```
> mix:=proc(a,b,c)normal(dotprod(a,crossprod(b,c)))end:
> k:=array(1..3):
> for i to 3 do k[i]:=s-dp(s,e[i])*e[i]:evalm(k[i]):od:
> z:=array(1..3):for i to 3 do
> z[i]:=Z-dp(Z,e[i])*e[i]:evalm(z[i]): od:
> for i to 3 do
> L[i]:=(N(Z)^2+N(xp(s,v))^2)^(-1/2)
> *(s0/(s0^2+N(s)^2))
> *(((s0^2+N(k[i])^2)*evalm(Z)[i]-s[i]*dp(k[i],z[i]))
> /((s0^2+N(k[i])^2)*N(z[i])^2-(dp(k[i],z[i]))^2))
> *(mix(e[i],w,Z))
> od:
> L0:=M*(1+N(v)^2)^(1/2)/(s0^2+N(s)^2)^(3/2):
> for i to 3 do map(normal,evalm(P(-L[i]+L0)-(p+p0))):od;
                                          [0, 0, 0]
                                          [0, 0, 0]
                                          [0, 0, 0]
```

1. Krupková O. The geometry of ordinary variational equations. Lecture Notes in Mathematics, vol 1678. Berlin, 1997. 2. Мацюк Р. Лагранжев анализ инвариантных уравнений движения третьего порядка в релятивистской механике классических частиц // Докл. АН СССР. 1985. 285, № 2. С. 327–330. 3. Hanson A.J., Regge T. The relativistic spherical top // Ann. Phys. 1974. 84, № 2. P. 498–566. 4. Dixon W.G. Dynamics of extended bodies in general relativity I. Momentum and angular momentum // Proc. Royal Soc. London, Ser. A. 1970. 314. P.499–527.

УДК 517.956.4

Мединський І.П.
НУ "Львівська політехніка", кафедра прикладної математики

ПРО ЛОКАЛЬНУ РОЗВ'ЯЗНІСТЬ ЗАДАЧІ КОШІ ДЛЯ КВАЗІЛІНІЙНОЇ ПАРАБОЛІЧНОЇ СИСТЕМИ ЗІ СЛАБКИМ ВИРОДЖЕННЯМ НА ПОЧАТКОВІЙ ГІПЕРПЛОЩИНІ

The local solvability Cauchy problem for the quasilinear parabolic system with weak degenerations on the initial hyperplane is established.

Установлено локальну розв'язність задачі Коші для квазілінійної параболічної системи зі слабким виродженням на початковій гіперплощині.

1. Нехай n, b, N – задані натуральні числа; T – задане додатне число; $\alpha, \beta : [0,T] \to [0,\infty)$ – неперервні функції такі, що $\alpha(0)\beta(0)=0$, $\alpha(t)>0$ і $\beta(t)>0$ для $t>0$,

β – монотонно неспадна; $q \equiv 2b/(2b-1)$; $\Pi_H \equiv \{(t,x) | t \in H,\ x \in R^n\}$, $H \subset [0,+\infty)$; C_N – сукупність усіх стовпців висоти N, елементами яких є комплексні числа; $D_x^{2b-1}u \equiv \{\partial_x^k u_i \,|\, |k| \le 2b-1,\ 1 \le i \le N\}$, якщо $u \equiv (u_1,\dots,u_N)'$; m_0 – число всіх похідних вигляду $\partial_x^k u_i$, $|k| \le 2b-1$, $1 \le i \le N$, $G \equiv \{y = (y_1,\dots,y_{m_0}) \,|\, |y_i| \le M,\ 1 \le i \le m_0\}$; $Q_H \equiv \{(t,x,y) \,|\, (t,x) \in \Pi_H,\ y \in G\}$; I – одинична матриця порядку N; $A(t,\tau) \equiv \int_\tau^t \frac{d\theta}{\alpha(\theta)}$, $B(t,\tau) \equiv \int_\tau^t \frac{\beta(\theta)}{\alpha(\theta)} d\theta$, $E^d(t,\tau) \equiv \exp\{dA(t,\tau)\}$, $E_c(t,\tau,x) \equiv \exp\{-c(B(t,\tau))^{1-q}|x|^q\}$, $E_c^d(t,\tau,x) \equiv E_c(t,\tau,x)E^d(t,\tau)$, $I_\nu(t_1,t_2,t_3) \equiv \int_{t_1}^{t_2} (B(t_3,\tau))^{-\nu} \frac{d\tau}{\alpha(\tau)}$, $\nu \in R$; $t_1 \in [0,T)$, $\{t_2,t_3\} \subset [0,T]$; $p(t,x;t',x') \equiv \left((A(t',t))^{1/b} + |x-x'|^2\right)^{1/2}$ – спеціальна відстань між точками (t,x) і (t',x'); $\Delta_t^{t'} f(t,\cdot,\cdot) \equiv f(t,\cdot,\cdot) - f(t',\cdot,\cdot)$, $\Delta_x^{x'} f(\cdot,x,\cdot) \equiv f(\cdot,x,\cdot) - f(\cdot,x',\cdot)$, $\Delta_{t,x}^{t',x'} f(t,x,\cdot) \equiv f(t,x,\cdot) - f(t',x',\cdot)$; $t \le t'$, η – характеристична функція проміжку $[0,\infty)$.

Розглянемо систему N рівнянь вигляду

$$\left(\alpha(t)I\partial_t - \beta(t)\sum_{|k|=2b} a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u\right)\partial_x^k\right)u(t,x) = f\left(t,x,D_x^{2b-1}u\right),\quad (t,x) \in \Pi_{(0,T]}, \tag{1}$$

$$u(t,x)\big|_{t=0} = \varphi(x),\quad x \in R^n, \tag{2}$$

при таких припущеннях:

1) вираз $I\partial_t - \sum_{|k| \le 2b} a_k(t,x,y)\partial_x^k$ рівномірно параболічний за Петровським в $Q_{[0,T]}$;

2) коефіцієнти $a_k(t,x,y)$, $|k| = 2b$ обмежені і рівномірно неперервні за t відносно $\{x,y\} \subset R^n$, а також задовольняють у $Q_{[0,T]}$ рівномірну умову Гельдера за x з показником $\gamma \in (0,1)$ та умову Ліпшиця за змінною y;

3) $\exists\, C > 0\ \forall \{t,t'\} \subset [0,T],\ t < t',\ \forall x \in R^n\ \ \forall y \in G\ \forall k, |k| = 2b : \left|\Delta_t^{t'} a_k(t,x,y)\right| \le C(A(t',t))^{\gamma/(2b)}$;

4) $\exists\, L > 0\ \forall t \in [0,T] : I_{1-\gamma_0/(2b)}(0,t,t) \le L,\quad \gamma_0 \in (0,1)$.

Стосовно функції f припускатимемо виконаними такі умови.

F$_1$. Функція f неперервна й обмежена в $Q_{[0,T]}$;

F$_2$. Функція f задовольняє в $Q_{[0,T]}$ рівномірну умову Гельдера за x з показником $\lambda \in (0,1)$ та умову Ліпшица за змінною y. Клас функцій f, які задовольняють умови F$_1$, F$_2$, позначатимемо через F^λ.

Поряд з (1) розглянемо систему

$$\left(\alpha(t)I\partial_t - \beta(t)\sum_{|k|=2b} a_k(t,x,y)\partial_x^k\right)u(t,x) = 0, \quad (t,x,y) \in Q_{(0,T]}\ . \tag{3}$$

За умов 1 – 3, як випливає з [1-3], існує фундаментальна матриця розв'язків (ф.м.р.) Z задачі Коші для системи (3), для якої справджуються оцінки

$$\left|\partial_x^k Z(t,x;\tau,\xi)\right| \le C(B(t,\tau))^{-(n+|k|)/(2b)} E_c^d(t,\tau,x-\xi), \tag{4}$$

$$\left|\Delta_x^{x'}\partial_x^k Z(t,x;\tau,\xi)\right| \le C|x-x'|^{\gamma}(B(t,\tau))^{-(n+|k|+\gamma)/(2b)}\left(E_c^d(t,\tau,x-\xi)+E_c^d(t,\tau,x'-\xi)\right),$$

$$0<\tau<t\le T,\ \{x,x',\xi\}\subset R^n,\ |k|\le 2b, \tag{5}$$

$$\left|\Delta_{t,x}^{t',x'}\partial_x^k Z(t,x;\tau,\xi)\right| \le C(p(t,x;t',x'))^{\gamma}(B(t,\tau))^{-(n+|k|+\gamma)/(2b)}\left(E_c^d(t,\tau,x-\xi)+E_c^d(t',\tau,x'-\xi)\right), \tag{6}$$

$$\left|\partial_x^k\int_{R^n} Z(t,x;\tau,\xi)d\xi\right| \le CE^d(t,\tau)(B(t,\tau))^{-(|k|-\gamma)/(2b)}, \tag{7}$$

$$\left|\Delta_{t,x}^{t',x'}\partial_x^k\int_{R^n} Z(t,x;\tau,\xi)d\xi\right| \le C(p(t,x;t',x'))^{\gamma}(B(t,\tau))^{-|k|/(2b)}E^d(\tilde{t},\tau), \tag{8}$$

$0<\tau<t\le t'\le T,\ \{x,x',\xi\}\subset R^n,\ 1\le|k|\le 2b,$ де $\tilde{t}\equiv t+\eta(d)(t'-t)\ C>0,\ c>0,\ d\in R$.

Далі припускатимемо, що має місце слабке виродження тобто $A(T,0)<\infty$. У цьому випадку в оцінках (5) – (8) можна вважати, що $d=0$.

2. Означимо простори функцій, які використовуватимуться надалі. Позначимо через $C^{\lambda,\lambda/(2b)}(\Pi_{(0,T]})$, $C^{\lambda,0}(\Pi_{(0,T]})$ і $C^{0,0}(\Pi_{(0,T]})$ простори неперервних функцій $u:\Pi_{[0,T]}\to C_N$, для яких скінченні відповідно норми

$$\|u\|^{\lambda,\lambda/(2b)} \equiv \|u\|^{0,0}+[u]^{\lambda,\lambda/(2b)},\ \ \|u\|^{\lambda,0}\equiv\|u\|^{0,0}+[u]^{\lambda,0}\ \ \text{і}\ \ \|u\|^{0,0},$$

де

$$\|u\|^{0,0} \equiv \sup_{(t,x)\in\Pi_{(0,T]}}|u(t,x)|,\ [u]^{\lambda,\lambda/(2b)} \equiv \sup_{\substack{\{(t,x),(t',x')\}\subset\Pi_{(0,T]}\\(t,x)\ne(t',x')}}\frac{\left|\Delta_{t,x}^{t',x'}u(t,x)\right|}{(p(t,x;t',x'))^{\lambda}},$$

$$[u]^{\lambda,0} \equiv \sup_{\substack{\{x,x'\}\subset R^n\\x\ne x'}}\left(\left|\Delta_x^{x'}u(t,x)\right|\cdot|x-x'|^{-\lambda}\right).$$

За допомогою означених просторів уведемо простір $U^{\gamma,\lambda}(\Pi_{(0,T]})$. Він складається з функцій $u\in C^{0,0}(\Pi_{(0,T]})$, які мають похідні $\partial_x^k u\in C^{\gamma,\gamma/(2b)}(\Pi_{(0,T]})$, $0<|k|<2b$, та похідні $\partial_x^k u\in C^{\gamma,\gamma/(2b)}(\Pi_{(0,T]})$, $|k|=2b$. Клас $C^{2b+\lambda}(R^n)$ складається з функцій $\varphi:R^n\to C_N$, які є неперервними й обмеженими разом із похідними до порядку $2b$ включно та задовольняють умову Гельдера з показником λ.

Ф.м.р. Z породжує об'ємний потенціал

$$u(t,x)\equiv\int_0^t\frac{d\tau}{\alpha(\tau)}\int_{R^n}Z(t,x;\tau,\xi)f(\tau,\xi)d\xi,\quad (t,x)\in\Pi_{(0,T]}. \tag{9}$$

Його властивості залежать від властивостей Z і того, до якого простору належить густина f.

<u>Властивість</u>. Нехай для ядра Z справджуються оцінки (4) – (8) з показником $\gamma > \gamma_0$. Тоді якщо $f \in C^{\lambda,0}\left(\Pi_{(0,T]}\right)$, $\gamma_0 < \lambda < \gamma$, то функція u, яка визначена за формулою (9), належить до класу $U^{\zeta_0,\zeta}\left(\Pi_{(0,T]}\right)$ і справджуються оцінки

$$\left|\partial_x^k u(t,x)\right| \le C(B(t,0))^{(2b-|k|-\gamma_0)/(2b)} \| f \|^{0,0}, \qquad |k| < 2b, \tag{10}$$

$$\left|\partial_x^k u(t,x)\right| \le C(B(t,0))^{(\lambda-\gamma_0)/(2b)} \| f \|^{\lambda,0}, \qquad |k| = 2b, \tag{11}$$

$$\left|\Delta_{t,x}^{t',x'}\partial_x^k u(t,x)\right| \le Cp^{\zeta_0}(B(t,0))^{(2b-|k|-\zeta_0)/(2b)} \| f \|^{\lambda,0}, \quad 0 < |k| \le 2b-1, \quad \zeta_0 \le \gamma, \tag{12}$$

$$\left|\Delta_{t,x}^{t',x'}\partial_x^k u(t,x)\right| \le Cp^{\zeta}(B(t,0))^{(2b-\gamma_0-\zeta)/(2b)} \| f \|^{\lambda,0}, \quad |k| = 2b, \ \ \zeta < \lambda - \gamma_0, \ \ p \equiv p(t,x;t',x'). \tag{13}$$

Доводять дане твердження аналогічно доведенню властивості 10 з [4, с.109] для параболічних систем без виродження.

3. Наведемо основний результат цієї статті.

Теорема. Нехай для коефіцієнтів системи (1) виконуються припущення 1–4 з показниками $\gamma \in (\gamma_0,1)$, $\gamma_0 \in (0,1)$; функція f належить до класу F^{λ}, $\gamma_0 < \lambda < \gamma$, а $\varphi \in C^{2b+\lambda}\left(R^n\right)$. Тоді задача Коші (1), (2) має єдиний розв'язок у класі $U^{\gamma,\lambda-\gamma_0}\left(\Pi_{(0,T_0]}\right)$, $T_0 > 0$.

Доведення. Заміною $v = u - \varphi$ зведемо задачу (1), (2) до задачі Коші з однорідною початковою умовою. Як і в [4], розглянемо послідовність вектор-функцій $\{u_m \mid m = 1,2,...\}$, які задовольняють рівняння

$$\left(\alpha(t)I\partial_t - \beta(t)\sum_{|k|=2b} a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m-1}\right)\partial_x^k\right)u(t,x) = f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m-1}\right), \ m \ge 1, \tag{14_m}$$

$$\left(\alpha(t)I\partial_t - \beta(t)\sum_{|k|=2b} a_k(t,x,0)\partial_x^k\right)u_0(t,x) = f(t,x,0), \tag{14_0}$$

початкові умови

$$u_m(t,x)\big|_{t=0} = 0, \tag{15_m}$$

та визначаються за формулами

$$u_m(t,x) = \int_0^t \frac{d\tau}{\alpha(\tau)} \int_{R^n} Z_m(t,x;\tau,\xi) f\left(\tau,\xi,D_\xi^{2b-1}u_{m-1}\right)d\xi, \ (t,x) \in \Pi_{(0,T]}, \ m \ge 1, \tag{16_m}$$

де Z_m – ф.м.р. такої системи:

$$\left(\alpha(t)I\partial_t - \beta(t)\sum_{|k|=2b} a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m-1}\right)\partial_x^k\right)u(t,x) = 0. \tag{17_m}$$

З умов теореми випливає, що функція u_0, яка визначена за формулою (16_0), є розв'язком системи (14_0) з умовою (15_0). На підставі властивості з п.2 функція u_0 належить до класу $U^{\gamma,\lambda-\gamma_0}\left(\Pi_{(0,T_0]}\right)$ і є в цьому класі єдиним розв'язком розглядуваної системи, що розглядається та задовольняє нерівності (10)–(13) із сталою $C = C_0$.

Виберемо T_0 таким, щоб $C_0 K\left(B(T_0,0)\right)^{(1-\gamma_0)/(2b)} < M$, $B(T_0,0) < 1$, K – стала, що обмежує функції з класу F^{λ}. Розглянемо систему рівнянь (14_1). Коефіцієнти системи $a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_0\right)$, $|k| = 2b$, з урахуванням вибору $T_0 > 0$ та означення класу $U^{\gamma,\lambda-\gamma_0}\left(\Pi_{(0,T_0]}\right)$, задовольняють умови (1)–(4) з тими самими показниками γ і γ_0. Тому існує ф.м.р. Z_1, для якої справджуються оцінки (4) – (8). Функція $f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_0\right)$ належить до класу F^{λ}. Отже, розв'язок задачі (14_1), (15_1) визначається за формулою (16_1). Використовуючи властивість, одержимо

$$\left|\partial_x^k u_1(t,x)\right| < M, \quad |k| \le 2b-1, \tag{18_1}$$

$$\left|\partial_x^k u_1(t,x)\right| \le M_1\left(B(t,0)\right)^{(\lambda-\gamma_0)/(2b)}, \quad |k| \le 2b, \tag{19_1}$$

$$\left|\Delta_{t,x}^{t',x'}\partial_x^k u_1(t,x)\right| \le MP_{\zeta|k|}, \quad |k| \le 2b, \tag{20_1}$$

де $P_{\zeta|k|} = p^{\gamma}$, якщо $|k| < 2b$ і $P_{\zeta|k|} = p^{\lambda-\gamma_0}$, якщо $|k| = 2b$.

За індукцією встановлюємо існування послідовності розв'язків $\{u_m | m = 1,2,...\}$, для яких правильні оцінки (18_m)-(20_m) в шарі $\Pi_{(0,T_0]}$. Ці розв'язки будуть єдиними розв'язками задачі Коші (14_m), (15_m) у класі $U^{\gamma,\lambda-\gamma_0}\left(\Pi_{(0,T_0]}\right)$.

Для доведення збіжності послідовності $\{u_m | m = 1,2,...\}$ розглянемо функції $\varepsilon_m = \sup\limits_{x\in R^n}\sum\limits_{|k|<2b}\left|\partial_x^k(u_m - u_{m-1})\right|$, $u_{-1} \equiv 0$, $m = 1,2,...$.

Використовуючи (14_m), (14_{m+1}), запишемо рівняння для різниці $u_{m+1}(t,x) - u_m(t,x)$:

$$\left(\alpha(t)I\partial_t - \beta(t)\sum_{|k|=2b} a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_m\right)\partial_x^k\right)\left(u_{m+1}(t,x) - u_m(t,x)\right) =$$
$$= \beta(t)\sum_{|k|=2b}\left(a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_m\right) - a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m-1}\right)\right)\partial_x^k u_m(t,x) +$$
$$+ f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_m\right) - f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m-1}\right) \equiv \Phi(t,x), \quad \left.(u_{m+1} - u_m)\right|_{t=0} = 0,$$

і

$$u_{m+1}(t,x) - u_m(t,x) = \int_0^t \frac{d\tau}{\alpha(\tau)}\int_{R^n} Z_{m+1}(t,x;\tau,\xi)\Phi(\tau,\xi)d\xi\,. \tag{21}$$

За допомогою (18_m), умови 2) і F_2 маємо

$$
\begin{aligned}
&\left|\Phi(t,x)\right| \le \beta(T) \sum_{|k|=2b} \left| a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_m\right) - a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m-1}\right)\right| \cdot \left|\partial_x^k u_m(t,x)\right| + \\
&+\left| f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_m\right) - f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m-1}\right)\right| \le C \sum_{|k|=2b} \left|\partial_x^k\left(u_m-u_{m-1}\right)\right| \le C\varepsilon_m(t).
\end{aligned} \tag{22}
$$

Використовуючи (4), (21), (22), одержимо нерівність

$$
\varepsilon_{m+1}(t) \le C\int_0^t \left(B(t,\tau)\right)^{-1+1/(2b)} \varepsilon_m(\tau)\frac{d\tau}{\alpha(\tau)}, \qquad m=0,1,2,\dots . \tag{23}
$$

З нерівності (23) за допомогою 4) маємо

$$
\begin{aligned}
&\varepsilon_1(t) \le C \sup_{t\in(0,T_0]} \varepsilon_0(t) \int_0^t \left(B(t,\tau)\right)^{-1+(\gamma_0+1-\gamma_0)/(2b)} \frac{d\tau}{\alpha(\tau)} \le \\
&\le C \sup_{t\in(0,T_0]} \varepsilon_0(t)\left(B(t,0)\right)^{(1-\gamma_0)/(2b)} I_{1-\gamma_0/(2b)}(0,t,t) \le CL \sup_{t\in(0,T_0]} \varepsilon_0(t)\left(B(t,0)\right)^{1-\gamma_0/(2b)}.
\end{aligned}
$$

За індукцією одержимо

$$
\varepsilon_m(t) \le \left(CL\left(B(t,0)\right)^{(1-\gamma_0)/(2b)}\right)^m \sup_{t\in(0,T_0]} \varepsilon_0(t), \qquad m=1,2,\dots . \tag{24}
$$

Ряд $\sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m$ є рівномірно збіжним на $[0,T_0]$, де число T_0 таке, що

$$
CL\left(B(T_0,0)\right)^{(1-\gamma_0)/(2b)} < 1. \tag{25}
$$

Оскільки $\sum_{m=0}^{\infty}\left|\partial_x^k\left(u_m-u_{m-1}\right)\right| \le \sum_{m=0}^{\infty}\varepsilon_m$, то послідовність $\left\{\partial_x^k u_m \,\middle|\, |k|<2b,\ m=1,2,\dots\right\}$ є рівномірно збіжною в шарі $\Pi_{(0,T_0]}$.

Розглянемо послідовність похідних $\left\{\partial_x^k u_m \,\middle|\, |k|=2b,\ m=1,2,\dots\right\}$. З оцінок ($18_m$)-($20_m$) випливає її компактність в кожному циліндрі $V_{r,\tau} \equiv \left\{(t,x)\in\Pi_{(0,T_0]} \,\middle|\, |x|=r,\ t\in(0,\tau]\right\}$. Тому існує підпослідовність $\left\{\partial_x^k u_{m_j} \,\middle|\, |k|=2b,\ j=1,2,\dots\right\}$, яка є рівномірно збіжною в кожному циліндрі $V_{r,\tau}$. Доведемо рівномірну в $V_{r,\tau}$ збіжність підпослідовності $\left\{\alpha(t)\partial_t u_{m_j}(t,x)\right\}$. За допомогою $\left(14_{m_{j+p}}\right)$ і $\left(14_{m_j}\right)$ запишемо

$$
\begin{aligned}
&\alpha(t)\partial_t\left(u_{m_{j+p}}-u_{m_j}\right) = \beta(t)\sum_{|k|=2b}\left(a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m_{j+p-1}}\right) - a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m_{j-1}}\right)\right)\times \\
&\times\partial_x^k u_{m_{j+p}} + \beta(t)\sum_{|k|=2b} a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m_{j-1}}\right)\partial_x^k\left(u_{m_{j+p}}-u_{m_j}\right) + f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m_{j+p-1}}\right) - \\
&- f\left(t,x,D_x^{2b-1}u_{m_{j-1}}\right), \qquad p=1,2,\dots .
\end{aligned}
$$

Оскільки для $|k|=2b$ рівномірно у $V_{r,\tau}$ збігається підпослідовність $\left\{\partial_x^k u_{m_j}\right\}$, а для $|k|<2b$ вся послідовність $\left\{\partial_x^k u_m\right\}$, коефіцієнти a_k, $|k|=2b$, і f задовольняють умову

Ліпшиця, то $\forall \varepsilon > 0 : \left| \alpha(t) \partial_t \left(u_{m_{j+p}} - u_{m_j} \right) \right| < \varepsilon$ для досить великого номера j та довільного додатного p в $V_{r,\tau}$. Тобто підпослідовність $\{ \alpha(t) \partial_t u_{m_j} \}$ рівномірно збігається в кожному циліндрі $V_{r,\tau}$.

Спрямуємо в (14_{m_j}) m_j до нескінченності, тоді одержимо, що гранична функція u є розв'язком системи (1) з класу $U^{\gamma,\lambda-\gamma_0}\left(\Pi_{(0,T_0]}\right)$. Доведемо єдиність отриманого розв'язку. Нехай, крім побудованого розв'язку u, є ще розв'язок $\overline{u}$ задачі Коші (1), (2) з класу $U^{\gamma,\lambda-\gamma_0}\left(\Pi_{(0,T_0]}\right)$. Тоді для їх різниці маємо рівняння

$$\alpha(t) \partial_t w(t,x) - \beta(t) \sum_{|k|=2b} a_k \left(t, x, D_x^{2b-1} \overline{u}(t,x)\right) \partial_x^k w(t,x) = \Phi_1(t,x),$$

$$w(t,x) \equiv u(t,x) - \overline{u}(t,x), \qquad w(t,x)\big|_{t=0} = 0,$$

де $\Phi_1(t,x) \equiv \beta(t) \sum\limits_{|k|=2b} \left(a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}u\right) - a_k\left(t,x,D_x^{2b-1}\overline{u}\right)\right) \partial_x^k u(t,x) + f\left(t,x,D_x^{2b-1}u\right) - f\left(t,x,D_x^{2b-1}\overline{u}\right)$,

причому для розв'язку w правильне таке зображення:

$$w(t,x) = \int_0^t \frac{d\tau}{\alpha(\tau)} \int_{R^n} Z(t,x;\tau,\xi) \Phi_1(\tau,\xi) d\xi . \tag{26}$$

З (26) за допомогою властивостей Z, означення класу F^λ і $U^{\gamma,\lambda-\gamma_0}$, одержимо нерівність

$$\partial_x^k w(t,x) \le C \int_0^t (B(t,\tau))^{-|k|/(2b)} W_0(\tau) \frac{d\tau}{\alpha(\tau)}, \tag{27}$$

де $W_0(\tau) \equiv \sup\limits_{x \in R^n} \sum\limits_{|k|<2b} \left| \partial_x^k w(t,x) \right|$.

З нерівності (27) отримуємо

$$\int_0^t W_0(\tau) \frac{d\tau}{\alpha(\tau)} \le C(B(t,0))^{(1-\gamma_0)/(2b)} \int_0^t W_0(\tau) \frac{d\tau}{\alpha(\tau)}, \quad t \in (0, T_0].$$

Звідси випливає, що $W_0(t) = 0$ для тих значень $t \in (0,T_0]$, які задовольняють умову $C(B(t,0))^{(1-\gamma_0)/(2b)} < 1$, тобто $w(t,\cdot) = 0$ для таких t. Повторюючи ці міркування потрібну кількість разів, одержимо, що $w \equiv 0$ в шарі $\Pi_{(0,T_0]}$.

1. Возняк О.Г., Івасишен С.Д. Задача Коші для параболічних систем з виродженням на початковій гіперплощині // Доп. НАН України. 1994. № 6. С. 7-11. 2. Возняк О.Г., Івасишен С.Д. Фундаментальні матриці розв'язків задачі Коші для параболічних систем з виродженням на початковій гіперплощині / Чернівець. Ун-т. Чернівці, 1995. 51 с. Деп в ДНТБ України 12.07.95, № 1808-Ук95. 3. Мединський І.П. Про властивості фундаментальної матриці розв'язків задачі Коші для параболічної системи з виродженням на початковій гіперплощині // Вісник ДУ "Львівська політехніка". 1999. № 364. С. 298-307. 4. Эйдельман С.Д. Параболические системы. М., 1964.