УДК 621.313

М.А. Яцун, А.М. Яцун, Р.О. Селепина\*

Національний університет "Львівська політехніка", кафедра електричних машин і апаратів, \*Луцький державний технічний університет, кафедра теоретичної та загальної електротехніки

# ГАРМОНІЧНИЙ СКЛАД СТРУМУ Й ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО МОМЕНТУ У ВЕНТИЛЬНОМУ РЕАКТИВНОМУ ДВИГУНІ

© Яцун М.А., Яцун А. М., Селепина Р.О., 2003

Визначений гармонічний склад електричного струму й електромагнітного моменту у вентильному реактивному двигуні.

Is determined harmonic composition of electrical current and electromagnetic torque in switched reluctance motor.

## Постановка проблеми

Багато приводних механізмів (для аналогового і цифрового запису та відтворення, реєстратори) вимагають стабільності обертання приводних електричних двигунів. Пульсації електромагнітного моменту призводять до нерівномірності обертання вентильних двигунів і  $\epsilon$  негативним фактором у стрічкопротягувальних механізмах. Тому актуальною  $\epsilon$  оцінка пульсацій струму й електромагнітного моменту вентильних реактивних двигунів (ВРД), які все частіше застосовуються в регульованих електроприводах.

# Аналіз останніх досліджень

Відомо [1], що співвідношення між кількістю зубців статора  $(Z_c)$  і ротора  $(Z_p)$  для класичної конструкції вентильних реактивних двигунів:

$$Z_p = Z_c (m \pm 1)/m; \quad Z_c = mq; \quad q = 2, 4, 6, ...,$$
 (1)

а для конструкції з U — подібним статором:  $Z_p = Z_c (2m \pm 1)/(2m);$   $Z_c = mq; q = 4, 6, 8,...,$  де q — кількість зубців статора на одну фазу; знак "-" застосовується для конструкцій з внутрішнім ротором, а знак "+" — для зовнішнього ротора.

Для класичної конструкції: кут повертання ротора між комутаціями, тобто кут комутації у геометричних градусах

$$\alpha_1 = 2\pi/Z_p - 2\pi/Z_c = 2\pi/[mq(m\pm 1)];$$
 (2)

кількість перемикань (комутацій) за один оберт ротора

$$n_1 = 2\pi/\alpha_1 = mq(m \pm 1);$$
 (3)

кут у геометричних градусах, який відповідає півперіоду зміни струму живлення ВРД (куту  $\pi$  у електричних градусах),

$$\alpha_0 = 2\pi/(2Z_p) = \pi/Z_p = \pi/[q(m-1)];$$
 (4)

кут комутації в електричних градусах

$$\gamma = \pi \alpha_1 / \alpha_0 = 2\pi / m \,. \tag{5}$$

При усталеному режимі роботи  $\alpha_1 < \alpha_0$ , що зводиться до умови 2 < m. Це означає, що кількість фаз повинна бути більшою від двох.

Для U-подібної конструкції із q =4:

$$\alpha_1 = \frac{2\pi}{Z_p/2} - \frac{2\pi}{Z_c/2} = \mp \frac{4\pi}{mq(2m \pm 1)};$$

$$n_1 = 2\pi/\alpha_1 = mq(2m-1)/2$$
;  $\alpha_0 = \pi/Z_p = 2\pi/[q(2m-1)]$ ;  $\gamma = \pi \alpha_1/\alpha_0 = 2\pi/m$ .

У літературі [2] наведені результати досліджень пульсацій електромагнітного моменту ВРД з буферами енергії, проведених за допомогою комп'ютерного симулювання.

#### Задачі досліджень

Метою досліджень  $\epsilon$  отримання аналітичних виразів для аналізу гармонічного складу струму і електромагнітного моменту у вентильному реактивному двигуні у перспективному напрямку зменшення їх пульсацій.

Приймаємо: 1) моменти вимикання попередньої і вмикання наступної фаз (секцій) у вентильному реактивному двигуні збігаються і цей момент (момент комутаціі) є початком відліку часу t і просторового кута  $\alpha$ ; 2) у момент комутації електромагнітний момент і струми у комутуючих фазах приймають середні значення відповідних величин. Тоді момент і струм у фазі, яка вмикається, дорівнюють нулю, а від фази, яка вимикається, відмінні від нуля; 3) у момент вмикання фази (початок комутації)  $\theta_{\Pi} = \beta$  а в момент її вимикання  $\theta_{K} = \beta + \gamma$ , де  $\beta$  і  $\gamma$  – відповідно кут запалювання і комутації, які задаються давачем положення ротора; 4) індуктивність фази статора з урахуванням насичення основного магнітного кола наближено визначається виразом

$$L = L_0 - L_1 \cos \theta, \tag{6}$$

де  $\theta = \beta + Z_p \alpha = \beta + Z_p \Omega t = \beta + \pi n Z_p t/30 = \beta + \omega t/m$  – кут в електричних градусах між осями паза ротора і зубця статора;  $\alpha = \Omega t$  – кут у геометричних градусах;  $Z_p$  – кількість зубців ротора;  $\Omega$  і n – відповідно кутова швидкість і частота обертання ротора;  $\omega$  – колова частота струму; m – кількість фаз;  $L_0 = (L_d + L_q)/2$ ;  $L_1 = (L_d - L_q)/2$ ;  $L_d$  – індуктивність фази статора у момент збігу осей відповідних зубців статора і ротора;  $L_q$  – індуктивність фази статора у момент збігу осей відповідного зубця статора і паза ротора; 5) під час роботи одної фази при усталеному режимі двигун обертається зі сталою частотою, що є можливим, бо механічна стала часу набагато більша від електромагнітної сталої часу.

Тоді частота перемикань (основна частота змінної складової струму джерела живлення):  $f = n n_1/60$ , а відповідна колова частота  $\omega = 2\pi f = n_1 \Omega$ .

# Виклад основного матеріалу

За другим законом Кірхгофа для робочої фази U + e = iR, а за рівнянням механічного стану при усталеному режимі роботи  $M + M_2 = 0$ , де U -стала напруга живлення; e -електрорушійна сила (EPC), наведена в робочій фазі при зміні в часі потокозчеплення  $\Psi$ ; i -

струм у робочій фазі; R – активний опір цієї фази; M і  $M_2$  – відповідно електромагнітний і гальмівний (навантажувальний) моменти, які діють на ротор двигуна.

Врахуємо, що

$$e = -\frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \left[ \left( L_0 - L_1 \cos \theta \right) i \right] = -\left[ L_0 - L_1 \cos \left( \beta + \omega t / m \right) \right] \frac{\partial i}{\partial t} - i L_1 (\omega / m) \sin \left( \beta + \omega t / m \right);$$

$$M = \left[ \frac{\partial W_M}{\partial \alpha} \right]_{i=const} = \frac{i^2}{2} \frac{\partial L}{\partial \alpha} = \frac{i^2}{2} L_1 \sin \Omega \frac{\partial \Omega}{\partial \alpha} = \frac{i^2}{2} Z_p L_1 \sin \Omega = \frac{i^2}{2} Z_p L_1 \sin \left( \beta + \omega t / m \right), \quad (6)$$

де  $W_{\rm M}$  – енергія магнітного поля фази.

Тоді вихідні рівняння електромагнітного і механічного станів набувають вигляду:

$$U = iR + \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[ L_0 - L_1 \cos(\beta + \omega t / m) \right] i \right\} =$$

$$= iR + \left[ L_0 - L_1 \cos(\beta + \omega t / m) \right] \frac{\partial i}{\partial t} + \frac{\omega}{m} L_1 \sin(\beta + \omega t / m)$$

$$M = \left( i^2 / 2 \right) Z_n L_1 \sin(\beta + \omega t / m). \tag{8}$$

Представимо струм у ВРД (робочій секції) рядом Фур'є:

$$i = I_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (I_{k1m} \sin k\omega t + I_{k2m} \cos k\omega t);$$

Тоді рівняння (7), подане рядом Фур'є, набуває вигляду

$$U = I_0 [R + X_1/(2\pi)] + \sum_{k=1}^{\infty} [(RI_{k1m} + B_{km}) \sin k\omega t + (RI_{k2m} + C_{km}) \cos k\omega t],$$
 (9)

де  $X_1 = \omega L_1 [\cos \beta - \cos(\beta + \gamma)]$ 

$$B_{km} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[ L_{0} - L_{1} \cos(\beta + \omega t/m) \right] \left[ I_{0} + \sum_{i=1}^{\infty} \left( I_{ilm} \sin i\omega t + I_{i2m} \cos i\omega t \right) \right] \right\} \sin k\omega t dt =$$

$$= -\frac{2k\omega}{T} \int_{0}^{T} \left[ L_{0} - L_{1} \cos(\beta + \omega t/m) \right] \left[ I_{0} + \sum_{i=1}^{\infty} \left( I_{ilm} \sin i\omega t + I_{i2m} \cos i\omega t \right) \right] \cos k\omega t dt; \qquad (10)$$

$$C_{km} = \frac{2}{T} \int_{0}^{T} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \left[ L_{0} - L_{1} \cos(\beta + \omega t/m) \right] \left[ I_{0} + \sum_{i=1}^{\infty} \left( I_{ilm} \sin i\omega t + I_{i2m} \cos i\omega t \right) \right] \right\} \cos k\omega t dt =$$

$$= \frac{2k\omega}{T} \int_{0}^{T} \left[ L_{0} - L_{1} \cos(\beta + \omega t/m) \right] \left[ I_{0} + \sum_{i=1}^{\infty} \left( I_{ilm} \sin i\omega t + I_{i2m} \cos i\omega t \right) \right] \sin k\omega t dt. \qquad (11)$$

Після інтегрування у виразах (10) і (11) і прирівнювання коефіцієнтів при однакових гармоніках у виразі (9) одержимо систему із 2k+1 рівнянь для визначення сталої складової і амплітуд  $I_{k1m}$  і  $I_{k2m}$  усіх (k) гармонік струму:

$$U = I_0 [R + X_1/(2\pi)]. \tag{12}$$

$$\begin{split} &RI_{k1m} - kX_0I_{k2m} + \frac{mkX_2I_0}{\pi(m^2k^2 - 1)} + \frac{m^2kX_1}{2\pi} \sum_{i=1}^{\infty} I_{i1m} \left[ \frac{i+k}{m^2(i+k)^2 - 1} + \frac{i-k}{m^2(i-k)^2 - 1} \right] + \\ &+ \frac{mkX_2}{2\pi} \sum_{i=1}^{\infty} I_{i2m} \left[ \frac{1}{m^2(i+k)^2 - 1} + \frac{1}{m^2(i-k)^2 - 1} \right] = 0; \\ &RI_{k2m} + kX_0I_{k1m} - \frac{m^2k^2X_1I_0}{\pi(m^2k^2 - 1)} + \frac{mkX_2}{2\pi} \sum_{i=1}^{\infty} I_{i1m} \left[ \frac{1}{m^2(i+k)^2 - 1} - \frac{1}{m^2(i-k)^2 - 1} \right] - \\ &- \frac{m^2kX_1}{2\pi} \sum_{i=1}^{\infty} I_{i2m} \left[ \frac{i+k}{m^2(i+k)^2 - 1} - \frac{i-k}{m^2(i-k)^2 - 1} \right] = 0, \end{split}$$

де  $X_0 = \omega L_0$ ;  $X_2 = \omega L_1 [\sin \beta - \sin(\beta + \gamma)]$  Звичайно  $X_2 < X_1$ .

Зобразимо електромагнітний момент у ВРД рядом Фур'є

$$M = M_0 + \sum_{k=1}^{\infty} (M_{klm} \sin k\omega t + M_{k2m} \cos k\omega t).$$
 (13)

Стала складова  $\,{
m M}_0\,$  (середн ${
m \epsilon}$  значення) і амплітуди гармонік  $\,{
m M}_{
m klm}\,$  і  $\,{
m M}_{
m k2m}\,$  електромагнітного моменту ВРД визначаються виразами

$$\begin{split} M_0 &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{i^2}{2} Z_p L_1 \sin(\beta + \omega t/m) = \\ &= \frac{Z_p L_1}{2T} \int_0^T \left[ I_{k1m}^2 \sin^2 k\omega t + I_{k2m}^2 \cos^2 k\omega t \right) + 2I_0 \sum_{k=1}^\infty \left( I_{k1m} \sin k\omega t + I_{k2m} \cos k\omega t \right) + \\ &+ 2\sum_{k=1}^\infty \left( I_{k1m} \sin k\omega t + I_{k2m} \cos k\omega t \right) \sum_{i=k+1}^\infty \left( I_{i1m} \sin i\omega t + I_{i2m} \cos i\omega t \right) \sin(\beta + \omega t/m) dt \right] \\ &\qquad \qquad \times \sin(\beta + \omega t/m) dt; \end{split} \tag{14} \\ M_{k1m} &= \frac{2}{T} \int_0^T M \sin(k\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{i^2}{2} Z_p L_1 \sin(\beta + \omega t/m) \sin(k\omega t) dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{i^2}{2} Z_p L_1 \left\{ \sin[\pi/2 + \beta + (1 - km)\omega t/m] - \sin[\pi/2 + \beta + (1 + km)\omega t/m] \right\} dt; \\ M_{k2m} &= \frac{2}{T} \int_0^T M \cos(k\omega t) dt = \frac{2}{T} \int_0^T \frac{i^2}{2} Z_p L_1 \sin(\beta + \omega t/m) \cos(k\omega t) dt = \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T \frac{i^2}{2} Z_p L_1 \left\{ \sin[\beta + (1 - km)\omega t/m] + \sin[\beta + (1 + km)\omega t/m] \right\} dt. \end{split}$$

Після інтегрування в (14) і групування остаточно одержимо

$$\begin{split} M_0 &= I_0^2 X_1 / (4\pi\Omega) + \sum_{k=1}^{\infty} \left[ \frac{X_1 [2k^2 m^2 I_{klm}^2 + (2k^2 m^2 - 1) I_{k2m}^2]}{4\pi\Omega (4k^2 m^2 - 1)} + \frac{I_0 (km X_2 I_{klm} - X_2 I_{k2m})}{2\pi\Omega (k^2 m^2 - 1)} \right] - \\ &- \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{ik X_1 I_{klm} I_{llm}}{\pi\Omega \left[ m^2 (i+k)^2 - 1 \right] \left[ m^2 (i-k)^2 - 1 \right]} + \frac{X_1 I_{k2m} I_{l2m}}{2\pi\Omega \left[ m^2 (i-k)^2 - 1 \right]} + \frac{X_2 I_{k2m} I_{l2m}}{2\pi\Omega \left[ m^2 (i-k)^2 - 1 \right]} + \frac{X_2 I_{k2m} I_{l2m}}{2\pi\Omega \left[ m^2 (i-k)^2 - 1 \right]} + \frac{X_2 I_{k2m} I_{l2m}}{2\pi\Omega \left[ m^2 (i-k)^2 - 1 \right]} + \frac{X_2 I_{k2m} I_{l2m}}{2\pi\Omega \left[ m^2 (i-k)^2 - 1 \right]} + \frac{X_2 I_{k2m} I_{l2m}}{4\pi\Omega (1-km) (4k^2 m^2 - (1-km)^2) I_{k2m}^2} - \frac{X_2 I_{k2m} I_{klm} + (2k^2 m^2 - (1-km)^2) I_{k2m}^2}{4\pi\Omega (1-km) (4k^2 m^2 - (1-km)^2) I_{k2m}^2} + \frac{X_2 I_0 (km X_1 I_{klm} + (1-km) X_2 I_{k2m})}{4\pi\Omega (1-km) (4k^2 m^2 - (1-km)^2)} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} + (1+km) X_2 I_{k2m})}{2\pi\Omega (k^2 m^2 - (1-km)^2)} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} + (1+km) X_2 I_{k2m})}{2\pi\Omega (k^2 m^2 - (1-km)^2)} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} + (1-km) X_2 I_{k2m})}{2\pi\Omega (k^2 m^2 - (1-km)^2)} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m})}{2\pi\Omega (m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2)} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m})}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m})}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{k2m} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-km)^2]} + \frac{I_0 (km X_1 I_{klm} I_{llm} + (1-km) X_2 I_{klm} I_{llm}}{2\pi\Omega [m^2 (i-k)^2 - (1-$$

$$+ \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{X_1 \left[ 2k^2 m^2 I_{k1m}^2 + \left( 2k^2 m^2 - (1-km)^2 \right) I_{k2m}^2 \right]}{4\pi\Omega (1-km) \left( 4k^2 m^2 - (1-km)^2 \right)} + \\ + \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ + \frac{X_1 \left[ 2k^2 m^2 I_{k1m}^2 + \left( 2k^2 m^2 - (1+km)^2 \right) I_{k2m}^2 \right]}{4\pi\Omega (1+km) \left( 4k^2 m^2 - (1+km)^2 \right)} + \\ + \frac{I_0 \left( km X_2 I_{k1m} - (1-km) X_1 I_{k2m} \right)}{2\pi\Omega \left( k^2 m^2 - (1-km)^2 \right)} + \frac{I_0 \left( km X_2 I_{k1m} - (1+km) X_1 I_{k2m} \right)}{2\pi\Omega \left( k^2 m^2 - (1+km)^2 \right)} + \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{ik \left( 1-km \right)^3 X_1 I_{k1m} I_{i1m}}{\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right] \left[ m^2 \left( i-k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} + \\ - \frac{ik \left( 1+km \right)^3 X_1 I_{k1m} I_{i1m}}{\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1+km)^2 \right] \left[ m^2 \left( i-k \right)^2 - (1+km)^2 \right]} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{\left( 1-km \right) X_1 I_{k2m} I_{i2m}}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i-k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} + \frac{\left( 1+km \right) X_1 I_{k2m} I_{i2m}}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i-k \right)^2 - (1+km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} + \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} + \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i1m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i2m} \right)}{2\pi\Omega \left[ m^2 \left( i+k \right)^2 - (1-km)^2 \right]} \right\} - \\ - \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{i=k+1}^{\infty} \left\{ \frac{m X_2 \left( k I_{k1m} I_{i2m} - i I_{k2m} I_{i2m} \right)}{2$$

Обмежимося сталою складовою струму, тобто приймемо, що  $i=I_0$  .Тоді із (7) одержимо:

$$U = I_0 R + \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\partial}{\partial t} \{ [L_0 - L_1 \cos(\beta + \omega t/m)] I_0 \} dt$$

і остаточно

$$U = I_0 \{R + \omega L_1 [\cos \beta - \cos (\beta + \gamma)]/(2\pi) \}$$
або 
$$U = I_0 [R + \omega L_1 \sin (\beta + \gamma/2) \sin (\gamma/2)/\pi]$$
 (22) Iз (8) одержимо

$$M_0 = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{I_0^2}{2} Z_p L_1 \sin(\beta + \omega t/m) dt$$

і після інтегрування

$$M_0 = I_0^2 \omega L_1 \left[ \cos \beta - \cos (\beta + \gamma) \right] / (4\pi\Omega)$$

або

$$M_0 = I_0^2 \omega L_1 \sin(\beta + \gamma/2) \sin(\gamma/2) / (2\pi\Omega). \tag{23}$$

Із (23) з урахуванням (22) одержимо вираз для середнього значення електромагнітного моменту ВРД

$$M_0 = \frac{\pi \omega L_1 U^2 \sin(\beta + \gamma/2) \sin(\gamma/2)}{2\Omega [\pi R + \omega L_1 \sin(\beta + \gamma/2) \sin(\gamma/2)]^2}.$$
 (24)

Відповідно електромагнітна потужність ВРД

$$P_{eM} = M_0 \Omega = \frac{\pi \omega L_1 U^2 \sin(\beta + \gamma/2) \sin(\gamma/2)}{2[\pi R + \omega L_1 \sin(\beta + \gamma/2) \sin(\gamma/2)]^2}.$$
 (25)

Якщо обмежитися сталою складовою і першою гармонікою струму, то із рівнянь (12) одержимо

$$I_{0}[R + X_{1}/(2\pi)] = U;$$

$$I_{11m}[\pi(4m^{2} - 1)R + m^{2}X_{1}] + I_{12m}[m(1 - 2m^{2})X_{2} - \pi(4m^{2} - 1)X_{0}] = -\frac{m(4m^{2} - 1)X_{2}}{m^{2} - 1}I_{0};$$

$$I_{11m}[\pi(4m^{2} - 1)X_{0} + 2m^{3}X_{2}] + I_{12m}[\pi(4m^{2} - 1)R - m^{2}X_{1}] = \frac{m^{2}(4m^{2} - 1)X_{1}}{m^{2} - 1}I_{0};$$
(26)

з розв'язками

$$I_0 = \frac{U}{[R + X_1/(2\pi)]};$$
(27)

$$\begin{split} &I_{11m} = I_0 \frac{m(4m^2-1)}{m^2-1} \times \\ &\times \frac{mX_1 \Big[ m(2m^2-1)X_2 + \pi(4m^2-1)X_0 \Big] + X_2 \Big[ m^2X_1 - \pi(4m^2-1)R \Big]}{\pi^2 \big( 4m^2-1 \big)^2 \, R^2 - m^4 X_1^2 + \Big[ \pi(4m^2-1)X_0 + 2m^3 X_2 \Big] \Big[ m(2m^2-1)X_2 + \pi(4m^2-1)X_0 \Big]}; \\ &I_{12m} = I_0 \frac{m(4m^2-1)}{m^2-1} \times \\ &\times \frac{mX_1 \Big[ \pi(4m^2-1)R + m^2X_1 \Big] + X_2 \Big[ \pi(4m^2-1)X_0 + 2m^3X_2 \Big]}{\pi^2 \big( 4m^2-1 \big)^2 \, R^2 - m^4X_1^2 + \Big[ \pi(4m^2-1)X_0 + 2m^3X_2 \Big] \Big[ m(2m^2-1)X_2 + \pi(4m^2-1)X_0 \Big]}. \end{split}$$

Числові розрахунки у програмному середовищі MathCAD показують, що складова середнього значення електромагнітного моменту ВРД від першої і другої гармонічних складових струму, розрахована за (15) на основі (12), не перевищує 10 % від електромагнітного моменту за наявності тільки сталої складової струму. Вираз (25) доцільно використати для порівняльного аналізу електромеханічної частини ВРД з іншими електричними машинами.

## Висновки

Науковою новизною проведених досліджень  $\varepsilon$  аналітичні вирази для визначення гармонічного складу струму й електромагнітного моменту вентильних реактивних двигунів. Ці вирази порівняно прості для сталої складової і першої гармоніки, а загальні вирази (15)

для складових електромагнітного моменту  $\epsilon$  громіздкими, але при виконанні розрахунків на комп'ютері це не призводить до особливих труднощів. Отримані результати мають теоретичне і практичне значення для оцінки техніко-економічних показників при використанні і проектуванні таких двигунів із заданими характеристиками. Надалі доцільно провести різнобічні розрахунки за отриманими аналітичними виразами шляхом комп'ютерного симулювання і виявити певні закономірності з метою зменшення пульсацій струму й електромагнітного моменту вентильних реактивних двигунів.

1. Осідач Ю., Ткачук В. Основи проектування вентильних реактивних двигунів // Електромеханіка. Теорія і практика: Пр. наук.-техн. конф., присвяченої 100-річчю від дня народження видатного українського вченого — електромеханіка Тихона Губенка. — Львів — Славськ, 1966. — С. 143—145. 2. Ткачук В.І., Каша Л.В., Гайдук В.Г. Дослідження пульсацій електромагнітного моменту вентильного реактивного двигуна з буферами енергіїі // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка". — 2002. — № 449. — С. 164—169.