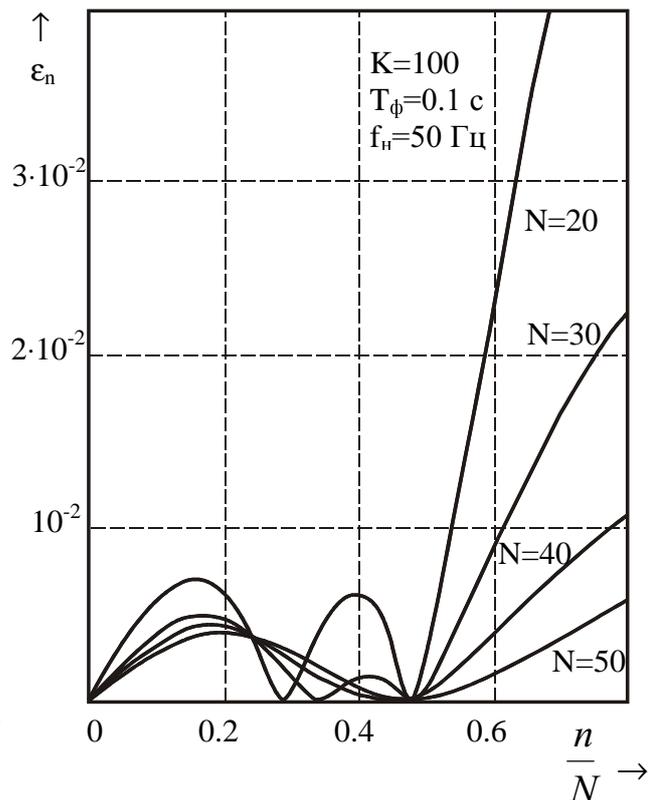


Рис. 3. Розподіл відносної похибки всередині інтервалу для методу трапецій

Як відомо, стійкість систем з амплітудною модуляцією має зонний характер [1]. Змінна ширина зон обмежує максимальне значення кроку ΔK , з яким можна вести пошук критичного в розумінні стійкості підсилення $K_{кр}$. У зв'язку з цим можна запропонувати такий алгоритм. Нехай ΔK – пошуковий крок; ρ_{max} – найбільший модуль мультиплікаторів

(мультиплікатори – власні числа нормованої при $t = 0$ і визначеної в момент часу $t = T_H$ фундаментальної матриці розв'язків рівнянь руху системи з амплітудною модуляцією; для стійкості такої системи необхідно й достатньо, щоб усі мультиплікатори розміщувалися всередині одиничного круга $|\rho| < 1$); $|\Delta\rho_{\max}|$ – відповідаючий ΔK приріст цього модуля; $\rho^* = \min\{\rho_{\max}(K), \rho_{\max}(K+\Delta K)\}$.

При $\rho_{\max} \leq 0,95$ пошуковий крок залишається незмінним, якщо

$$0,01 \leq \frac{|\Delta\rho_{\max}|}{\rho^*} \leq 0,05, \quad (7)$$

збільшуючись у два рази при $|\Delta\rho_{\max}|/\rho^* < 0,01$ та зменшуючись вдвічі при $|\Delta\rho_{\max}|/\rho^* > 0,05$ порівняно з попереднім значенням ΔK .

При $\rho_{\max} > 0,95$ запобігання проскакування критичної точки досягається з високим ступенем надійності, якщо пошуковий крок ΔK задовольняє нерівність

$$0,001 \leq \frac{|\Delta\rho_{\max}|}{\rho^*} \leq 0,005, \quad (8)$$

відповідно збільшуючись або зменшуючись у два рази в протилежному випадку.

1. Гостев В.И. Области устойчивости и неустойчивости периодической колебательной системы второго порядка // Изв. вузов СССР. Электромеханика. 1980. № 5. 2. Дутчак Б.И., Мочульский Ю.С., Сеницкий Л.А.. О выборе порядка метода численного интегрирования при расчете электрических цепей // Теоретическая электротехника. 1977. Вып. 23. 3. Капустий Б.Е. Численная методика исследования систем на несущей и параметрический синтез типовых устройств этого класса. Автореф. дис. ... канд. техн. наук. – М.: Изд-во МВТУ, 1983. 4. Чуа Л., Лин Пен-Мин. Машинный анализ электронных схем. М.: Энергия, 1980.

УДК 621.319.837

Михайло Кобасяр, Богдан Русин

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

ДЕТЕКТУВАННЯ КРИВИХ З БІНАРНИХ ЗОБРАЖЕНЬ ЗА ДОПОМОГОЮ ПЕРЕТВОРЕННЯ РАДОНА

© Кобасяр Михайло, Русин Богдан, 2001

Розроблено алгоритм для виявлення кривих з бінарних зображень. Підхід базується на використанні перетворення Радона. Досліджено характеристики алгоритму для точного та ефективного виявлення кривих.

It was developed algorithm for the purpose of curve detection from a binary image. This technique is based on the Radon transform. The performances of algorithm for obtaining accurate and efficient curve detection was investigated.

Вступ. Виділення і розпізнавання об'єктів має важливе значення під час аналізу зображень. Для пошуку об'єктів використовують методи сегментації. Одним із таких методів є виділення країв [2].