Покажемо тепер, що $[C_1, C_i] = C_{i+1}$. За теоремою Ріма [2], [6] (див. також [3], ст.134-135) будь-який нецентральний нормальний дільник в $D^{(1)}$ є відкритим. Тоді існує j таке, що $[C_1, C_i] \supset C_j$, причому можна вважати, що j – мінімальне число з такою властивістю. Припустимо, що $j > i+1$, тоді $j - 2 \geq i$, тому, використовуючи (**), отримуємо $[C_1, C_i] \supset [C_1, C_{j-2}]\ C_j = C_{j-1}$, що суперечить означенню j. Тобто $j = i+1$ і твердження 1) доведено. З твердження 1) теореми тепер випливає, що $[C_0, C_i] \supset [C_1, C_i]=C_{i+1}$, тому для доведення твердження 2) досить показати, що

$$\rho_i\,([C_0, C_i\,]) = \begin{cases} 1, \text{якщо} \quad i \neq 0 \bmod n \\ 0, \ \text{якщо} \ \ i = \ 0 \bmod n. \end{cases}$$

Нехай для цього $x \in U_D$, $i \geq 1$, $y = 1 + a\,\Pi^i$, тоді $\rho_i([x,y]) = \ \overline{x}\,\sigma^{\,i}\ \sigma(\overline{x})^{-1}$ - 1)a . Якщо $i = 0 \bmod n$, то $\rho_i([x,y]) = 0$. Якщо ж $i \neq 0 \bmod n$, то за лемою 5 існує такий елемент $\alpha \in l^{(1)}$, що $\sigma^{\,i}\,(\alpha) \ \neq \alpha$. Тоді, вибравши елемент $x \in D^{(1)}$ такий, що $\overline{x} = \alpha$, отримаємо, що $\rho_i([C_0, C_i]) = l$. Для завершення доведення теореми зауважимо, що

$$[C_0, C_0] \subset C_1 = [C_0, C_1].$$

Отже, $[C_0, C_0] = C_1$.

1. Ax J. The elementary theory of finite field // Ann. Math. 88. 1968. № 2. P. 239–271. 2. Riehm C. The norm 1 group of p-adic division algebra // Amer. J. Math. 1970. Vol.92. 2. P. 499–523. 3. Платонов В.П., Рапинчук А.С. Алгебраические группы и теория чисел. М., 1991. 4. Serre J.P. Corps locaux. Paris, Hermann, 1962. 5. Стахів Л.Л. Про приведену групу Уайтхеда для тіл над псевдолокальними полями // Вісн. ЛДУ. Сер. Мех-мат. 1998. Вип.49. С. 5–9. 6. Riehm C. The congruence subgroup problem over local fields // Amer. J. Math. 1970. Vol.92. 3. P.771–778.

УДК 517.948

Столярчук Р.Р.
НУ “Львівська політехніка”, кафедра ОМП

ДВОСТОРОННЯ АПРОКСИМАЦІЯ РОЗВ’ЯЗКІВ ОДНОГО КЛАСУ НЕЯВНО ЗАДАНИХ РІВНЯНЬ

© Столярчук Р.Р., 2000

Two-sided Kurpel’s type method for differential equations in implicit form were constructed. New theorems about monocity were proved.

Двосторонні ітераційні методи чаплигінського типу для рівняння $x = fx$, де f – нелінійний оператор у деякому напіввпорядкованому просторі E мають квадратичний характер збіжності за припущенням про монотонність та опуклість оператора f.

Для обґрунтування двостороннього методу Н.Бабкіна [1,2] не вимагається опуклості оператора f. Однак метод Бабкіна має лінійну швидкість збіжності.

М. Курпель запропонував двосторонній метод з квадратичною швидкістю збіжності [3] (див. також [4, 5]), для обґрунтування якого не конче потрібно, щоби оператор f був монотонним і опуклим.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

У цій статті запропоновано двосторонній алгоритм, який охоплює метод Чаплигіна, Бабкіна і Курпеля для рівняння вигляду

$$T(Lx,x,x)=\theta \qquad (1)$$

з умовою $Sx=r$ (2).

Задається неперервний за всіма аргументами оператор $T(p,y,z)$ для якого

$T(p,y,z){:}E\times E_0\times E_0\to E$, $L,S{:}E_0\to E$, де $E_0=[y_0,z_o]$ $(y_{0\le}z_0)$ – відрізок у напіввпорядкованому банаховому просторі E, S – неперервний оператор, L – лінійний оператор, який має обмежений неперервний додатній обернений оператор L^{-1}. Вимагаємо неперервності оператора $T(p,y,z)$ в $E\times E_0\times E_0$.

Дослідження запропонованого алгоритму використовує ідеї із [4, 5, 6]. В наступному викладі оператор $F(p,x)=T(p,x,x)$ не тільки може бути недиференційовним за p,x а також може бути немонотонним та неопуклим щодо x. За певних припущень пропонований алгоритм має надлінійну, зокрема квадратичну швидкість збіжності.

Нехай справджуються такі умови :

А) задані додатні, лінійні, неперервні щодо ω, неперервні за y,z оператори $G_1(y,z)\omega, G_2(y,z)\omega, \alpha_1(y,z)\omega, \alpha_2(y,z)\omega$, Hp – лінійний неперервний оператор, для яких при $y\le z$, $p\le q$ $p,q\in E$, $y,z\in E_0$ справджуються нерівності

$$\begin{gathered}-H(q-p)\le T(q,x,x)-T(p,x,x),\\ T(p,z,x)-T(p,y,x)\ge(G_1(y,z)+\alpha_1(y,z))(z-y),\\ T(p,x,z)-T(p,x,y)\le-(G_2(y,z)+\alpha_2(y,z))(z-y);\end{gathered} \qquad (4)$$

Б) припускатимемо, що оператори $G_1(y,z)\omega$ та $G_2(y,z)\omega$ – не спадають щодо y та z ;

В) якщо $S\omega=\theta, St=\theta$, $Sy=Sz=r$ то кожна з наступних нерівностей

$$\begin{gathered}-HL\omega+G_1(y,z)\omega+G_2(y,z)t\le\theta\\ -HLt+G_1(y,z)t+G_2(y,z)\omega\le\theta\end{gathered} \qquad (5)$$

призводить до нерівностей $\omega\ge\theta$ та $t\ge\theta$.

Розглянемо наступний ітераційний процес :

$$\begin{gathered}-HL(y_{n+1}-y_n)+G_1(y_n,y_n)(y_{n+1}-y_n)--G_2(y_n,z_n)(z_{n+1}-z_n)+\\ T(Ly_n,y_n,z_n)=0\end{gathered} \qquad (6)$$

$$\begin{gathered}-HL(z_{n+1}-z_n)+G_1(y_n,y_n)(z_{n+1}-z_n)++\alpha_1(y_n,y_n)(z_{n+1}-z_n)-\\ -G_2(y_n,y_n)(y_{n+1}-y_n)-\alpha_2(y_n,y_n)(y_{n+1}-y_n)+T(Lz_n,z_n,y_n)=0\end{gathered}$$

вважаючи, що для кожного $n=0,1\ldots$ система (6) має єдиний розв'язок (y_{n+1},z_{n+1}).

Теорема 1: Нехай справджуються умови А) – В) і, крім того нехай для y_0,y_1,z_0,z_1, які задовольняють (6) при $n=0$ (6), справджуються співвідношення

$$y_0\le y_1\le z_1\le z_0. \qquad (7)$$

Тоді будуть справедливими оцінки:

$$y_n\le y_{n+1}\le z_{n+1}\le z_n. \qquad (8)$$

Доведення: Доведемо, що $y_1\le y_2$, $z_2\le z_1$.З (6) при $n=1$ та при $n=0$ отримаємо

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$0=-HL(y_2-y_1)+G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)--G_2(y_1,y_{1_1})(z_2-z_1)+T(Ly_1,y_1,z_1)++HL(y_1-y_0)-$$
$$-G_1(y_0,y_0)(y_1-y_0)++G_2(y_0,y_0)(z_1-z_0)-T(Ly_0,y_0,z_0)=-HL(y_2-y_1)++HL(y_1-y_0)+$$
$$+G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)-G_1(y_0,y_0)(y_1-y_0)-G_2(y_1,y_1)(z_2-z_1)+G_2(y_0,y_0)(z_1-z_0)+$$
$$T(Ly_1,y_1,z_1)-T(Ly_0,y_1,z_1)+T(Ly_0,y_1,z_1)-T(Ly_0,y_0,z_1)+T(Ly_0,y_0,z_1)-T(Ly_0,y_0,z_0)$$

Звідси, використовуючи умову А), отримаємо

$$0\geq -HL(y_2-y_1)+HL(y_1-y_0)+G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)-G_1(y_0,y_0)(y_1-y_0)-$$
$$G_2(y_1,y_1)(z_2-z_1)+G_2(y_0,y_0)(z_1-z_0)-HL(y_1-y_0)+G_1(y_0,y_1)(y_1-y_0)+$$
$$+\alpha_1(y_0,y_1)(y_1-y_0)+G_2(z_1,z_0)(z_0-z_1)+\alpha_2(z_1,z_0)(z_0-z_1)=-HL(y_2-y_1)+$$
$$+G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)-G_2(y_1,y_1)(z_2-z_1)+[G_1(y_0,y_1)-G_1(y_0,y_0)](y_1-y_0)+$$
$$+\alpha_1(y_0,y_1)(y_1-y_0)+[G_2(z_1,z_0)-G_2(y_0,y_0)](z_0-z_1)+\alpha_2(z_1,z_0)(z_0-z_1)$$

Скориставшись умовою В) та з нерівності(6) отримаємо

$$0\geq -HL(y_2-y_1)+G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)+G_2(y_1,y_1)(z_1-z_2)$$

Крім того, при $n=0$ та при $n=1$ отримаємо

$$0=-HL(z_1-z_0)+G_1(y_0,y_0)(z_1-z_0)+\alpha_1(y_0,y_0)(z_1-z_0)-G_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)-$$
$$-\alpha_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)+T(Lz_0,z_0,y_0)+HL(z_2-z_1)-G_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)-$$
$$-\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)+G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-T(Lz_1,z_1,y_1)=$$
$$=-HL(z_1-z_2)+G_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+$$
$$\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_{_1})+HL(z_0-z_1)-G_1(y_0,y_0)(z_0-z_1)-\alpha_1(y_0,y_0)(z_0-z_1)-$$
$$G_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)-\alpha_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)+T(Lz_0,z_0,y_0)-T(Lz_1,z_0,y_0)+$$
$$+T(Lz_1,z_0,y_0)-T(Lz_1,z_1,y_0)+T(Lz_1,z_1,y_0)-T(Lz_1,z_1,y_1)$$

Знову використовуючи умову А), отримаємо

$$0\geq\_HL(z_1-z_2)+G_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+$$
$$+\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+HL(z_0-z_1)-G_1(y_0,y_0)(z_0-z_1)-\alpha_1(y_0,y_0)(z_0-z_1)-$$
$$-G_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)-\alpha_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)-HL(z_0-z_1)+G_1(z_1,z_0)(z_0-z_1)+$$
$$+\alpha_1(z_1,z_0)(z_0-z_1)-G_2(y_1,y_0)(y_0-y_1)-\alpha_2(y_1,y_0)(y_0-y_1)=$$
$$=-HL(z_1-z_2)+G_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+$$
$$+\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-G_1(y_0,y_0)(z_0-z_1)-\alpha_1(y_0,y_0)(z_0-z_1)+G_1(z_1,z_0)(z_0-z_1)+$$
$$+\alpha_!(z_1,z_0)(z_0-z_1)-G_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)-\alpha_2(y_0,y_0)(y_1-y_0)+G_2(y_1,y_0)(y_1-y_0)+$$
$$+\alpha_2(y_1,y_0)(y_1-y_0)=-HL(z_1-z_2)+G_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+$$
$$+\alpha_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-[G_1(y_0,y_0)-G_1(z_1,z_0)](z_0-z_1)-[\alpha_1(y_0,y_0)-$$
$$-\alpha_1(z_1,z_0)](z_0-z_1)-[G_2(y_0,y_0)-G_2(y_1,y_0)](y_1-y_0)-[\alpha_2(y_0,y_0)-\alpha_2(y_1,y_0)](y_1-y_0)$$

Завдяки умові Б) та співвідношенням(7) отримаємо

$$0\geq -HL(z_1-z_2)+G_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)+G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)$$

Отже, можна посилатися на умову В) для підтвердження нерівностей

$$y_1\leq y_2, z_2\leq z_1.$$

Переконаємося у справедливості нерівності $y_2\leq z_2$. Маємо

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$0=-HL(z_2-z_1)+G_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)-$$
$$-G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+T(Lz_1,z_1,y_1)+$$
$$+HL(y_2-y_1)-G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)+G_2(y_1,y_1)(z_2-z_1)-$$
$$-T(Ly_1,y_1,z_1)$$
$$0=-HL(z_2-y_2)-HL(y_2-z_1)+G_1(y_1,y_1)(z_2-y_2)-$$
$$-G_1(y_1,y_1)(z_1-y_2)+G_2(y_1,y_1)(z_2-y_2)-G_2(y_1,y_1)(z_1-y_2)+$$
$$+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+T(Lz_1,z_1,y_1)-$$
$$-T(Ly_1,z_1,y_1)+T(Ly_1,z_1,y_1)-T(Ly_1,y_1,y_1)+T(Ly_1,y_1,y_1)-$$
$$-T(Ly_1,y_1,z_1)$$
$$0\ge -HL(z_2-y_2)+G_1(y_1,y_1)(z_2-y_2)+G_2(y_1,y_1)(z_2-y_2)-$$
$$-HL(y_2-z_1)-G_1(y_1,y_1)(z_1-y_2)-G_2(y_1,y_1)(z_1-y_2)+$$
$$+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-HL(z_1-y_1)+$$
$$+G_1(y_1,z_1)(z_1-y_1)+\alpha_1(y_1,z_1)(z_1-y_1)-G_2(z_1,y_1)(y_1-z_1)-$$
$$-\alpha_2(z_1,y_1)(y_1-z_1)=-HL(z_2-y_2)+G_1(y_1,y_1)(z_2-y_2)+$$
$$+G_2(y_1,y_1)(z_2-y_2)-HL(y_2-y_1)-[G_1(y_1,y_1)+G_2(y_1,y_1)](z_1-$$
$$-y_2)-\alpha_1(y_1,y_1)(z_1-z_2)-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+[G_1(y_1,z_1)+$$
$$+\alpha_1(y_1,z_1)](z_1-y_1)+[G_2(z_1,y_1)+\alpha_2(z_1,y_1)](z_1-y_1)$$
$$0\ge -HL(z_2-y_2)+G_1(y_1,y_1)(z_2-y_2)+G_2(y_1,y_1)(z_2-y_2)$$

Це дає нам змогу використати умову В) при $\omega=t=z_2-y_2$, що призводить до нерівностей $z_2-y_2\ge\theta$

Тобто, із співвідношень $y_0\le y_1\le z_1\le z_0$ випливають співвідношення

$$y_1\le y_2\le z_2\le z_1.$$

Посилання на принцип індукції дає підставу вважати нерівності (8) доведеними.

Теорема 2. Нехай справджуються умови теореми 1, причому існує розв’язок x^* задачі (1), (2) для якого справджуються співвідношення

$$y_0\le y_1\le x^*\le z_1\le z_0. \tag{9}$$

Тоді для $n=0,1\ldots$ правдиві співвідношення

$$y_n\le y_{n+1}\le x^*\le z_{n+1}\le z_n. \tag{10}$$

Доведення: Як і при доведенні теореми 1, можна переконатися, що

$$y_1\le y_2\le z_2\le z_1.$$

Доведемо співвідношення $y_2\le x^*\le z_2$.

Оскільки x^* є розв’язком задачі (1), (2), то використавши міркування, схожі до тих, які використані для доведення співвідношень $y_1\le y_2$, $z_1\le z_2$, знайдемо

$$T(Lx^*,x^*,x^*)+HL(y_2-y_1)-G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)++G_2(y_1,y_1)(z_2-z_1)-T(Ly_1,y_1,z_1)$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$0=T(Lx^*,x^*,x^*)-T(Ly_1,x^*,x^*)+T(Ly_1,x^*,x^*)-T(Ly_1,y_1,x^*)+T(Ly_1,y_1,x^*)-$$
$$-T(Ly_1,y_1,z_1)+HL(y_2-y_1)-G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)+G_2(y_1,y_1)(z_2-z_1)\geq$$
$$-HL(x^*-y_1)+G_1(y_1,x^*)(x^*-y_1)++\alpha_1(y_1,x^*)(x^*-y_1)-G_2(z_1,x^*)(x^*-z_1)-$$
$$-\alpha_2(z_1,x^*)(x^*-z_1)+HL(y_2-y_1)-G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)+G_2(y_1,y_1)(z_2-z_1)=$$
$$=-HL(x^*-y_2)-HL(y_2-y_1)+G_1(y_1,x^*)(x^*-y_2)+G_1(y_1,x^*)(y_2-y_1)+$$
$$+\alpha_1(y_1,x^*)(x^*-y_1)-G_2(z_1,x^*)(x^*-z_1)-\alpha_2(z_1,x^*)(x^*-z_1)+HL(y_2-y_1)-$$
$$-G_1(y_1,y_1)(y_2-y_1)+G_2(y_1,y_1)(z_2-x^*)+G_2(y_1,y_1)(x^*-z_1)$$

$$0=-HL(x^*-y_2)+G_1(y_1,x^*)(x^*-y_2)+G_2(y_1,y_1)(z_2-x^*)+[G_1(y_1,x^*)-$$
$$-G_1(y_1,y_1)](y_2-y_1)-[G_2(z_1,x^*)-G_2(y_1,y_1)](x^*-z_1)+\alpha_1(y_1,x^*)(x^*-y_1)-$$
$$-\alpha_2(z_1,x^*)(x^*-z_1)$$

Використавши умову Б) та співвідношення (8), отримаємо

$$0\geq-HL(x^*-y_2)+G_1(y_1,y_1)(x^*-y_2)+G_2(y_1,y_1)(z_2-x^*)$$

З другої з рівностей (6) при $n=1$ та з того, що x^* – є розв'язком задачі (1), (2) випливає

$$-HL(z_2-z_1)+G_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)-G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-$$
$$-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+T(Lz_1,z_1,y_1)-T(Lx^*,x^*,x^*)=-HL(z_2-z_1)+$$
$$+G_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)-G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)+$$
$$+T(Lz_1,z_1,y_1)-T(Lx^*,z_1,y_1)+T(Lx^*,z_1,y_1)-T(Lx^*,x^*,y_1)+T(Lx^*,x^*,y_1)-$$
$$-T(Lx^*,x^*,x^*)$$

Використовуючи умову А), отримаємо

$$0=-HL(z_2-z_1)+G_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-z_1)-G_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-$$
$$-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-y_1)-HL(z_1-x^*)+G_1(x^*,z_1)(z_1-x^*)+\alpha_1(x^*,z_1)(z_1-x^*)-$$
$$-G_2(x^*,y_1)(y_1-x^*)-\alpha_2(x^*,y_1)(y_1-x^*)=-HL(z_2-x^*)-HL(x^*-z_1)+$$
$$+G_1(y_1,y_1)(z_2-x^*)+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-x^*)+G_1(y_1,y_1)(x^*-z_1)+\alpha_1(y_1,y_1)(x^*-z_1)-$$
$$-G_2(y_1,y_1)(y_2-x^*)-G_2(y_1,y_1)(x^*-y_1)-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-x^*)-\alpha_2(y_1,y_1)(x^*-y_1)+$$
$$+HL(x^*-z_1)+G_1(x^*,z_1)(z_1-x^*)+\alpha_1(x^*,z_1)(z_1-x^*)-G_2(x^*,y_1)(y_1-x^*)-$$
$$-\alpha_2(x^*,y_1)(y_1-x^*)=-HL(z_2-x^*)+G_1(y_{1,},y_1)\{z_2-x^*)+G_2(y_1,y_1)(x^*-y_2)+$$
$$+\alpha_1(y_1,y_1)(z_2-x^*)+[G_1(x^*,z_1)-G_1(y_1,y_1)](z_1-x^*)+[\alpha_1(x^*,z_1)-$$
$$-\alpha_1(y_1,y_1)](z_1-x^*)+[G_2(x^*,y_1)-G_2(y_1,y_1)](x^*-y_1)-\alpha_2(y_1,y_1)(y_2-x^*)-$$
$$-\alpha_2(x^*,y_1)(y_1-x^*)$$

Скориставшись з умови А) та співвідношень (8), отримаємо

$$0\geq-HL(z_2-x^*)+G_1(y_1,y_1)(z_2-x^*)+G_2(y_1,y_1)(x^*-y_2)$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Тому з умови В) випливає, що $y_2 \le x^*$ $x^* \le z_2$.

Отже, принцип індукції дає підставу вважати теорему доведеною.

1. Бабкин Б.Н. О приближенном решении методом С.А.Чаплыгина обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка, неразрешенных относительно производной. ПММ. 17. 1953. С.634–648. 2. Rabczuk R. Elementy nierownosci rozniczkowych. Warczawa, 1976. 3. Курпель М.С. Про деякі модифікації методу С.О. Чаплигіна наближеного інтегрування диференціальних рівнянь // Доп. АН УРСР. Сер. А. 1969. № 4. С. 303–306. 4. Курпель Н.С. Некоторые обобщения и модификации метода С.А. Чаплыгина: В кн. Приближенные и качественные методы теории дифференциальных и интегральных уравнений. К., 1971. С. 51–72. 5. Курпель Н.С., Шувар Б.А. Двусторонние операторные неравенства и их применения. К., 1980. 6. Шувар Б.А. Двусторонние итерационные методы решения нелинейных уравнений в полуупорядоченных пространствах. В кн.: Второй симпозиум по методам решения нелинейных уравнений и задач оптимизации. Т.1. Таллин, 1981. С.68–73.

УДК 517.524

Сусь О.М., Кучмінська Х.Й.*, Возна С.М.*
ІППММ НАН України
*НУ “Львівська політехніка”, кафедра обчислювальної математики і програмування

ДІЙСНА ТА УЯВНА ЧАСТИНИ ДЛЯ ЗАЛИШКІВ ДВОВИМІРНОГО НЕПЕРЕРВНОГО ДРОБУ

© Сусь О.М., Кучмінська Х.Й., Возна С.М., 2000

Bounds for the real and imaginary parts of remainders of a two-dimensional continued fractions with complex elements have been obtained under some conditions on coefficients of the two-dimensional continued fraction and using the representation of these real and imaginary parts.

За допомогою одержаних формул для дійсної та уявної частини залишків двовимірного неперервного дробу для них встановлено оцінки при певних умовах на коефіцієнти двовимірного неперервного дробу.

Під час дослідження збіжності багатовимірних узагальнень неперервних дробів широко використовують оцінки, встановлені для їх залишків методом мажорант [1].Для інтегральних та гіллястих неперервних дробів запропоновано також інший підхід до отримання оцінок залишків з використанням їх зображень у вигляді дійсної та уявної частини [2].

Виведемо формули для дійсної та уявної частин для залишків двовимірного неперервного дробу (ДНД).

Розглянемо ДНД вигляду

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua