

$$\sigma_y = -n_{\sigma 4} \frac{3P}{4\pi} I_1 + (n_{\sigma 2} - n_{\sigma 1}) \frac{3P}{4\pi} I_5 - n_{\sigma 2} \frac{3P}{2\pi} \frac{y^2 t \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2 + t} - \frac{y^2}{b^2 + t}}}{\sqrt{(a^2 + t)(b^2 + t)^5} \left[ \frac{tx^2}{(a^2 + t)^2} + \frac{ty^2}{(b^2 + t)^2} + 1 - \frac{x^2}{a^2 + t} - \frac{y^2}{b^2 + t} \right]} + n_{\sigma 1} \frac{3P}{4\pi} I_3. \quad (33)$$

Формули (10), (14), (23), (29) служать для перевірки правильності розв'язків інтегралів  $I_2, I_3, I_4, I_5$  і підтверджують правильність знайденої (2) системи переміщень.

Висновки

1. Одержані формули дають змогу визначити напруження в довільній точці та задовольняють всі краєві умови.

2. Знайдений розв'язок задачі, порівняно з відомим, суттєво, вдвічі, уточнює значення та суму нормальних напружень.

1. Беляев Н.М. Труды по теории упругости и пластичности. М., 1957. 2. Римар О.М. Система переміщень точного розв'язку просторової контактної задачі // Зб. наук. пр. Львів: Асоціація "Автобус". 2000. Вип.4. С. 96–100. 3. Римар О.М. Загальний вигляд формул для нормальних напружень наближеного розв'язку задачі Герца – Там само. С. 91–95. 4. Динник А.Н. Удар и сжатие упругих тел. К., 1952. Т. 1. 5. Янке Е. Эмде Ф. Лёш Ф. Специальные функции Пер. с 6-го перераб. немецк. издания. М., 1977. 6. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М., 1962. 7. Римар О.М. Визначення межі інтеграла ньютонівського потенціала простого шару // Зб. наук. пр. 2000. Вип.3. Львів: Асоціація "Автобус". С.103–105.

УДК 621.9.048.6

З.А. Стоцько, Б.І. Сокіл, В.Г. Топільницький  
Національний університет "Львівська політехніка",  
кафедра електронного машинобудування

## РЕЗОНАНСНІ РЕЖИМИ РОБОТИ ВІБРАЦІЙНИХ МАШИН ОБ'ЄМНОЇ ОБРОБКИ

© Стоцько З.А., Сокіл Б.І., Топільницький В.Г., 2001

На базі математичної моделі досліджено резонансні режими роботи вібромашини об'ємної обробки виробів. Отримані графічні залежності траєкторії руху геометричного центра контейнера вібромашини для головного та проміжних резонансів.

On the basis of mathematical model is researched resonance modes of operations of the vibration computer of processing of articles(workpieces). The graphics dependences of a trajectory of driving of geometrical centre of the container for main and intermediate resonances are obtained.

Конструкції вібраційних машин об'ємної обробки виробів надзвичайно різноманітні. За видом приводу вони поділяються на вібромашини електромагнітного і дебалансного типу,

останні менш чутливі до інерційних властивостей робочого середовища, а також мають простішу конструкцію і надійніші у роботі; за режимом роботи – на дорезонансного, резонансного і зарезонансного типу. Найпоширенішими є машини зарезонансного типу, для виходу яких на робочу частоту обертання двигуна треба пройти зону резонансу, що супроводжується зростанням амплітуди коливань, значними динамічними зусиллями у системі. Запуск дебалансного віброзбудника за допомогою електродвигуна вимагає великого обертового моменту на дебалансному валу. Це, своєю чергою, вимагає значного запасу потужності двигуна і пояснюється тим, що на початку пуску слід подолати момент сили ваги дебалансів, а зі зростанням кутової швидкості – ще й додатковий момент сил опору в підшипниках від дії відцентрової сили дебалансів. Якщо запас потужності двигуна буде недостатнім, то кутова швидкість зростатиме повільно і можливе “зависання” двигуна на резонансній частоті [1], що може супроводжуватися частковим або повним виходом машини з ладу. Зношення підшипників дебалансного валу, наприклад, при одному переході через резонанс туди і назад дорівнює їх зносу протягом 100–120 год роботи в усталеному режимі [1]. Аналогічно можна говорити і про інші деталі підвіски вібромашини. З іншого боку, якщо вибір двигуна для дебалансного віброзбудника буде зумовлюватися лиш умовами пуску, то його потужність буде явно завищена для усталеного режиму, коефіцієнт потужності становитиме 0,2–0,3, що відповідатиме неробочому ходу. Тому дослідження резонансних режимів роботи вібромашин є важливим завданням оптимального проектування конструкцій вібромашин з метою забезпечення підвищення їх експлуатаційної надійності.

У статті наведені математична модель та результати досліджень резонансних явищ тримасової вібраційної машини. За узагальнені координати руху системи прийнято лінійні переміщення геометричного центра контейнера  $x_c$  і  $y_c$ , а також кут повороту  $\varphi$  рухомої системи координат (контейнера) стосовно нерухомої. Диференціальні рівняння руху малих коливань для даної тримасової механічної системи матимуть вигляд [2]:

$$\begin{cases} \ddot{x}_c + \omega^2 x_c = \varepsilon \cdot f_x(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \\ \ddot{y}_c + \omega^2 y_c = \varepsilon \cdot f_y(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0), \\ \ddot{\varphi} + \omega_\varphi(t) \varphi = \varepsilon \cdot f_\varphi(\varphi, \dot{\varphi}, \ddot{\varphi}, x_c, y_c) \end{cases} \quad (1)$$

де  $f_x$ ,  $f_y$ ,  $f_\varphi$  – нелінійні функції, що визначаються з рівнянь Лагранжа II роду,  $\varepsilon = \frac{1}{M}$  – малий параметр,  $M = M_k + M_{D1} + M_{D2}$  – маса системи,  $\omega = \sqrt{\frac{c}{M}}$  – власна частота коливань контейнера,  $c$  – жорсткість підвіски,  $\omega_\varphi$  – частота “крутильних” коливань контейнера із врахуванням дебалансів і

$$\omega_\varphi(t) = \omega_0^2 \cdot (1 - Bf(t)), \quad (2)$$

$\omega_0$  і  $B$  – коефіцієнти, що містять геометричні параметри системи,  $f(t)$  – періодична змінна функція, яка залежить від часу, кутових швидкостей обертання дебалансів  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ , від їх початкових фаз  $\alpha_0$  і  $\psi_0$ , і отже, представляє кінематичні параметри системи.

У першому наближенні розв’язки системи нелінійних диференціальних рівнянь (1) мають вигляд:

$$\begin{aligned}
 x_c &= x_0 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}t + \alpha_x\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{c}{M}}} \cdot \int_0^t f_x(\varphi^*, \dot{\varphi}^*, \ddot{\varphi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}(t-u)\right) du, \\
 y_c &= y_0 \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}t + \alpha_y\right) + \frac{\varepsilon}{\sqrt{\frac{c}{M}}} \cdot \int_0^t f_y(\varphi^*, \dot{\varphi}^*, \ddot{\varphi}^*, \omega_1 t + \alpha_0, \omega_2 t + \psi_0) \cdot \sin\left(\sqrt{\frac{c}{M}}(t-u)\right) du, \quad (3) \\
 \varphi^* &= \varphi_0(t) \cdot \sin(\omega_0 t + \theta(t) + \theta_1(t)),
 \end{aligned}$$

де функції  $\varphi_0(t)$ ,  $\theta(t)$  і  $\theta_1(t)$  залежать від кінематичних та геометричних параметрів системи.

Система (3) описує модель тримасової вібраційної машини. Варіюючи її геометричними і кінематичними параметрами, можна змодельовати нерезонансний і резонансний режими роботи вібрмашини.

Серед резонансних режимів роботи виділимо такі: а) головний резонанс на частоті одного з дебалансів ( $\omega = \omega_1$  або  $\omega = \omega_2$ ); б) резонанс на обертоні дебалансу ( $\omega = k\omega_1$  або  $\omega = k\omega_2$ , де  $k \in 1, 2, 3, \dots$  і в) дробовий резонанс (мультиплікативний) –  $\omega = \frac{\omega_{1,2}}{k}$ .

При моделюванні використовувались такі параметри: радіуси дебалансів – 0,05 м, маси дебалансів – 3 кг, маса контейнера – 75 кг, момент інерції контейнера –  $65 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ , довжина нестиснутих пружин підвіски 0,15 м, жорсткість пружин підвіски 150000 Н/м. Проаналізовано такі нестационарні режими:

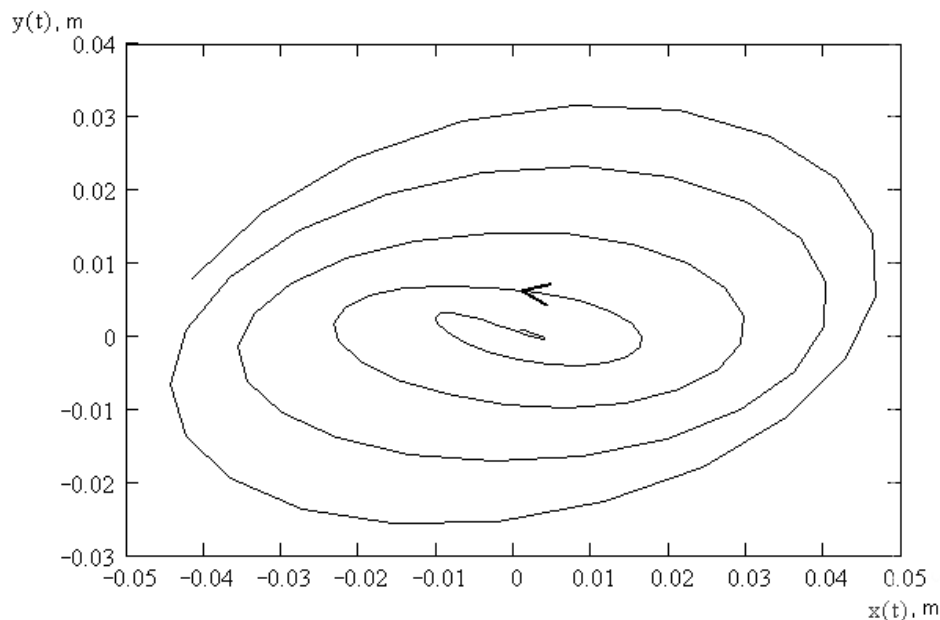


Рис. 1. Траєкторія руху геометричного центра контейнера вібрмашини при  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{c}{M}}$

1) За умови  $\omega_1 = \omega_2 = \sqrt{\frac{c}{M}}$  (кутові швидкості дебалансів дорівнюють власній частоті коливань контейнера) або комбінації  $\omega_1 = \sqrt{\frac{c}{M}}$ , а  $\omega_2 \neq \sqrt{\frac{c}{M}}$  чи навпаки наступить головний

резонанс. В цьому випадку амплітуда коливань вібромашини різко зростає (рис. 1). Резонансна частота становить при даних параметрах 61,237 Гц, що відповідає 584,77 об/хв приводного електродвигуна.

2) За умови  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{M}}$  – частоти дебалансів і “крутильна” частота контейнера дорівнюють власній частоті коливань контейнера. При цьому амплітуда коливань контейнера різко зростатиме, залежність збільшення амплітуди від часу зображено на рис. 2.

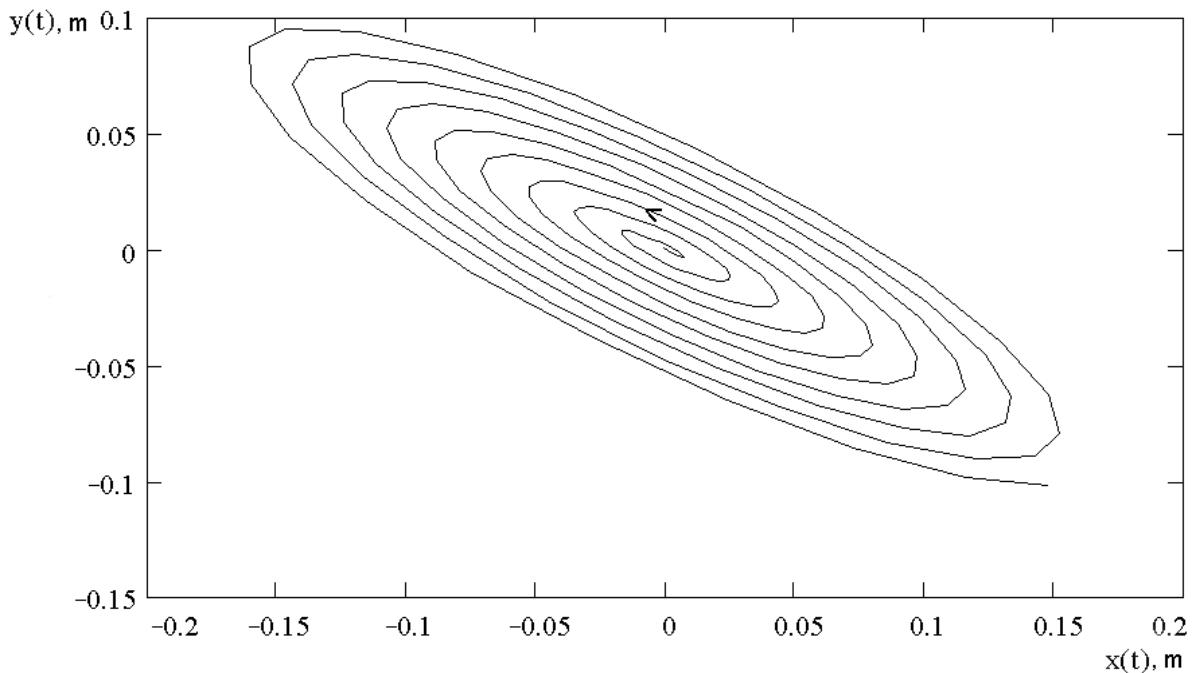


Рис. 2. Траєкторія руху геометричного центра контейнера вібромашини при  $\omega_1 = \omega_2 = \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{M}}$

3) якщо частоти коливань дебалансів дорівнюють  $\omega_0$ , то у системі спостерігається явище биття (періодичне зростання амплітуди). Для вищенаведених параметрів вібромашини крутильна частота становитиме 54,053 Гц, що відповідає 516,169 об/хв двигуна приводу. Залежність амплітуди по горизонтальній координаті  $x$  від часу в даному випадку зображено на рис. 3 (по координаті  $y$  картина аналогічна).

Аналізуючи проведені дослідження, слід сказати, що за робочої частоти двигуна вібромашини 1350 об/хв при пуску та зупинці вібромашини і певних співвідношеннях параметрів системи, вона проходить через ряд проміжних резонансів, які негативно впливають на роботу машини. Якщо потужність двигуна буде недостатня, то можлива поява ефекту Зоммерфільда [1], коли двигун зависає на резонансній частоті машини, працює в режимі трансформатора, швидко нагрівається та виходить з ладу. Проходження через резонанс збільшує на порядок і більше динамічні навантаження на вузли машини, що спричиняє швидкий вихід їх з ладу, навіть руйнування, знижується якість оброблюваного середовища, підвищуються шуми від роботи. Тому при роботі машини бажаним є проходження нею резонансних режимів на якнайнижчих частотах і якнайшвидше, що зменшує негативний вплив резонансу. Отримані залежності і співвідношення параметрів в математичній моделі показують, що частоту головного резонансу можна зменшити через

зменшення частоти власних коливань контейнера, за рахунок пониження жорсткості підвіски та збільшення маси всієї системи. Цим підтверджується той факт, що вібромашина із завантаженим контейнером (його маса збільшується на масу завантаження) проходить резонанс на нижчих частотах. Відповідно будуть меншими і резонанси на обертонах та мультиплікативні. Частоту “крутильних” коливань контейнера [2] (як видно з рис. 3. при “битті” амплітуда коливається періодично, але її максимальне значення більше за допустиме вдвічі), можна зменшити за рахунок зменшення жорсткості підвіски, робочої довжини пружин підвіски, збільшення маси системи (контейнера, дебалансів), радіусів дебалансів, тобто їх моментів інерції. Всі ці фактори слід враховувати при проектуванні вібромашини, розробці її конструкції та розрахунку і виборі потужності приводу.

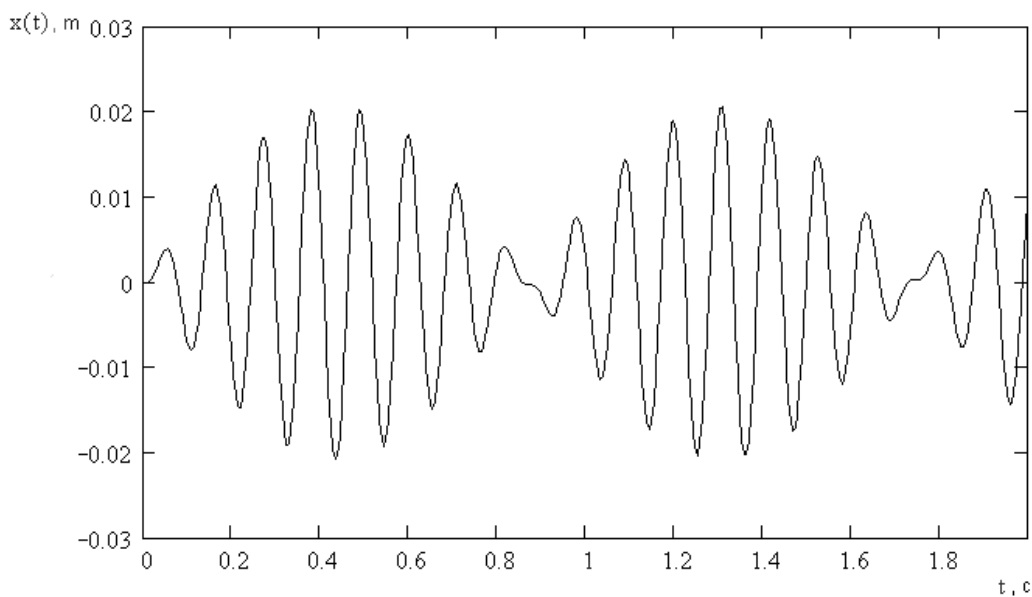


Рис. 3. Залежність амплітуди коливань геометричного центра контейнера від часу при умовах биття

Отже, отримана математична модель тримасової вібраційної машини дозволяє дослідити різноманітні режими її роботи, зокрема резонансні. При підстановці вихідних даних вібромашини (геометричних і кінематичних параметрів), можна отримати значення резонансних частот головного та проміжних резонансів, дослідити вагомість параметрів системи за впливом на величину резонансних частот.

1. Сердюк Л.И. Управляемые вибрационные машины с дебалансными вибровозбудителями колебаний // *Вибрации в технике и технологиях*. 1994. № 1. 2. Стоцько З.А., Сокол. Б.І., Топільницький В.Г. Моделирование работы трехмассовой вибрационной машины об'ємної обробки // *Машинознавство*. 1999. № 11.