Зауваження. Нерівності (18) виконуються для майже всіх (стосовно міри Лебега) чисел T та довільних фіксованих $b_{js}, j=1,\dots n-1, s=0,1,\dots h,$ для всіх (крім скінченного числа) значень $\lambda_k \in \Lambda$ при $\mu_1 > p/2$.

Доведення здійснюється за схемою доведення леми 2.4 із [5]; при цьому враховується нерівність

$$\left|\exp\left(-\gamma_j T\right)-\exp\left(\gamma_j T\right)\right| \geq 2\left|\sin\left(\operatorname{Im}\gamma_j T\right)\right| \geq 4\left|T\operatorname{Im}\gamma_j/\pi - d_j\left(\lambda_k\right)\right|, \quad j=1,\dots,n,$$

де $d_j\left(\lambda_k\right)$ – ціле число, для якого

$$\left|T\operatorname{Im}\gamma_j/\pi - d_j\left(\lambda_k\right)\right| \leq 1/2..$$

1. Бобик І.О., Бобик О.І., Пташник Б.Й. Крайові задачі для безтипних диференціальних рівнянь // Вісн. Львів. ун-ту. Сер. мех.-матем. 1997. Вип. 47. С.32–39. 2. Бобик І.О., Пташник Б.Й. Крайові задачі для гіперболічних рівнянь зі сталими коефіцієнтами // УМЖ. 1994. 46, № 7. С.795–802. 3. Борок В.М. Классы корректной разрешимости краевой задачи в бесконечном слое // Докл. АН СССР. 1968. Т.183. № 6. С.1239–1242. 4. Борок В. М. Классы единственности решения краевой задачи в бесконечном слое // Докл.АН СССР. 1968. Т.183. № 5. С.995–998. 5. Пташник Б.И. Некорректные граничные задачи для дифференциальных уравнений с частными производными. К., 1984. 6. Ильин В.А., Шишмарев И.А. Равномерные в замкнутой области оценки для собственных функций эллиптического оператора и их производных / Изв. АН СССР. Сер. мат. 1960. Т.24. С.883–896. 7. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М., 1983.

УДК 515. 12

Бокало Б.М.
Львівський національний університет ім. І. Франка

ПРО ПСЕВДОРАДІАЛЬНІСТЬ α- РОЗТЯГНУТИХ ПРОСТОРІВ

It is proved, that every $\varpi-\chi$-scattered and α-extended compacts are pseudoradial.

Доведено, що всі $\varpi-\chi$-розріджені та α-розтягнуті компакти є псевдорадіальними.

Нагадаємо (див. [1, 2]), що простір X називається α**-розтягнутим**, якщо на X існує лінійний порядок $<$ такий, що для кожного лівого променя A в $(X,<)$ множина $\overline{A}\setminus A$ складається не більше ніж з однієї точки.

Другим вдалим розширенням класу впорядкованих просторів є радіальні і псевдорадіальні простори (див. [3, 4]).

Нагадаємо означення цих просторів. Нехай X топологічний простір і $A \subset X$. Покладемо $[A]_{ch} = \{x \in X:$ існує лінійно впорядкована відношенням включення сім'я ε множин з такими умовами: 1) $E \cap A \neq \varnothing$ для всіх $E \in \varepsilon$; 2) для довільного околу Ox точки x в X знайдеться $E \in \varepsilon$ таке, що $x \in E \subset Ox\}$.

Простір X називається радіальним, якщо для кожної $A \subset X, \overline{A} = [A]_{ch}$.

Якщо для кожної незамкненої в просторі X множини A існує $[A]_{ch} \setminus A \neq \emptyset$, то X називається псевдорадіальним. Х.Херлік [3] охарактеризував псевдорадіальні простори як фактор простору впорядкованих просторів.

Радіальні (псевдорадіальні) і α- розтягнені простори є дуже подібні за своїми властивостями. У зв'язку з цим А.В.Архангельський [2] поставив запитання: чи правильно, що кожний α-розтягнутий компакт псевдорадіальний? Треба відзначити, що є приклади α-розтягнутих компактів (навіть розріджених), які не є радіальними. В.В.Федорчук [5] побудував не α-розтягнутий компакт з першою аксіомою зліченності, тим більше радіальний. У цій роботі дана позитивна відповідь на запитання А.В.Архангельського.

Всі простори, які розглянуті в статті, гаусдорфові. Всі інші терміни і позначення є такими, як в [1, 2].

Теорема 1. Нехай в кожному непорожньому замкненому підпросторі F компакта X існує точка $x \in X$, яка має зліченну центровану π-базу в підпросторі F. Тоді компакт X псевдорадіальний.

Доведення. Нехай A – незамкнена множина в просторі X. Якщо підпростір A не є зліченно компактний, то існує зліченний замкнений дискретний підпростір S простору A. Нехай $S = \{x_i : i \in N^+\}$. Приймемо, що $F = \overline{S} \setminus S$. Тоді F замкнена в X і $F \cap A = \emptyset$. Зафіксуємо точку $x^* \in F$, для якої існує зліченна центрована π-база B в просторі F. Нехай $B = \{U_i : i \in N^+\}$ і $U_{i+1} \subset U_i$ для кожного $i \in N^+$. За індукцією легко будується послідовність $\widetilde{B} = \{\widetilde{U}_i : i \in N^+\}$ відкритих в $\overline{S}$ множин, яка задовольняє умови: $\widetilde{U}_i \cap F = U_i$, $\widetilde{U}_{i+1} \subset \widetilde{U}_i$ і $\widetilde{U}_i \cap \{x_1, ..., x_{i-1}\} = \emptyset$. Легко перевірити, що $\widetilde{B}$ є π-базою точки x^* в просторі $\overline{S}$, і, оскільки $\widetilde{U}_{i+1} \subset \widetilde{U}_i$ і $\widetilde{U}_i \cap S \neq \emptyset$ для кожного $i \in N^+$, то існує підпослідовність S' послідовності S, яка збігається до точки x^*. Значить, $x^* \in [S]_{ch}$, тим більше, $x^* \in [A]_{ch}$, тобто $[A]_{ch} \setminus A \neq \emptyset$.

Нехай тепер підпростір A зліченно компактний. Оскільки A не є компактом, то існує така сім'я $\mathrm{F} = \{F_\alpha : \alpha < \tau\}$ непорожніх замкнених в A множин, що $F_\beta \subset F_\alpha$ якщо $\alpha < \beta$ і $\bigcap \mathrm{F} = \emptyset$. Покладемо $F = \bigcap \{\overline{F}_\alpha : \alpha < \tau\}$. Ясно, що $F \neq \emptyset$ і $F \cap A = \emptyset$. Оскільки F замкнений підпростір простору X, то існує точка $x^* \in F$ і зліченна центрована π-база $B' = \{U'_i : i \in N^+\}$ точки x^* в просторі F. Можна вважати, що $U'_{i+1} \subset U'_i$ для кожного $i \in N^+$. Очевидно, $\bigcap \{\overline{U}'_i : i \in N^+\} = \{x^*\}$. За індукцією будуємо послідовність $B = \{U_i : i \in N^+\}$ відкритих в $\overline{A}$ множин, які задовольняють умови: $U_i \cap F = U'_i$ і $U_{i+1} \subset U_i$ для кожного $i \in N^+$. Покладемо $P = \bigcap \{\overline{U}_i : i \in N^+\}$ і $\varepsilon = \{E_\alpha : \alpha < \tau\}$, де $E_\alpha = P \cap \overline{F}_\alpha$. Тоді $\bigcap \varepsilon = P \cap F = \bigcap \{\overline{U}'_i : i \in N^+\} = \{x^*\}$. Звідси і з того, що сім'я ε є ланцюгом (тобто $E_{\alpha_1} \subset E_{\alpha_2}$ при $\alpha_1 < \alpha_2$) випливає, що сім'я ε є сіткою простору X в точці x^* (тобто для довільного околу O_{x^*} точки x^* в X існує таке $E_\alpha \in \varepsilon$, що $x^* \in E_\alpha \subset O_{x*}$). Легко бачити, що $U_i \bigcap F_\alpha \neq \varnothing$ і $U_{i+1} \bigcap F_\alpha \subset U_i \bigcap F_\alpha$ для всіх $i \in N^+$ і $\alpha < \tau$. Але F_α замкнений підпростір зліченно компактного простору A. Значить, $P \bigcap F_\alpha \neq \varnothing$, тим більше $E_\alpha \bigcap A \neq \varnothing$ для кожного $\alpha < \tau$.

Значить, $x^* \in [A]_{ch}$. Але $x^* \notin A$, тому $[A]_{ch} \setminus A \neq \varnothing$. Отже, X – псевдорадіальний компакт.

Нагадаємо, що простір X називається $\varpi - \chi$ - розрідженим, якщо в кожному непорожньому замкненому підпросторі F простору X існує точка $x \in F$ така, що $\chi(x, F) \leq \varpi$.

З теореми 1 отримуємо

Наслідок. Якщо компакт X є $\varpi - \chi$ - розрідженим, тоді він є псевдорадіальним.

Теорема 2. Кожний α-розтягнутий компакт X є псевдорадіальним.

Доведення. У кожному непорожньому α-розтягнутому компакті X існує точка x, яка має зліченну центровану π-базу [1, 2]. Залишилось використати теорему 1, оскільки α-розтягнутість успадковується підпросторами.

1. Архангельский А.В. Об α-растянутых пространствах // ДАН СССР, 1978. 239, №3. С.15–18. 2. Архангельский А.В. Строение и классификация топологических пространств и кардинальные инварианты // УМН, 1978. 33. Вып.6. С.29–84. 3. Herrlich H. Ouotienten geordueter Koume und Folgenconvergenz // Fund. Math. 1967. 61. P.79–81. 4. Архангельский А.В. О некоторых свойствах радиальных пространств // Матем. заметки. 1980. 27. № 1. С.95–104. 5. Федорчук В.В. Об упорядоченных множествах // ДАН СССР. 1978. 240. № 2. С.280–282.

УДК 621.1.01

Бокало М.М., Дмитрів В.М.
Львівський національний університет ім. І. Франка

ЗАДАЧА ФУР'Є ДЛЯ СИСТЕМИ РІВНЯНЬ ДИФУЗІЇ З ФУНКЦІОНАЛАМИ

The well-posedness of Problem without initial conditions in unbounded domains of space arguments has been proved for the system of parabolic equations and usual differential equations. The system of equations contains the functionals on continuous functions.

Досліджено коректність задачі без початкових умов у необмежених за просторовими змінними областях для системи, яка складається з підсистем рівнянь параболічного типу і звичайних диференціальних рівнянь. Рівняння містять визначені на просторі неперервних функцій функціонали.