

СПОСОБИ ФОРМУВАННЯ ДИНАМІЧНИХ МАКРОМОДЕЛЕЙ ПІДСХЕМ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ В МЕТОДІ РОЗДІЛЬНОГО ІНТЕГРУВАННЯ

© Рендзіняк С.Й., 2007

Запропоновано застосувати динамічні макромоделі підсхем для встановлення зв'язків між ними в методі роздільного інтегрування, що вирішує значною мірою проблему стійкості обчислювального процесу знаходження динамічних режимів складних електричних кіл по частинах. Наведено приклад формування динамічної макромоделі підсхеми в розробленому програмному комплексі.

Dynamic macromodel of subcircuits for matching determination for multirate method is proposed. This approach substantially ensures numerical stability of transient processes simulation of large scale electrical circuits by partitioning. An example of dynamic macromodel of subcircuit formation in developed software is shown.

Постановка проблеми. Проблема стійкості обчислювального процесу розрахунку динамічних режимів складних електричних кіл методами, у яких реалізовано діакоптичний підхід, виникає за необхідністю узгоджувати розв'язки підсхем з затримкою в часі, що є притаманним для явних чисельних методів [1–3]. Актуальною задачею дослідження є розроблення нових підходів щодо узгодження підсхем з урахуванням їх динамічних властивостей.

Аналіз результатів останніх досліджень і задачі досліджень. Відомі методи формування зв'язків між підсхемами за допомогою додаткових змінних, які подаються на схемотехнічному рівні як джерела напруги чи струму [4], навіть з урахуванням вхідних опорів підсхем-багатополосників, не вирішують проблему стійкості для широкого кола актуальних задач. Застосування динамічних макромоделей підсхем [5] дозволяє врахувати не тільки статичні властивості суміжних підсхем, а також й динамічні тою мірою, у якій вони відображені в макромоделях. Тут відкриваються широкі перспективи створення діакоптичних математичних моделей електричних схем, паралелізації діакоптичних методів і їх практичної реалізації.

Виклад основного матеріалу. Нехай математична модель підсхеми подана системою диференціальних рівнянь у формі Коші та вихідними рівняннями

$$\begin{cases} \mathbf{M} \frac{d\mathbf{x}}{dt} = \mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}\mathbf{s} + \mathbf{B}\mathbf{v}, \\ \mathbf{w} = \mathbf{D}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{W}\mathbf{s} + \mathbf{H}\mathbf{v}. \end{cases}$$

Необхідно отримати математичну модель згорнутої підсхеми з змінними стану $\mathbf{z} = \mathbf{D}\mathbf{x}$

$$\begin{cases} \mathbf{M}'' \frac{d\mathbf{z}}{dt} = \mathbf{P}''\mathbf{z} + \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}''\mathbf{s} + \mathbf{v}, \\ \mathbf{w} = \mathbf{z} + \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{W}\mathbf{s} + \mathbf{H}\mathbf{v}. \end{cases} \quad (1)$$

Порівняння складових з матричними компонентами, які пов'язані з вектором змінних стану базової підсхеми, дало змогу визначити параметри консервативних складових \mathbf{M}'' динамічного

багатополосника згідно з першою умовою редукції підсхеми [5]: група рівнянь, яка описує базову підсхему, повинна збігатися з відповідною групою рівнянь всієї схеми. Звідки отримуємо вираз

$$\mathbf{M}'' = \left(\mathbf{D} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B} \right)^{-1}.$$

Знаходження дисипативних складових параметрів системи рівнянь згорнутої математичної моделі підсхеми з відомої математичної моделі підсхеми. Подальший аналіз складових вимагає порівняння неквадратних матриць, що потребує додаткових умов. Так дисипативні складові визначимо з другої умови редукції підсхеми: *усталені режими вихідної та згорнутої математичних моделей підсхеми після завершення перехідного процесу повинні збігатися.*

Для стійких підсхем математично ця умова означає однакові розв'язки систем алгебричних рівнянь, утворених з систем диференціальних рівнянь за умови рівності нулю всіх похідних

$$\mathbf{P}\mathbf{x} + \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}\mathbf{s} + \mathbf{B}\mathbf{v} = \mathbf{0}, \quad (2)$$

$$\mathbf{P}''\mathbf{z} + \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}''\mathbf{s} + \mathbf{v} = \mathbf{0}. \quad (3)$$

Розділимо вектор \mathbf{x} на два підвектори

$$\mathbf{z} = \mathbf{D}_1\mathbf{x}_1 + \mathbf{D}_2\mathbf{x}_2 \quad (4)$$

так, щоби підматриця \mathbf{D}_1 була квадратною і невинродженою. Відповідно до цих підвекторів розщепимо матрицю \mathbf{P} системи (2) на підматриці

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_{11} & \mathbf{P}_{12} \\ \mathbf{P}_{21} & \mathbf{P}_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_1 \\ \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_2 \end{pmatrix} \mathbf{s} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \mathbf{v} = \mathbf{0}.$$

Тепер замінимо підвектор \mathbf{x}_1 на підвектори \mathbf{z} та \mathbf{x}_2 згідно з (4), а саме: $\mathbf{x}_1 = \mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{z} - \mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2\mathbf{x}_2$. У такому разі отримуємо систему рівнянь

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1} & \mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2 \\ \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1} & \mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{z} \\ \mathbf{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_1 \\ \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_2 \end{pmatrix} \mathbf{s} + \begin{pmatrix} \mathbf{B}_1 \\ \mathbf{B}_2 \end{pmatrix} \mathbf{v} = \mathbf{0}$$

Друге рівняння цієї системи розв'яжемо відносно підвектора \mathbf{x}_2 та підставимо отриманий вираз у перше рівняння, яке набуває вигляду

$$\begin{aligned} & \left[\mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1} - (\mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1} \right] \mathbf{z} + \\ & + \left[\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_1 - (\mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_2 \right] \mathbf{s} + \\ & + \left[\mathbf{B}_1 - (\mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{B}_2 \right] \mathbf{v} = \mathbf{0}. \end{aligned}$$

Визначивши тепер вектор змінних зв'язку \mathbf{v} і порівнюючи його з тим самим вектором з рівняння (3), знаходимо значення матриць

$$\begin{aligned} \mathbf{P}'' &= \left[\mathbf{B}_1 - (\mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{B}_2 \right]^{-1} \times \\ & \times \left[\mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1} - (\mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1} \right], \\ \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}'' &= \left[\mathbf{B}_1 - (\mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{B}_2 \right]^{-1} \times \\ & \times \left[\mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_1 - (\mathbf{P}_{12} - \mathbf{P}_{11}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)(\mathbf{P}_{22} - \mathbf{P}_{21}\mathbf{D}_1^{-1}\mathbf{D}_2)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{S}\mathbf{V}_2 \right]. \end{aligned}$$

Знаходження дисипативних складових параметрів системи рівнянь згорнутої математичної моделі підсхеми на схемотехнічному рівні. Якщо прийняти $\frac{dx}{dt} = 0$, тобто таким, що дорівнюють нулю струми конденсаторів та напруги котушок індуктивностей, що на схемотехнічному рівні відповідає вилученню конденсаторів та закороченню котушок індуктивностей, у такому разі й вектор $\frac{dz}{dt} = 0$. Звичайно в програмних комплексах, де налагоджено процедури формування систем рівнянь для знаходження вихідних величин, нескладно зробити заміну реактивних елементів на опори. У цьому разі, провівши відповідні матричні перетворення топологічних рівнянь, знаходимо вектор змінних v у формі

$$v = \overline{A}SWs + \overline{H}w,$$

у якому замінимо вектор w , отриманий після модифікації підсхеми, за другою формулою системи (1)

$$v = \overline{A}SWs + \overline{H}(z + \overline{A}SWs + \overline{H}v) = \overline{H}z + (\overline{A}SW + \overline{H}ASW)s + \overline{H}Hv.$$

Так змінні зв'язку дорівнюють

$$v = (1 - \overline{H}H)^{-1} \overline{H}z + (1 - \overline{H}H)^{-1} (\overline{A}SW + \overline{H}ASW)s.$$

Порівнюючи отримані рівняння з системою диференціальних рівнянь стану згорнутої підсхеми за умови $\frac{dz}{dt} = 0$

$$0 = P''z + ASV''s + v,$$

отримуємо вирази, з яких обчислюються відповідні матриці системи рівнянь стану згорнутої математичної моделі

$$\begin{cases} P'' = (\overline{H}H - 1)^{-1} \overline{H}, \\ ASV'' = (\overline{H}H - 1)^{-1} (\overline{A}SW + \overline{H}ASW). \end{cases}$$

Звичайно в програмних комплексах обчислення таких матриць не викликає додаткових проблем, оскільки вони використовуються й для визначення вихідних величин.

Приклад формування динамічної макромоделі підсхеми. Типовим за структурою і за розміром прикладом є операційний підсилювач $\mu A 727$ (рис. 1), який містить блок стабілізації напруги, попередній підсилювач і вихідний підсилювач потужності з складними зв'язками. Це уможливило розщеплення його не лише на дві, але й на три частини. Розщеплену схему на дві та на три частини модельовано двома способами: методом роздільного інтегрування підсхем з зв'язками через ідеальні джерела енергії (рис. 2) та тим самим методом з динамічними макромоделями підсхем (рис. 3).

Опис макромоделі на вхідній мові програмного комплексу формується в два етапи. На першому етапі відбувається аналіз структури кожної підсхеми, зв'язків між ними, розрахунок параметрів макромоделі та формування текстової інформації про кожний зв'язок у вигляді таких інструкцій:

```
*FJE 212 (19-0); ! <- FE 221
EuFE 221 (19-1920) (E CC2)=0.977985385328996; ! SW11
EuFE 221 (1920-1921) (E in)=1.122049708275954E-03; ! SW12
RFE 221 (1921-1922)=4.011413352942488E-02k; ! -H11
EiFE 2212 (1922-1923) (RFE 423)=1.400871273662670E-02k; ! -H12
EiFE 2213 (1923-1924) (RFE 523)=1.400871273662670E-02k; ! -H13
CFE 221 (1924-0)=2.807069901183049E-06mc; ! -M11
```

GFE 221 (1924-0)=.951889369460300m; ! P11
 JuFE 2212 (1924-0) (CFE 423)=-.475942875987642m; ! P12
 JuFE 2213 (1924-0) (CFE 523)=-.475942875987642m; ! P13
 JuFE 2211 (1924-0) (E CC2)=0.0291372230690764m; ! SV11
 JuFE 2212 (1924-0) (E in)=1.724765130386309E-05m; ! SV12

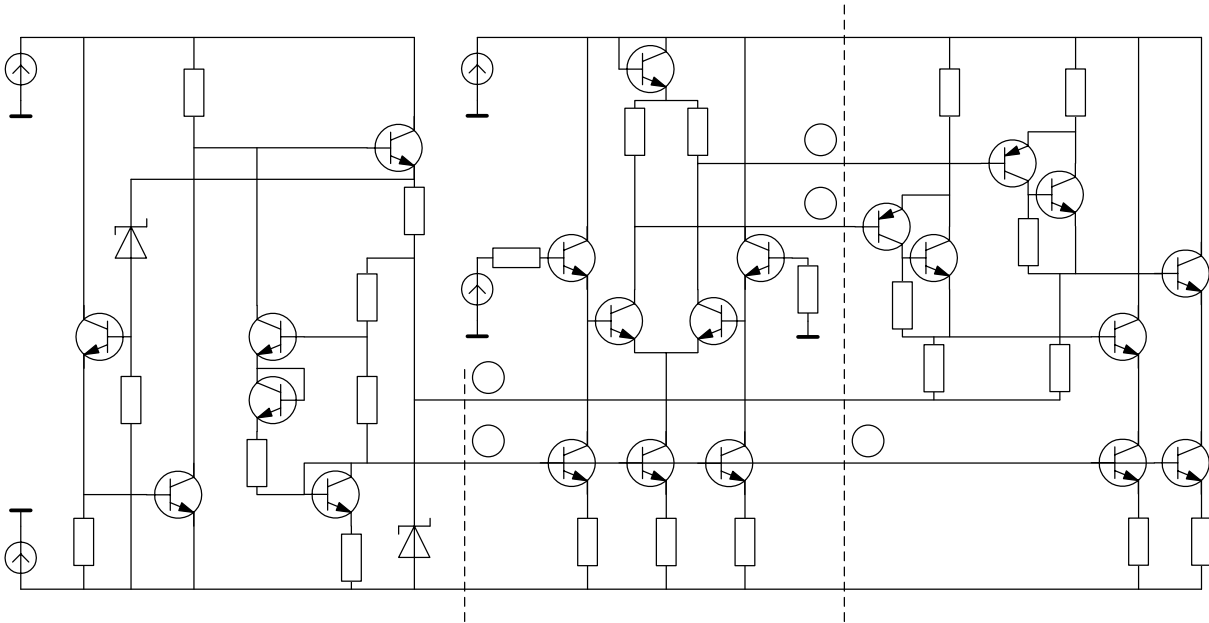


Рис. 1. Схема операційного підсилювача μA 727

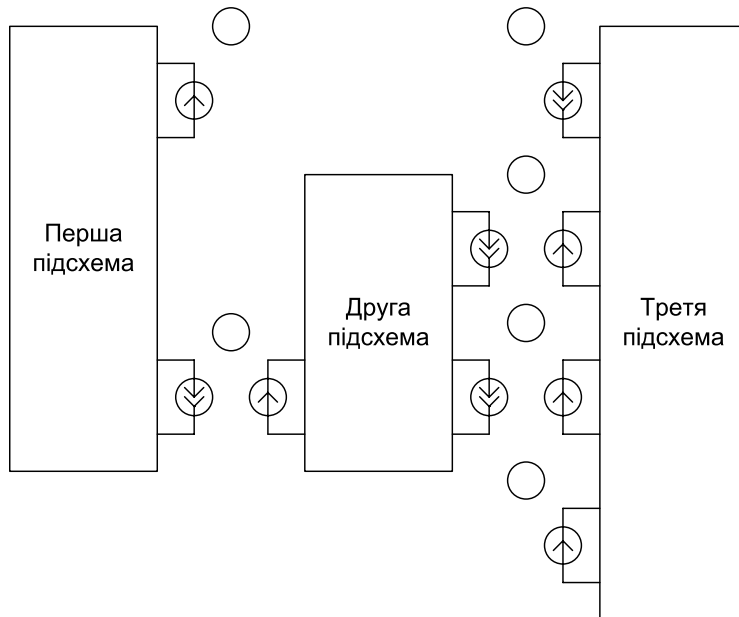


Рис. 2. Формування зв'язків між підсхемами традиційним способом за допомогою додаткових пар джерел напруги та струму

Тут описано всі необхідні компоненти макромоделі як джерела енергії, керовані джерела напруги і струму, опори, ємності і т. д. На другому етапі отримана інформація вводиться у текст опису всієї електричної схеми, ще раз відбувається топологічний аналіз, далі проводиться розрахунок перехідного процесу методом роздільного інтегрування.

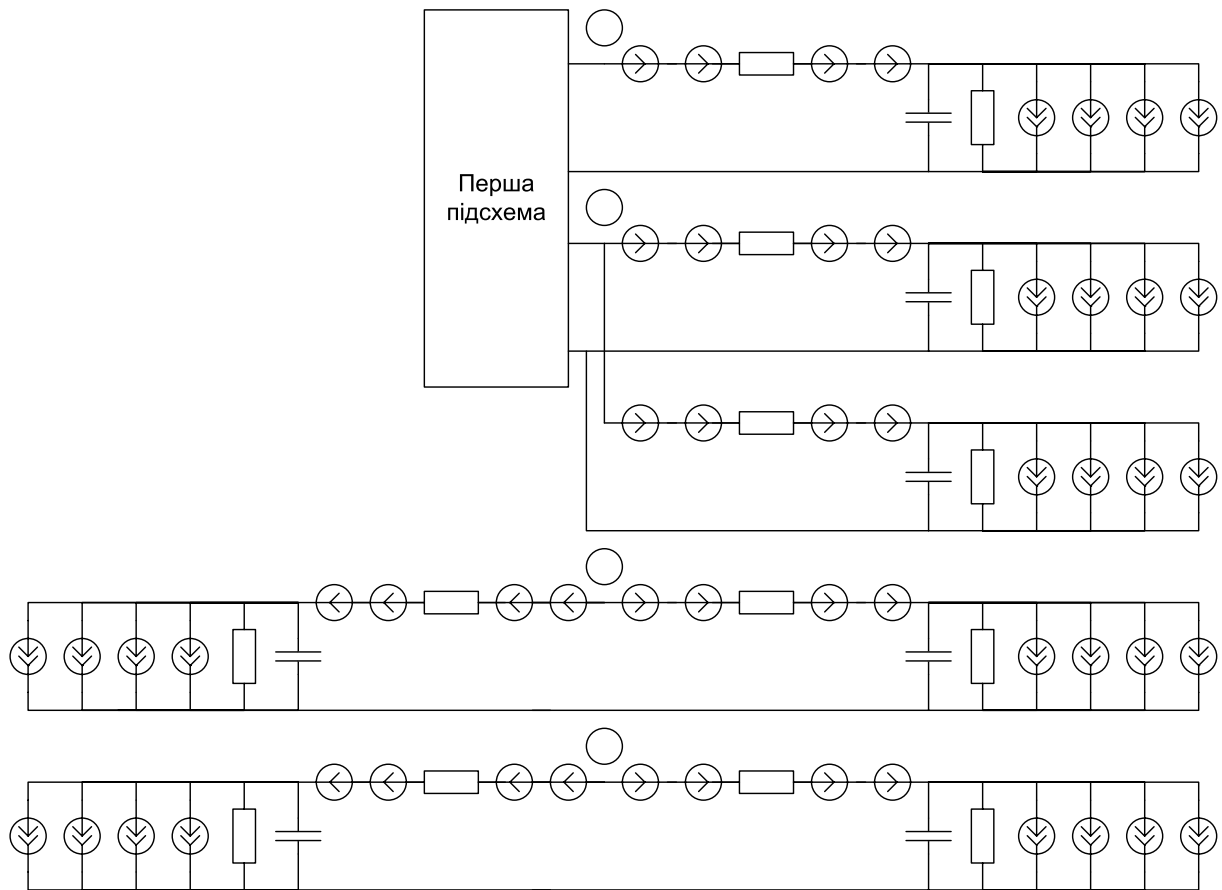


Рис. 3. Заміна динамічними макромоделями суміжних до першої підсхеми

Результати числових експериментів наведено в таблиці і рис. 4. Тут у першому стовпці вказано топологічні особливості, а саме кількість підсхем, на яку розщеплено схему. У другому стовпці наведено кількість кроків узгодження підсхем, у дужках – кількість кроків інтегрування кожної підсхеми зокрема. Як вказано в третьому стовпці саме застосування динамічних макромоделей підсхем знімає обмеження кроку інтегрування на відміну від традиційних методів узгодження. Точність розрахунків у всіх випадках однакова.

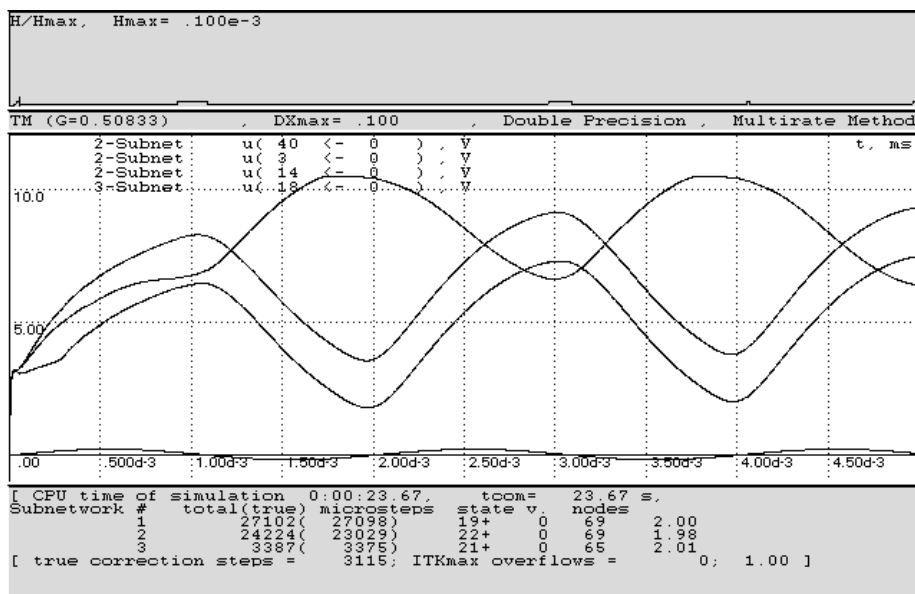


Рис. 4. Перехідний процес операційного підсилювача $\mu A 727$

Операційний підсилювач μA 727

Особливості схеми	Кількість кроків	Найбільший крок	Машинний час розрахунку, с
2 підсхеми (ІДЕ)	3512 (4010; 3711)	1.5 нс	14.77
3 підсхеми (ІДЕ)	83447 (83949; 160902; 83543)	60 пс	312.63
3 підсхеми (ДМП)	3115 (27102; 24224; 3387)	–	23.67

Висновки. Результати експериментів показали можливість застосування динамічні макро-моделі суміжних підсхем у зв'язках між підсхемами замість ідеальних джерел енергії, що вирішило проблему стійкості обчислювального процесу, підтвердили адекватність перехідного процесу складних за розміром і структурними особливостями електричних схем і уможливили проведення обчислень за прийнятний час.

1. Стахів П.Г., Рендзіняк С.Й. Врахування взаємного динамічного впливу підсхем в діакоптичних релаксаційних методах розрахунку багатofункціональних систем // *Електроніка и связь*. – 1999. – № 6, т. 2. – С. 201–205. 2. Рендзіняк С.Й. Встановлення взаємних зв'язків підсхем та їх вплив на стійкість методу роздільного інтегрування // *Теоретична електротехніка*. – 2004. – Вип. 57. – С. 38–49. 3. Crow M.L., Plic M. The parallel implementation of the waveform relaxation method for transient stability simulations // *IEEE Transactions on Power Systems*. – Aug. 1990. – Vol. 5, Is. 3. – P. 922–932. 4. Пухов Г.Е. Методы анализа и синтеза квазианалоговых электронных цепей. – К.: Наук. думка, 1967. – 568 с. 5. Рендзіняк С.Й. Паралельне моделювання нелінійних підсхем методом роздільного інтегрування з їх динамічним узгодженням // *Технічна електродинаміка*. – № 1. – 2007. – С. 20–23.