$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{S_\varepsilon} u\varphi\, dS = \langle \varphi, T' \rangle .$$

Визначимо порядок сингулярності *T'*. Із (15) випливає

$$\left| \int_{S_\varepsilon} u(\xi) \cdot \sum_{j=1}^{r+1} (j+1)!\, \varphi_j(\xi') f_{(3-2\alpha+j)}\big(g(\xi')\big) dS \right| \le \int_{\Omega \setminus \Omega_\varepsilon} |\xi_3 - \varepsilon|^r \cdot |u(\xi)| \cdot |\varphi(\xi)| d\xi . \tag{12}$$

З леми 1 відомо, що $\varphi(\xi)$ нескінченно диференційовна функція і обмежена, яка виражається через $\varphi_1(\xi')$ та її похідні до r+2-го порядку, тобто :

$$\int_{\Omega \setminus \Omega_\varepsilon} |\xi_3 - \varepsilon|^r \cdot |u(\xi)| \cdot |\varphi(\xi)| d\xi \le C_1 \sum_{|l| \le k+2} \max_\xi \left| \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right)^l \varphi_1(\xi') \right| ,$$

де C – деяка константа. Тоді

$$\max_\xi |\varphi(\xi)| \le C \sum_{|l| \le k+2} \max_\xi \left| \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right)^l \varphi_1(\xi') \right| . \tag{13}$$

Врахувавши (16) і (18), отримаємо:

$$\left| \langle T', \varphi \rangle \right| = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_{S_\varepsilon} u(\xi) \cdot \sum_{j=1}^{r+1} (j+1)!\, \varphi_j(\xi') f_{(3-2\alpha+j)}\big(g(\xi')\big) \le C_1 \sum_{|l| \le k+2} \max_\xi \left| \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \right)^l \varphi_1(\xi') \right| . \tag{14}$$

З (19) та означення узагальненої функції порядку $\le \alpha$ випливає $\alpha \le k+2$.

1. Лопушанська Г.П. Основні граничні задачі для одного рівняння в дробових похідних // Укр. мат. журн. 1999. 51. № 1. С.48–57. 2. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальний курс. М., 1984. 3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.М., 1981.

УДК 514.76

Домбровський Р.Ф., Осадца І.С.
Чернівецький державний університет ім. Ю.Федьковича

ДО ГЕОМЕТРІЇ РОЗПОДІЛУ ГІПЕРПЛОЩИННИХ ЕЛЕМЕНТІВ НАПІВКВАТЕРНІОННОГО ПРОСТОРУ

A classification of normalized distribution of hyperplane elements in the half-quaternion space is suggested.

Пропонується класифікація нормалізованих розподілів гіперплощинних елементів у напівкватерніонному просторі.

1. Зовнішні диференціальні форми ω^I будуть головними формами точкового $4n$-вимірного дійсного напівкватерніонного простору $H_{4n}(U,V)$, якщо вони задовольняють структурні рівняння [1]:

$$d\omega^I = \omega^L \wedge \omega_L^I, \;\; d\omega_L^I = \omega_L^K \wedge \omega_K^I, \;\; I,J,K,L = \overline{1,4n},$$
$$dU_K^I - U_L^I \omega_K^L + U_K^L \omega_L^I = U_{KL}^I \omega^L, \tag{1}$$
$$dV_K^I - V_L^I \omega_K^L + V_K^L \omega_L^I = V_{KL}^I \omega^L.$$

Тензори $U = U_K^I \underset{x}{\vec{e}}_I \otimes \underset{\bar{x}}{\varepsilon}^K$ і $V = V_K^I \underset{x}{\vec{e}}_I \otimes \underset{\bar{x}}{\varepsilon}^K$ називаються структурними автоморфізмами напівкватерніонного простору $H_{4n}(U,V)$. Оскільки простір $H_{4n}(U,V)$ – це точковий афінний простір, в лінеалі V_{4n} якого лінійно зображена алгебра напівкватерніонів з твірними I,U,V та UV, то

$$U_K^I U_L^K = \varepsilon \delta_L^I, \quad V_K^I V_L^K = 0, \quad U_K^I V_L^K + \mu V_K^I U_L^K = 0,$$
$$\mathrm{rg} V_K^I = 2n, \quad \varepsilon = \pm 1, \quad \mu = \pm 1. \tag{2}$$

Напівкватерніонний добуток $W = UV$ структурних автоморфізмів U та V називається композиційним автоморфізмом простору $H_{4n}(U,V)$. Структурний автоморфізм V та композиційний автоморфізм W визначають у просторі $H_{4n}(U,V)$ майже дотичні структури з фундаментальними розподілами $2n$-вимірних лінійних елементів $\mathrm{Ker}V$ та $\mathrm{Ker}W$, відповідно. Фундаментальні розподіли $\mathrm{Ker}V$ та $\mathrm{Ker}W$ у просторі $H_{4n}(U,V)$ збігаються [2]. Відомо, що $\mathrm{Ker}V = \mathrm{Im}V$ та $\mathrm{Ker}W = \mathrm{Im}W$ [3].

Теорема 1. Кожна нормалізація розподілу ядер структурного автоморфізму V напівкватерніонного простору $H_{4n}(U,V)$ індукує в $H_{4n}(U,V)$ $(f\xi\eta\rho)$-структуру.

Дійсно, нехай $\underset{x}{\vec{A}}_a$ $\left(a,b,c,... = \overline{1,2n}\right)$ деякий базис підпростору $\mathrm{Ker}V(x)$, $x \in H_{4n}(U,V)$, а $\underset{x}{\vec{B}}_{2n+a}$ – базис інваріантної нормалі $\mathrm{Ker}V(x)$ у лінеалі V_{4n}. Тоді розклад

$$U\left(\underset{x}{\vec{A}}_a\right) = f_a^b \underset{x}{\vec{A}}_b + \eta_a^{2n+b} \underset{x}{\vec{B}}_{2n+b},$$
$$U\left(\underset{x}{\vec{B}}_{2n+a}\right) = -\xi_{2n+a}^b \underset{x}{\vec{A}}_b + \rho_{2n+a}^{2n+b} \underset{x}{\vec{B}}_{2n+b} \tag{3}$$

визначається функціями $f_a^b, \xi_{2n+a}^b, \eta_a^{2n+b}$ і ρ_{2n+a}^{2n+b}, які задовольняють умови

$$f_a^b f_b^c = \varepsilon \delta_a^c + \eta_a^{2n+b} \xi_{2n+b}^c,$$
$$f_a^b \eta_b^{2n+c} + \eta_a^{2n+b} \rho_{2n+b}^{2n+c} = 0,$$
$$f_a^b \xi_{2n+c}^a + \xi_{2n+a}^b \rho_{2n+c}^{2n+a} = 0, \tag{4}$$
$$\rho_{2n+a}^{2n+b} \rho_{2n+b}^{2n+c} = \varepsilon \delta_a^c + \xi_{2n+a}^b \eta_b^{2n+c}.$$

Оскільки функції $\{f_a^b\},\{\xi_{2n+a}^b\},\{\eta_a^{2n+b}\}$ і $\{\rho_{2n+a}^{2n+b}\}$ – лінійні однорідні геометричні об'єкти, приєднані до групи автоморфізмів лінеалу V_{4n}, то простір $H_{4n}(U,V)$ є простором $(f\xi\eta\rho)$-структури [4].

Теорема 2. Геометричний об'єкт $\{v_{2n+b}^a\}$ визначає образ нормалі для елемента розподілу $\operatorname{Ker}V(x)$. Цей об'єкт пов'язаний з структурними об'єктами $(f\xi\eta\rho)$-структури напівкватерніонного простору $H_{4n}(U,V)$ співвідношеннями

$$f_a^c v_{2n+b}^a + \mu\rho_{2n+b}^{2n+a} v_{2n+a}^c = 0,$$
$$v_{2n+a}^b \eta_b^{2n+c} = 0, \quad v_{2n+b}^c \eta_a^{2n+b} = 0. \tag{5}$$

Оскільки $V\left(\underset{x}{\vec{B}}_{2n+a}\right) = v_{2n+a}^b \underset{x}{\vec{A}}_b$ і $U\left(V\left(\underset{x}{\vec{B}}_{2n+a}\right)\right) = -\mu V\left(U\left(\underset{x}{\vec{B}}_{2n+a}\right)\right)$, $U\left(V\left(\underset{x}{\vec{A}}_a\right)\right) = -\mu V\left(U\left(\underset{x}{\vec{A}}_a\right)\right)$, $V\left(\underset{x}{\vec{A}}_a\right) = \underset{x}{\vec{0}}$, то рівності (5) істинні.

Наслідок 1. Для того, щоб нормалізація розподілу ядер автоморфізму V напівкватерніонного простору $H_{4n}(U,V)$ була U-інваріантною, необхідно і досить, щоб тензор $\{\xi_{2n+a}^b\}$ був нульовим.

Наслідок 2. Напівкватерніонний простір $H_{4n}(U,V)$, який допускає U- інваріантну нормалізацію розподілу ядер структурного автоморфізму V при $\varepsilon = 1$ є простором 4π-структури, а при $\varepsilon = -1$ він є топологічним добутком двох своїх $2n$-вимірних підпросторів майже комплексної структури.

Згідно із наслідком 1 при $\varepsilon = 1$система (4) міститиме співвідношення $f_a^b f_b^c = \delta_a^c$, $\rho_{2n+a}^{2n+b}\rho_{2n+b}^{2n+c} = \delta_a^c$ і тому $\operatorname{Ker}V(x) = \underset{x}{f}(+1) + \underset{x}{f}(-1)$, а $\underset{x}{\rho}(+1) + \underset{x}{\rho}(-1)$ – є U-інваріантною нормаллю. Тут $\underset{x}{f}(\pm 1)$ та $\underset{x}{\rho}(\pm 1)$ – простори власних векторів, відповідно, операторів $\underset{x}{f} = \{f_a^b\}$ та $\underset{x}{\rho} = \{\rho_{2n+a}^{2n+b}\}$, які відносяться до власних значень ± 1. Очевидно, що $\dim \underset{x}{f}(+1) = \dim \underset{x}{f}(-1) = \dim \underset{x}{\rho}(+1) = \dim \underset{x}{\rho}(-1) = n.$

При $\varepsilon = -1$ маємо $f_a^b f_b^c = -\delta_a^c$, $\rho_{2n+a}^{2n+b}\rho_{2n+b}^{2n+c} = -\delta_a^c$ і тому $\operatorname{Ker}V(x)$ є простором майже комплексної структури з структурним афінором $\{f_a^b\}$, а його нормальне доповнення у V_{4n} є простором майже комплексної структури з структурним афінором $\{\rho_{2n+a}^{2n+b}\}$.

2. Задамо в $H_{4n}(U,V)$ розподіл Δ_{4n-1} гіперплощинних елементів $\Delta_{4n-1}(x)$, $x \in H_{4n}(U,V)$, $\Delta_{4n-1}(x) \subset V_{4n}$, $x \in \Delta_{4n-1}(x)$ системою зовнішніх диференціальних рівнянь

$$\Delta X_i^{4n} = X_{iL}^{4n}\omega^L, \tag{6}$$

де

$$\Delta X_i^{4n} := dX_i^{4n} - X_j^{4n}\omega_i^j + X_i^{4n}\omega_{4n}^{4n} + \omega_i^{4n}, \quad i,j,k,l,\ldots = \overline{1,4n-1}.$$

Оскільки $x \in \Delta_{4n-1}(x)$, то $X_i^{4n} = 0$ і тому система диференціальних рівнянь розподілу Δ_{4n-1} буде мати вигляд

$$\omega_i^{4n} = X_{iL}^{4n}\omega^L.$$

Функції $\{X_{iL}^{4n}\}$ утворюють фундаментальний об'єкт першого порядку розподілу Δ_{4n-1} [5].

Вектори $\underset{x}{\vec{\Lambda}}_i := X_i^{4n}\underset{x}{\vec{e}}_{4n} + \underset{x}{\vec{e}}_i$ є базисними в гіперплощинах $\Delta_{4n-1}(x)$ розподілу Δ_{4n-1}. Е.Д. Алшибая у праці [5] побудувала ряд геометричних об'єктів, кожен з яких визначає інваріантну пряму $\left(\underset{x}{N}\right)$, внутрішньо зв'язану з розподілом Δ_{4n-1}. Всі ці нормалі є узагальненнями нормалей В.Бляшке. Нехай $\underset{x}{\vec{N}}$ – напрямний вектор деякої з цих нормалей. Тоді розподіл Δ_{4n-1} буде нормалізованим. Позначимо його через $\Delta_{4n-1}(N)$.

Основна теорема. Нормалізований розподіл гіперплощин у напівкватерніонному просторі $H_{4n}(U,V)$ задає дві $(f\xi\eta\rho)$-структури корангів 0 або 1.

Доведення випливає з наявності розкладів:

$$U\left(\underset{x}{\vec{\Lambda}}_i\right) = p_i^j\underset{x}{\vec{\Lambda}}_j + r_i\underset{x}{\vec{N}},\ U\left(\underset{x}{\vec{N}}\right) = -q^i\underset{x}{\vec{\Lambda}}_i + s\underset{x}{\vec{N}},$$

$$V\left(\underset{x}{\vec{\Lambda}}_i\right) = \varphi_i^j\underset{x}{\vec{\Lambda}}_j + \nu_i\underset{x}{\vec{N}},\ V\left(\underset{x}{\vec{N}}\right) = -\psi^i\underset{x}{\vec{\Lambda}}_i + \lambda\underset{x}{\vec{N}}. \tag{7}$$

Функції p_i^j, q^i, r_i, s та $\varphi_i^j, \psi^i, \nu_i, \lambda$ задовольняють умови, характерні для структурних об'єктів $(f\xi\eta\rho)$-структур:

$$p_i^j p_j^l = \varepsilon\delta_i^l + r_i q^l, \quad p_i^j r_j + r_i s = 0,$$

$$p_i^j q^i + q^j s = 0, \quad s^2 = \varepsilon + r_i q^i, \tag{8}$$

$$\varphi_i^j\varphi_j^l = \varepsilon\delta_i^l + \nu_i\psi^l,\ \varphi_i^j\nu_j + \nu_i\lambda = 0,$$

$$\varphi_i^j\psi^i + \psi^j\lambda = 0,\ \lambda^2 = \varepsilon + \nu_i\psi^i, \tag{9}$$

де s і λ – відносні інваріанти (тензори типу (0,0)). Ранги цих тензорів називаються корангами індукованих $(f\xi\eta\rho)$-структур [4]. Опираючись на властивості (2) композиційного автоморфізму простору $H_{4n}(U,V)$, отримуємо нові співвідношення, які задовольняють структурні об'єкти двох $(f\xi\eta\rho)$-структур [6–7]:

$$\varphi_i^j p_j^l - \nu_i q^l = \mu\left(r_i\psi^l - p_i^j\varphi_j^l\right),$$

$$\varphi_i^j r_j + \nu_i s = -\mu\left(p_i^j \nu_j + \lambda r_i\right),$$

$$p_i^j \psi^i + q^j \lambda + \mu\left(q^l \varphi_l^j + s\psi^j\right) = 0, \tag{10}$$

$$\lambda s - \psi^i r_i + \mu\left(\lambda s - q^i \nu_i\right) = 0.$$

Оскільки ранги тензорів інваріантні відносно перетворень афінного базису, то коректними будуть такі означення. Нормалізований розподіл гіперплощин Δ_{4n-1} у напівкватерніонному просторі $H_{4n}(U,V)$ називається *розподілом типу* (α,β), якщо індуковані ним у просторі $H_{4n}(U,V)$ $(f\xi\eta\rho)$-структури мають коранги α і β (коранг $(pqrs)$-структури – α, а коранг $(\varphi\psi\nu\lambda)$-структури – β). За основною теоремою маємо чотири типи нормалізованих розподілів гіперплощин у напівкватерніонному просторі – це розподіли типів (0,0), (0,1), (1,0) та (1,1).

Наслідок. Нормалізований розподіл гіперплощин типу (0,0) у напівкватерніонному просторі $H_{4n}(U,V)$ індукує обидві майже контактні структури (еліптичного типу при $\varepsilon = 1$ і гіперболічного типу при $\varepsilon = -1$) .

Дійсно, належність нормалізованого розподілу гіперплощин до типу (0,0) означає, що тензори s і λ нульові. Тоді умови (8) і (9) стають характерними для структурних об'єктів майже контактних структур (pqr) та $(\varphi\psi\nu)$ [8]. Співвідношення (10) спрощуються

$$\varphi_i^j p_j^l - \nu_i q^l = \mu\left(r_i \psi^l - p_i^j \varphi_j^l\right), \qquad \varphi_i^j r_j = -\mu p_i^j \nu_j,$$

$$p_i^j \psi^i = -\mu \varphi_i^j q^i, \quad \psi^i r_i = -\mu q^i \nu_i. \tag{11}$$

Аналогічними співвідношеннями характеризуються інші типи нормалізованих розподілів гіперплощин.

3. Залежно від взаємного розміщення елемента $\Delta_{4n-1}(x)$ нормалізованого розподілу гіперплощин, його нормалі $\underset{x}{N}$ відносно елементів структурного розподілу $\mathrm{Ker}V(x)$ та його нормалей $B(x)$, кожен тип нормалізованого розподілу гіперплощин належить до одного з трьох класів:

до першого класу – нормалізовані розподіли гіперплощин, для яких $\Delta_{4n-1}(x) \supset \mathrm{Ker}V(x)$, $B(x) \cap \Delta_{4n-1}(x) = L(x)$, де $\dim L(x) = 2n-1$;

до другого класу – нормалізовані розподіли гіперплощин, для яких $\Delta_{4n-1}(x) \supset B(x)$, $\mathrm{Ker}V(x) \cap \Delta_{4n-1}(x) = K(x)$, де $\dim K(x) = 2n-1$;

до третього класу – нормалізовані розподіли гіперплощин за умов $\Delta_{4n-1}(x) \cap \mathrm{Ker}V(x) = K(x)$, $\Delta_{4n-1}(x) \cap B(x) = L(x)$.

Отже, кожний нормалізований розподіл гіперплощин у напівкватерніонному просторі належить лише до певного типу і лише до одного з трьох класів.

Теорема 3. Для того, щоб нормалізований розподіл гіперплощин типу (0,0) напівкватерніонного простору $H_{4n}(U,V)$ належав до першого класу, необхідно і досить, щоб структурні тензори індукованих $(pqrs)$ та $(\varphi\psi\nu\lambda)$ структур та структурні тензори $(f\xi\eta\rho)$-структури, індукованої нормалізацією розподілу ядер автоморфізму V, задовольняли умови

$$\begin{gathered}p_a^b = f_a^b,\ p_a^{2n+\xi} = \eta_a^{2n+\xi},\ \ p_{2n+\sigma}^b = -\xi_{2n+\sigma}^b,\ p_{2n+\sigma}^{2n+\xi} = \rho_{2n+\sigma}^{2n+\xi},\\ q^a = \xi_{4n}^a,\ \ q^{2n+\xi} = -\rho_{4n}^{2n+\xi},\ \ r_a = \eta_a^{4n},\ \ r_{2n+\sigma} = \rho_{2n+\sigma}^{4n},\\ \varphi_a^b = 0,\ \varphi_a^{2n+\xi} = 0,\ \ \varphi_{2n+\xi}^a = \nu_{2n+\xi}^a,\ \varphi_{2n+\sigma}^{2n+\xi} = 0,\ \psi^a = -\nu_{4n}^a,\\ \psi^{2n+\xi} = 0,\ \ \nu_i = 0,\ \ s = \rho_{4n}^{4n} = 0,\ \ \lambda = 0,\ \ \xi,\sigma = \overline{1,2n-1}.\end{gathered} \tag{12}$$

Співвідношення (11), виконуючи умови (12), набувають вигляду

$$\eta_b^{2n+a}\nu_{4n}^b = 0,\ \eta_a^{2n+c}\nu_{2n+c}^b = 0,\ \eta_a^{2n+\sigma}\nu_{2n+\xi}^a = 0,$$
$$f_b^a\nu_{4n}^b + \mu\rho_{4n}^{2n+\xi}\nu_{2n+\xi}^a = 0,\ f_b^a\nu_{2n+\xi}^b + \mu\left(\rho_{2n+\xi}^{4n}\nu_{4n}^a + \rho_{2n+\xi}^{2n+\sigma}\nu_{2n+\sigma}^a\right) = 0.$$

Отже, для геометричного об'єкта $\{\nu_{2n+a}^b\}$ умови (5) теореми 2 виконані. Крім цього, тепер зрозуміло, яким має бути геометричний об'єкт $\{\nu_{2n+a}^b\}$, щоб нормалізація розподілу ядер структурного автоморфізму V напівкватерніонного простору $H_{4n}(U,V)$ визначала в цьому просторі нормалізований розподіл гіперплощин типу (0,0) першого класу. Аналогічно до висновків теореми 3 можна знайти тензорні характеристики для нормалізованих розподілів гіперплощин всіх інших типів і класів.

Оскільки при $\varepsilon = 1$ антикватерніонні простори мають додаткові фундаментальні розподіли $U(\pm 1) = \bigcup\limits_{x \in H_{4n}(U,V)} U_x(\pm 1)$, то запропоновану класифікацію нормалізованих розподілів гіперплощин у таких просторах можна деталізувати. Зауважимо, що виклад значно спрощується, якщо перейти до компонент фундаментального об'єкту першого порядку розподілу Δ_{4n-1}. Тоді базисні вектори гіперплощини $\Delta_{4n-1}(x)$ $\underset{x}{\vec{\Lambda}}_i$ збігаються з векторами $\underset{x}{\vec{e}}_i$ рухомого афінного базису, проте втрачається загальність висновків, оскільки фундаментальна група простору редукується.

1. Лаптев Г.Ф. Дифференциальная геометрия погруженных многообразий. Теоретико–групповой метод дифференциально-геометрических исследований // Тр. Моск. мат. о-ва. 1953. 2. С.275–382. 2. Домбровский Р.Ф. О геометрии тензорных полей на многообразиях почти кватернионной структуры // Современная математика и ее приложения. Тематические обзоры. Геометрия. 3. 1995. 30. С.195–209. 3. Осадца І. Деякі властивості фундаментальних розподілів напівкватерніонних просторів // Матеріали студентської наук. конф. Чернівецького ун-ту. Кн 2. Фізико-математичні науки. 2000. С.34–35. 4. Лаптев

Г.Ф., Остиану Н.М. $(f\xi\eta\rho)$-структура на дифференцируемых многообразиях // Проблемы геометрии. Итоги науки и техники. 1975. 7. С.5–22. 5. Алшибая Э.Д. К геометрии распределений гиперплоскостных элементов в аффинном пространстве // Труды Геометр. Семинара. Т.5. 1974. С.169–193. 6. Домбровський Р.Ф. Інтегральні підмноговиди многовидів майже напівкватерніонної структури // Матеріали міжнародн. матем. конф., присвяченої пам'яті Ганса Гана. 1995. С.61–71. 7. Домбровський Р.Ф. Індуковані структури на нормалізованому підмноговиді многовиду з аффінорною алгеброю // Матеріали міжнар. регіональної наук. конф. "Математика, її застосування та викладання". 1999. С.25–27. 8. Домбровський Р.Ф. Φ -структура на нормалізованому підмноговиді многовиду з О-деформованим аффінорним полем // Наук. вісник Чернівецького ун–ту: Зб. наук. праць. 1999. Вип. 46. С.29–35.

УДК 517.949

Дрінь М.М.

Чернівецький державний університет ім. Ю.Федьковича

ЧИСЛОВЕ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ СПРЯЖЕННЯ ДЛЯ СИСТЕМИ КВАЗІЛІНІЙНИХ ПАРАБОЛІЧНИХ РІВНЯНЬ

The non-linear, linear explicit and non-explicit difference circuits are obtained for conjugation problem of parabolic quasilinear equations system.

Побудовано нелінійну, лінійну неявну та явну різницеві схеми для задачі спряження для системи параболічних квазілінійних рівнянь.

Розглянемо в області $Q=(0,T]\times(0,b)$ задачу спряження для системи параболічних квазілінійних рівнянь.

$$c^\ell(x)\rho^\ell(x)\frac{\partial u^\ell}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\sum_{k=1}^{p}\chi^{\ell k}\left(u^1,\dots,u^p\right)\frac{\partial u^k}{\partial x}\right)+f^\ell(t,x),\quad (t,x)\in Q,\quad \ell=\overline{1,p}, \tag{1}$$

$$u^\ell\Big|_{t=0}=\varphi^\ell(x),\quad x\in[0,b],\quad \ell=\overline{1,p}, \tag{2}$$

$$\left[u^\ell\right]\Big|_{x=\xi}=0,$$

$$\left[\sum_{k=1}^{p}\chi^{\ell k}\left(u^1,\dots,u^p\right)\frac{\partial u^k}{\partial x}\right]\Bigg|_{x=\xi}=-q^\ell,\quad \xi\in(0,b),\quad t\in[0,T],\quad q^\ell=const,\quad \ell=\overline{1,p}, \tag{3}$$

$$\left(\sum_{k=1}^{p}\chi^{\ell k}\left(u^1,\dots,u^p\right)\frac{\partial u^k}{\partial x}\right)\Bigg|_{x=0}=-\alpha^\ell(t),$$

$$\left(\sum_{k=1}^{p}\chi^{\ell k}\left(u^1,\dots,u^p\right)\frac{\partial u^k}{\partial x}\right)\Bigg|_{x=b}=\beta^\ell(t),\quad t\in[0,T],\quad \ell=\overline{1,p}, \tag{4}$$