621.316.11:621.67

П.Ф. Гоголюк, В.Г. Лисяк, В.С. Костишин*
Національний університет "Львівська політехніка",
кафедра ЕПМС
*Івано-Франківський національний технічний університет нафти і газу,
кафедра ЕПО

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ УСТАЛЕНИХ РЕЖИМІВ ЕЛЕКТРОПРИЙМАЧА – АСИНХРОННИЙ ДВИГУН–ВІДЦЕНТРОВА ПОМПА

© Гоголюк П. Ф., Лисяк В.Г., Костишин В.С., 2003

Створено математичну модель аналізу усталених режимів частотно-керованого асинхронного двигуна з відцентровою помпою на підставі електрогідравлічної аналогії. Уперше запропоновано ефективний метод аналізу усталених режимів електроприймача у складі – частотно керований асинхронний двигун – відцентрова помпа, – як елемента вузла навантаження електропостачальної системи з урахуванням статичної напірної характеристики гідравлічної мережі.

The mathematical model on the basis of electrohydraulic analogy intended for analysis of steady-state regimes of electric receiving apparatus – frequency-controlled asynchronous motor with centrifugal pomp is created. A new method of steady-state regimes analysis of frequency-controlled asynchronous motor with centrifugal pump as element of power distribution system load center is offered for the first time. Static characteristic of hydraulic network are taken into consideration.

Постановка проблеми

На сучасному етапі розроблення прикладного математичного та програмного забезпечення автоматизованих систем проектування електропостачальних систем (ЕПС) відсутні ефективні математичні моделі низки електроприймачів, які складаються з нерозривно пов'язаних між собою пристроїв різної фізичної природи. Це не дозволяє здійснювати комплексний аналіз режимів і процесів підсистем інженерного забезпечення промислових і цивільних об'єктів як єдиної системи. Досі відсутня ефективна математична модель широко розповсюдженого електроприймача – асинхронний двигун–відцентрова помпа, як елемента електропостачальної системи.

Аналіз результатів останніх досліджень

На теперішній час відсутня комплексна математична модель аналізу усталених режимів широко розповсюдженого електроприймача як асинхронний двигун–відцентрова помпа з можливістю врахування взаємного впливу режимів електропостачальних систем і гідравлічних мереж.

Задачі досліджень

Метою роботи є створення математичної моделі електроприймача – асинхронний двигун-відцентрова помпа – як складового елемента вузла навантаження електропостачальних систем з урахуванням впливу статичних характеристик гідравлічної мережі на координати усталених режимів ЕПС.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Виклад основного матеріалу

Для створення математичної моделі усталених режимів досліджуваного об'єкта використано запис рівнянь в ортогональних (d, q) координатах, які зокрема жорстко зв'язані з обертовим магнітним полем статора асинхронного двигуна й робочим колесом відцентрової помпи.

Рівняння стану відцентрової помпи сформовані на підставі її електричної заступної схеми (рис.1), яка отримана з використанням принципу електрогідравлічної аналогії [1]. Рівняння стану асинхронного двигуна записані на підставі його Т-подібної заступної схеми [2, 3, 4]. Зв'язок між асинхронним двигуном і відцентровою помпою встановлено на підставі балансу електромагнітного моменту й потужності АД відповідно з механічним моментом і потужністю ВП за умови однакової частоти обертання їх спільного вала. Основний закон частотного керування асинхронним двигуном [2, 4], згідно з яким співвідношення між максимальним електромагнітним моментом АД і механічним моментом навантаження має бути сталим у всіх режимах, враховано нижче у виразі (28).

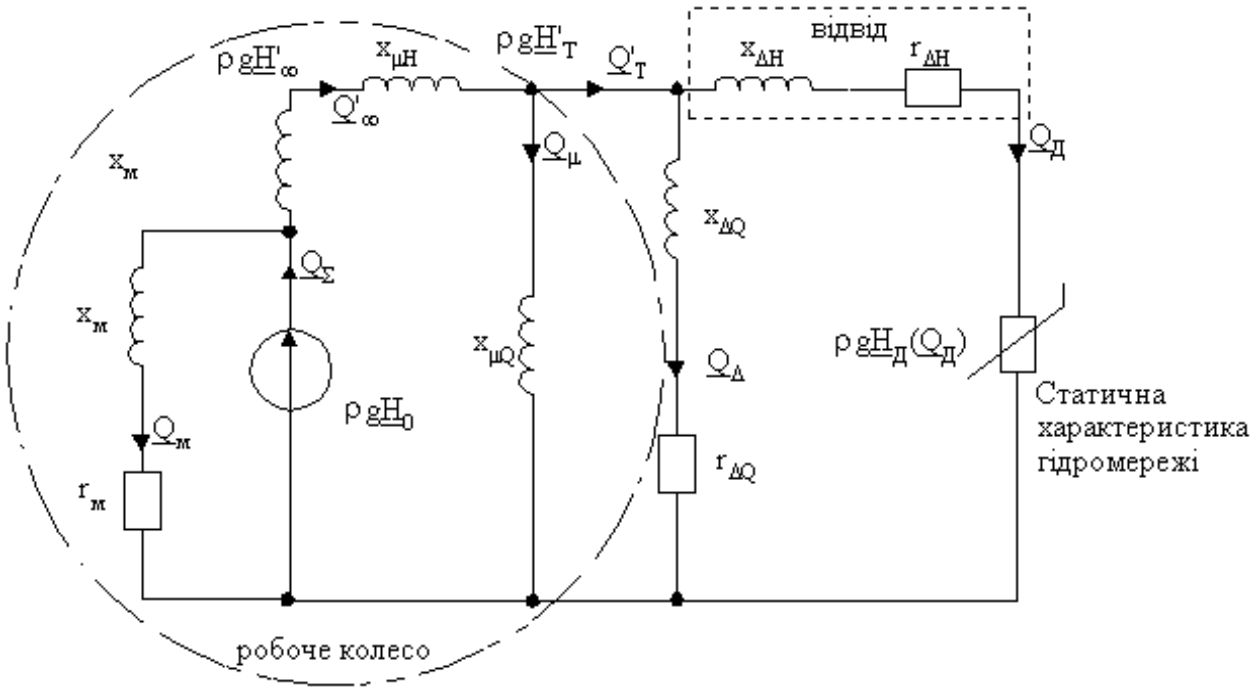

Рис. 1. Заступна електрична схема відцентрової помпи

Рівняння стану електроприймача АД – ВП сформовані у відносних базових одиницях із використанням такої системи основних базових величин:

$$S_б = \rho g H_б Q_б = 3U_{фб} I_б ; \quad (1)$$

$$Z_б = \rho g H_б / Q_б = 3U_{фб}^2 / S_б , \quad (2)$$

де $H_б$, $Q_б$ – відповідно базові значення гідравлічного напору й об'ємної витрати помпи; $S_б$, $U_{фб}$, $I_б$, $Z_б$ – відповідно базові значення потужності, фазної напруги, струму й опору АД; ρ, g – відповідно питома густина рідини та пришвидшення вільного падіння.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

У результаті отримано математичну модель усталеного режиму електроприймача ЕПС, який складається з асинхронного двигуна й відцентрової помпи, що має такий вигляд:

$$Q_{\Sigma d} - Q_{\text{м}d} - Q'_{\infty d} = 0; \quad (3)$$

$$Q_{\Sigma q} - Q_{\text{м}q} - Q'_{\infty q} = 0; \quad (4)$$

$$Q_{\infty d} - Q_{\mu d} - Q_{Td} = 0; \quad (5)$$

$$Q_{\infty q} - Q_{\mu q} - Q_{Tq} = 0; \quad (6)$$

$$Q'_{Td} - Q_{\text{д}d} - Q_{\Delta d} = 0; \quad (7)$$

$$Q'_{Tq} - Q_{\text{д}q} - Q_{\Delta q} = 0; \quad (8)$$

$$k_v r_{\text{м}} Q_{\text{м}d} - \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\text{м}} Q_{\text{м}q} - H_{0d} = 0; \quad (9)$$

$$\omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\text{м}} Q_{\text{м}d} + k_v r_{\text{м}} Q_{\text{м}q} - H_{0q} = 0; \quad (10)$$

$$\omega_{\text{r}*\text{б}} \left(x_t + x_{\mu H}\right) Q'_{\infty q} + \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\mu Q} Q_{\mu q} + H_{0d} = 0; \quad (11)$$

$$\omega_{\text{r}*\text{б}} \left(x_t + x_{\mu H}\right) Q'_{\infty d} + \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\mu Q} Q_{\mu d} - H_{0q} = 0; \quad (12)$$

$$\omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\mu Q} Q_{\mu q} + k_v r_{\Delta Q} Q_{\Delta d} - \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\Delta Q} Q_{\Delta q} = 0; \quad (13)$$

$$-\omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\mu Q} Q_{\mu d} + k_v r_{\Delta Q} Q_{\Delta q} + \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\Delta Q} Q_{\Delta d} = 0; \quad (14)$$

$$-k_v r_{\Delta H} Q_{\text{д}d} + \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\Delta H} Q_{\text{д}q} + k_v r_{\Delta Q} Q_{\Delta d} - \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\Delta Q} Q_{\Delta q} - H_{\text{д}d} = 0; \quad (15)$$

$$-\omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\Delta H} Q_{\text{д}d} - k_v r_{\Delta H} Q_{\text{д}q} + \omega_{\text{r}*\text{б}} x_{\Delta Q} Q_{\Delta d} + k_v r_{\Delta Q} Q_{\Delta q} - H_{\text{д}q} = 0; \quad (16)$$

$$\sqrt{H_{0d}^2 + H_{0q}^2} - \omega_{\text{r}*\text{б}}^2 H_{0\text{ном}} = 0; \quad (17)$$

$$Q_{\text{д}d} - Q_{\text{д}} H_{\text{д}d} / H_{\text{д}}\left(Q_{\text{д}}\right) = 0; \quad (18)$$

$$Q_{\text{д}q} - Q_{\text{д}} H_{\text{д}q} / H_{\text{д}}\left(Q_{\text{д}}\right) = 0; \quad (19)$$

$$H_{\text{д}d} - H_{\text{д}}\left(Q_{\text{д}}\right) Q_{\text{д}d} / Q_{\text{д}} = 0; \quad (20)$$

$$H_{\text{д}q} - H_{\text{д}}\left(Q_{\text{д}}\right) Q_{\text{д}q} / Q_{\text{д}} = 0; \quad (21)$$

$$\left(r_1 + r_a\right) I_{1d} - \omega_{s*\text{б}} \left(x_1 + x_a\right) I_{1q} - r_a I_{2d} + \omega_{s*\text{б}} x_a I_{2q} - U_{1d} = 0; \quad (22)$$

$$\omega_{s*\text{б}} \left(x_1 + x_a\right) I_{1d} + \left(r_1 + r_a\right) I_{1q} - \omega_{s*\text{б}} x_a I_{2d} - r_a I_{2q} - U_{1q} = 0; \quad (23)$$

$$-r_a I_{1d} + \omega_{s*\text{б}} x_a I_{1q} + \left(r_2 / s + r_a\right) I_{2d} - \omega_{s*\text{б}} \left(x_2 + x_a\right) I_{2q} = 0; \quad (24)$$

$$-\omega_{s*\text{б}} x_a I_{1d} - r_a I_{1q} + \omega_{s*\text{б}} \left(x_2 + x_a\right) I_{2d} + \left(r_2 / s + r_a\right) I_{2q} = 0; \quad (25)$$

$$\left(\omega_{s*\text{б}} - \omega_{\text{r}*\text{б}}\right) / \omega_{s*\text{б}} - s = 0; \quad (26)$$

$$x_a \left(I_{1d} I_{2q} - I_{1q} I_{2d}\right) - f_1 \cos\left(f_2\right) = 0, \quad (27)$$

$$U_{1m}^2 / \left(2 f_{26-1}\right) - k_m f_1 \cos\left(f_2\right) = 0, \quad (28)$$

де $Q_{\text{м}d}$, $Q_{\text{м}q}$ – розрахункові об'ємні втрати рідини відцентрової помпи, спричинені силами дискового тертя та гідравлічним гальмуванням; $Q_{\mu d}$, $Q_{\mu q}$ – розрахункові об'ємні втрати рідини, спричинені скінченною кількістю лопастей; $Q_{\Delta d}$ $Q_{\Delta q}$ – розрахункові об'ємні втрати рідини через ущільнення; $Q_{\Sigma d}$, $Q_{\Sigma q}$ – результативні розрахункові об'ємні витрати рідини

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

відцентрової помпи; $Q_{\infty d}$, $Q_{\infty q}$ – розрахункові об'ємні витрати рідини ідеалізованої відцентрової помпи; Q'_{Td}, Q'_{Tq} – розрахункові об'ємні витрати рідини теоретичної відцентрової помпи; $Q_д = \sqrt{Q_{дd}^2 + Q_{дq}^2}$ – дійсна об'ємна витрата рідини реальної відцентрової помпи; $H_д = \sqrt{H_{дd}^2 + H_{дq}^2}$ – дійсний напір на виході реальної відцентрової помпи; $H_0 = \sqrt{H_{0d}^2 + H_{0q}^2}$ – розрахунковий напір ідеалізованої відцентрової помпи; $H_д(Q_д)$ – статична напірна характеристика гідравлічної мережі; $r_м$, $x_м$ – дисипативний і реактивний гідроопори, що відображають механічні втрати енергії відцентрової помпи на дискове тертя та гідравлічне гальмування; $r_{\Delta H}$, $x_{\Delta H}$ – дисипативний та реактивний гідроопори, що відображають гідравлічні втрати в спіральному відводі помпи; $r_{\Delta Q}$, $x_{\Delta Q}$ – дисипативний і реактивний гідроопори, що відображають вплив зворотних зв'язків через ущільнення на тиск рідини відцентрової помпи; $x_{\mu H,}$ $x_{\mu Q}$ – реактивні гідроопори, що враховують відповідно вплив скінченної кількості лопастей на тиск і об'ємну витрату рідини помпи; x_t – внутрішній реактивний гідроопір відцентрової помпи; k_v – коефіцієнт в'язкості робочої рідини відцентрової помпи; $\omega_{r*б}$ – відносна колова частота обертання спільного валу АД – ВП; $\omega_{s*б}$ – відносна колова частота напруги живлення статора асинхронного двигуна; $\omega_б$ – базове значення колової частоти (314,16 c^{-1}); $M_м = f_1\cos(f_2)$ – механічний момент відцентрової помпи; I_{1d}, I_{1q}, I_{2d}, I_{2q} – відповідно струми статора та зведені до нього струми ротора АД; U_{1m} – амплітудне значення фазної напруги живлення статора асинхронного двигуна; r_1, x_1 – резистивний та індуктивний опір розсіювання обмотки статора Т-подібної заступної схеми асинхронного двигуна; r_2, x_2 – зведені до статора резистивний та індуктивний опір розсіювання обмотки ротора Т-подібної заступної схеми асинхронного двигуна; r_a, x_a – зведені до статора резистивний опір, який враховує втрати активної потужності в магнітопроводі та індуктивний опір намагнічення Т-подібної заступної схеми АД; s – ковзання ротора асинхронного двигуна; k_m – відношення максимального електромагнітного моменту асинхронного двигуна для критичного ковзання до моменту його навантаження.

У матрично-векторному вигляді система рівнянь (3)–(28) має такий вигляд:

$$\mathrm{f}(\mathbf{x}) = \mathbf{0}, \tag{29}$$

де $\mathbf{x} = (\mathbf{Q_1}, \mathbf{Q_2}, \mathbf{H}, \mathbf{I}, \mathbf{U}, \boldsymbol{\omega})_t$ вектор–стовпець координат режиму агрегату;

$$\mathbf{Q_1} = (Q_{м d}, Q_{м q}, Q'_{\infty d}, Q'_{\infty q}, Q'_{Td}, Q'_{Tq}, Q_{\Sigma d}, Q_{\Sigma q})_t;\ \mathbf{Q_2} = (Q_{\mu d}, Q_{\mu q}, Q_{\Delta d}, Q_{\Delta q}, Q_{д d}, Q_{д q})_t;$$

$$\mathbf{H} = (H_{0d}, H_{0q}, H_{дd}, H_{дq})_t;\ \mathbf{I} = (I_{1d}, I_{1q}, I_{2d}, I_{2q})_t;\ \mathbf{U} = (U_{1d}, U_{1q})_t;\ \boldsymbol{\omega} = (\omega_{s*б,}\omega_{r*б}, s)_t.$$

Для однозначності розв'язку системи рівнянь (27)необхідно задати додаткові умови:

$$U_{1q}=0;\ \ U_{1m} = \sqrt{U_{1d}^2 + U_{1q}^2} = U_{1d}. \tag{30}$$

Нелінійну систему рівнянь (27) найдоцільніше розв'язати методом Ньютона, робоча формула якого має такий вигляд [5]:

$$\mathbf{x}^{(l+1)} = \mathbf{x}^{(l)} - \Delta\mathbf{x}^{(l)}, \tag{31}$$

де $\Delta\mathbf{x}^{(l)}$ – вектор–стовпець поправок.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Компоненти вектор-стовпця поправок обчислюється шляхом розв'язання системи лінеаризованих рівнянь стану АД–ВП методом Гавса такого вигляду:

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}^{(l)})\Delta\mathbf{x}^{(l)} = \mathrm{f}(\mathbf{x}^{(l)}). \qquad (32)$$

Матриця Якобі для системи рівнянь (29) з урахуванням (30) має такий вигляд:

$$\mathbf{W}(\mathbf{x}) = \begin{vmatrix} \mathbf{W_{11}} & \mathbf{W_{12}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{W_{21}} & \mathbf{W_{22}} & \mathbf{W_{23}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W_{26}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{W_{32}} & \mathbf{W_{33}} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{W_{44}} & \mathbf{W_{45}} & \mathbf{W_{46}} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \breve{\mathbf{W}}_{\mathbf{54}} & \mathbf{0} & \breve{\mathbf{W}}_{\mathbf{56}} \\ \mathbf{W_{61}} & \mathbf{0} & \mathbf{W_{63}} & \mathbf{W_{64}} & \mathbf{W_{65}} & \mathbf{W_{66}} \end{vmatrix}, \qquad (33)$$

де

$$\mathbf{W_{11}} = \begin{vmatrix} -1 & \bullet & -1 & \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & -1 & \bullet & -1 & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet & -1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet & -1 & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet & \bullet \end{vmatrix}; \quad \mathbf{W_{12}} = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ -1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & -1 & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & -1 & \bullet & -1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & -1 & \bullet & -1 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{21}} = \begin{vmatrix} k_v r_м & -\omega_{*б} x_м & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \omega_{г*б} x_м & k_v r_м & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \omega_{г*б}\left(x_м + x_{\mu H}\right) & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & -\omega_{г*б}\left(x_м + x_{\mu H}\right) & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{22}} = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \omega_{г*б} x_{\mu Q} & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \omega_{г*б} x_{\mu Q} & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \omega_{г*б} x_{\mu Q} & k_v r_{\Delta Q} & -\omega_{г*б} x_{\Delta Q} & \bullet & \bullet \\ \omega_{г*б} x_{\mu Q} & \bullet & \omega_{г*б} x_{\Delta Q} & k_v r_{\Delta Q} & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & k_v r_{\Delta Q} & -\omega_{г*б} x_{\Delta Q} & -k_v r_{\Delta H} & \omega_{г*б} x_{\Delta H} \\ \bullet & \bullet & \omega_{г*б} x_{\Delta Q} & k_v r_{\Delta Q} & -\omega_{г*б} x_{\Delta H} & -k_v r_{\Delta H} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix};$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$\mathbf{W_{23}} = \begin{vmatrix} -1 & \bullet & -1 & \bullet \\ \bullet & -1 & \bullet & -1 \\ 1 & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & 1 & \bullet & 1 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ -H_{0d}\Big/\sqrt{H_{0d}^2+H_{0q}^2} & -H_{0q}\Big/\sqrt{H_{0d}^2+H_{0q}^2} & \bullet & \bullet \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{26}} = \begin{vmatrix} -x_м Q_{мq} & \bullet & \bullet \\ x_м Q_{мd} & \bullet & \bullet \\ (x_t + x_{\mu H})Q'_{\infty q} + x_{\mu Q} Q_{дq} & \bullet & \bullet \\ (x_t + x_{\mu H})Q'_{\infty d} + x_{\mu Q} Q_{дd} & \bullet & \bullet \\ x_{\mu Q} Q_{дq} - x_{\Delta Q} Q_{\Delta q} & \bullet & \bullet \\ -x_{\mu Q} Q_{дd} + x_{\Delta Q} Q_{\Delta d} & \bullet & \bullet \\ x_{\Delta H} Q_{дq} - x_{\Delta Q} Q_{дq} & \bullet & \bullet \\ -x_{\Delta H} Q_{дd} + x_{\Delta Q} Q_{дd} & \bullet & \bullet \\ -2\omega_{г*б} H_0, & \bullet & \bullet \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{32}} = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & 1 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & -H_д(Q_д)/Q_д \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & -H_д(Q_д)/Q_д \bullet \end{vmatrix}$$

$$\mathbf{W_{33}} = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & -Q_д/H_д(Q_д) & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & -Q_д/H_д(Q_д) \\ \bullet & \bullet & 1 & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & 1 \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{44}} = \begin{vmatrix} r_1 + r_a & -\omega_{s*б}(x_1 + x_a) & -r_a & \omega_{s*б} x_a \\ \omega_{s*б}(x_1 + x_a) & r_1 + r_a & -\omega_{s*б} x_a & -r_a \end{vmatrix}; \quad \mathbf{W_{45}} = \begin{vmatrix} -1 \\ \bullet \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{46}} = \begin{vmatrix} \bullet & -(x_1 + x_a)I_{1q} + x_a I_{2q} & \bullet \\ \bullet & (x_1 + x_a)I_{1d} - x_a I_{2d} & \bullet \end{vmatrix}; \quad \mathbf{W_{56}} = \begin{vmatrix} \bullet & -(x_2 + x_a)I_{2q} + x_a I_{1q} & \bullet \\ \bullet & (x_2 + x_a)I_{2d} - x_a I_{1d} & \bullet \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{54}} = \begin{vmatrix} -r_a & \omega_{s*б} x_a & r_2/s + r_a & -\omega_{s*б}(x_2 + x_a) \\ -\omega_{s*б} x_a & -r_a & \omega_{s*б}(x_2 + x_a) & r_2/s + r_a \end{vmatrix};$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$\mathbf{W_{61}} = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & f_{11} & f_{11} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & k_m f_{11} & k_m f_{12} \end{vmatrix}; \quad \mathbf{W_{63}} = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ \bullet & f_{13} & \bullet & f_{13} \\ \bullet & k_m f_{13} & \bullet & k_m f_{13} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{64}} = \begin{vmatrix} \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ x_a I_{2q} & -x_a I_{2d} & -x_a I_{1q} & x_a I_{1d} \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \end{vmatrix}; \quad \mathbf{W_{65}} = \begin{vmatrix} \bullet \\ \bullet \\ U_{1d}/f_{26-1} \end{vmatrix};$$

$$\mathbf{W_{66}} = \begin{vmatrix} \bullet & \omega_{r*б}/\omega_{s*б}^2 & -1 \\ f_{14} & \bullet & \bullet \\ k_m f_{14} & -U_{1d}^2 f'_{26-5}/(4f_{26-5}) & \bullet \end{vmatrix},$$

де $f_1 = \sqrt{(H_{0d}^2 + H_{0q}^2)(Q_{\Sigma d}^2 + Q_{\Sigma q}^2)}$; $f_2 = \operatorname{arctg}(H_{0q}/H_{0d}) - \operatorname{arctg}(Q_{\Sigma q}/Q_{\Sigma d})$;

$$f_{13} = (H_{0d}\cos(f_2)/f_1 - H_{0q} f_1 \sin(f_2)/(H_{0d}^2 + H_{0q}^2));$$

$$f_{14} = (H_{0q}\cos(f_2)/f_1 + H_{0d}^2 f_1 \sin(f_2)/(H_{0d}^2 + H_{0q}^2))$$

$$f_{11} = (Q_{\Sigma d}\cos(f_2)/f_1 + Q_{\Sigma q} f_1 \sin(f_2)/(Q_{\Sigma d}^2 + Q_{\Sigma q}^2));$$

$$f_{12} = (Q_{\Sigma q}\cos(f_2)/f_1 - Q_{\Sigma q}^2 f_1 \sin(f_2)/(Q_{\Sigma d}^2 + Q_{\Sigma q}^2));$$

$$f_{26-1} = c_{11}\left(r_1 + \sqrt{r_1^2 + (\omega_{s*б}(x_1 + c_1 x_2))^2}\right)/c_{12}; \qquad f_{26-5} = c_{11} f_{26-4}/c_{12};$$

$$f'_{26-5} = c'_1 f_{26-4} + c_{11} f'_{26-4}/c_{12}; \qquad f'_{26-4} = -f'_{26-3}/(2\sqrt{f_{26-3}}); \quad f_{26-4} = r_1 + \sqrt{f_{26-3}};$$

$$f'_{26-3} = 2\omega_{s*б} f_{26-2}(\omega_{s*б} f'_{26-2} + f_{26-2}); \quad f_{26-3} = r_1^2 + (\omega_{s*б} f_{26-2})^2; \quad f'_{26-2} = c'_1 x_2;$$

$$f_{26-2} = x_1 + c_{11} x_2/c_{12}; \qquad c_1 = c_{11}/c_{12}; \quad c_{12} = r_a^2 + (\omega_{s*б} x_a)^2;$$

$$c'_1 = (c'_{11} c_{12} - c_{11} c'_{12})/c_{12}^2; \quad c'_{12} = 2x_a^2 \omega_{s*б};$$

$$c_{11} = \sqrt{(r_a^2 + r_1 r_a + \omega_{s*б}^2(x_a^2 + x_1 x_a))^2 + (\omega_{s*б}(x_1 r_a - r_1 x_a))^2};$$

$$c'_{11} = -\omega_{s*б}(2(x_a^2 + x_1 x_a)\cdot(\omega_{s*б}^2(x_a^2 + x_1 x_a) + r_a^2 + r_1 r_a) + (x_1 r_a - r_1 x_a)^2)/c_{11}.$$

Для ефективного розв’язання нелінійної системи (29) необхідно мати відповідні початкові наближення шуканих невідомих. З цією метою спочатку необхідно обчислити початкові наближення частоти обертання спільного вала системи $\omega_{r*б}$, ковзання ротора s, частоти $\omega_{s*б}$ напруги живлення статора U_{1d} асинхронного двигуна. Дослідження показали, що найкращі результати можна отримати, застосувавши такі формули:

$$\omega_{r*б}^{(0)} = [Q_д H_д (Q_д)]^{0,025}; \tag{34}$$

$$s^{(0)} = 0{,}35 s_н; \tag{35}$$

$$\omega_{s*б}^{(0)} = \omega_{r*б}^{(0)}/(1 - s^{(0)}); \tag{36}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$U_{1d}^{(0)} = \omega_{s*б}^{(0)} \left[Q_д H_д (Q_д) \right]^{0,3}; \quad (37)$$

Після цього слід обчислити значення $Q_{дd}$, $Q_{дq}$, $H_{дd}$, $H_{дq}$ за такими формулами:

$$Q_{дd} = Q_д \cos(\gamma_0); \quad (38)$$

$$Q_{дq} = Q_д \sin(\gamma_0); \quad (39)$$

$$H_{дd} = H_д (Q_д) \cos(\gamma_0); \quad (40)$$

$$H_{дq} = H_д (Q_д) \sin(\gamma_0), \quad (41)$$

де $\cos(\gamma_o) = H_{дd} / H_д (Q_д) = Q_{дd} / Q_д$; $\sin(\gamma_o) = H_{дq} / H_д (Q_д) = Q_{дq} / Q_д$.

У випадку живлення АД агрегату від потужної ЕПС значення кута γ_o можна прийняти довільним. Потім необхідно розв'язати систему рівнянь (2)–(16), (22)–(25), підставивши у них U_{1d}, U_{1q}, $Q_{дd}$, $Q_{дq}$, $H_{дd}$, $H_{дq}$, γ, $\omega_{s*б}$, $\omega_{r*б}$, s, – з урахуванням залежностей (30) і (34)–(41).

Розрахунок множини усталених режимів агрегату АД – ВП здійснювався шляхом зміни дійсної витрати помпи $Q_д$ у межах від $Q_{дmin}$ до $Q_{дmax}$ за умови, що $H_д (Q_д) = \text{const}$. Як показали дослідження, доцільно лише один раз розрахувати початкові наближення за наведеними вище виразами (34)–(41) тільки для першого усталеного режиму, а початковими наближеннями для розрахунку наступного усталеного режиму є результати розрахунку попереднього режиму.

За допомогою створеної математичної моделі проведені тестові розрахунки координат усталеного режиму агрегату АД–ВП для таких випадків:

- агрегат складається з помпи НМ-1250-260 і двигуна АД1 типу 2АЗМ-1600/6000УХЛ4;
- агрегат складається з помпи НМ-1250-260 і двигуна АД2 типу 2АЗМ-2000/6000УХЛ4.

Кількісні значення номінальних параметрів помпи НМ-1250-260:
$x_м$=11,6208; $r_м$=0,2678; x_t=0,059; $x_{μH}$=0,003; $x_{μq}$=0,256; $x_{Δq}$=11,6; $r_{Δq}$=24,95; $x_{ΔH}$=0,44; $r_{ΔH}$=0,0051; $H_{он}$=1,387; $H_{дн}$=260 м; $Q_{дн}$=1250 м^3/год; $P_н$=1107 кВт; $n_н$=3000 об/хв.

Кількісні значення номінальних параметрів двигуна АД1 типу 2АЗМ-1600/6000УХЛ4:
r_1=0,0057; x_1=0,1193; r_2=0,0033; x_2=0,1937; $r_a \cong 0$; x_a=5,888; $P_н$=1600 кВт; $U_н$=6 кВ; k_{max}=2,1; $\cos\varphi_н$=0,9; $n_н$=2975 об/хв; $s_н$=0,0083333.

Кількісні значення номінальних параметрів двигуна АД2 типу 2АЗМ-2000/6000УХЛ4:
r_1=0,00508; x_1=0,11664; r_2=0,00292; x_2=0,18936; $r_a \cong 0$; x_a=6,707; $P_н$=2000 кВт; $U_н$=6 кВ; k_{max}=2,1; $\cos\varphi_н$=0,91; $n_н$=2975 об/хв; $s_н$=0,00833.

Розрахунки проведено для різних значень k_m співвідношення між максимальним електромагнітним моментом АД і моментом опору помпи в межах (1,5...4,0). На рис. 2, 3 і 4 наведено результати цих розрахунків для $k_m = k_{m.ном}$ у вигляді графічних залежностей координат режиму агрегату АД – ВП від об'ємної витрати рідини $Q_{д*б}$ за умови підтримання сталого номінального тиску рідини на виході помпи $H_{д*б}$**=1**.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

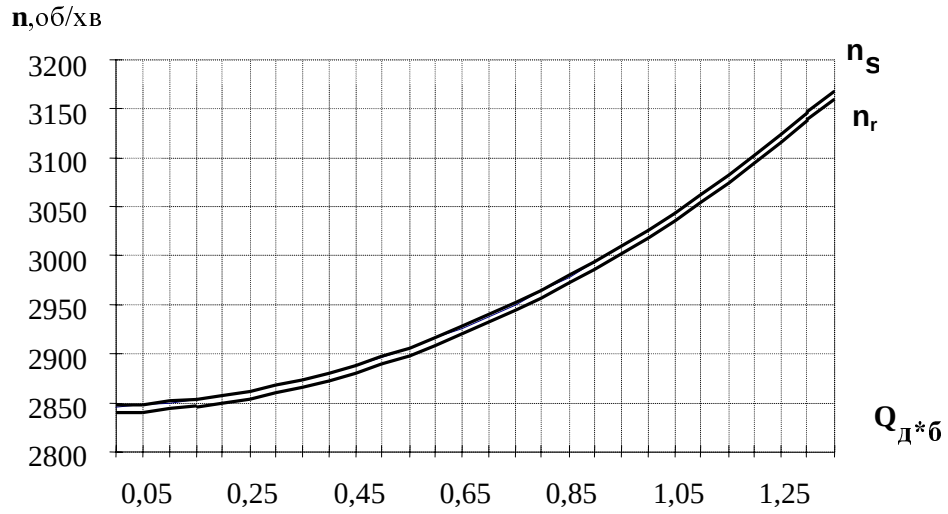

Рис. 2. Залежності частоти напруги n_s статора (верхня крива) й обертання ротора АД n_r (нижня крива) від об'ємної витрати $Q_{д*б}$.

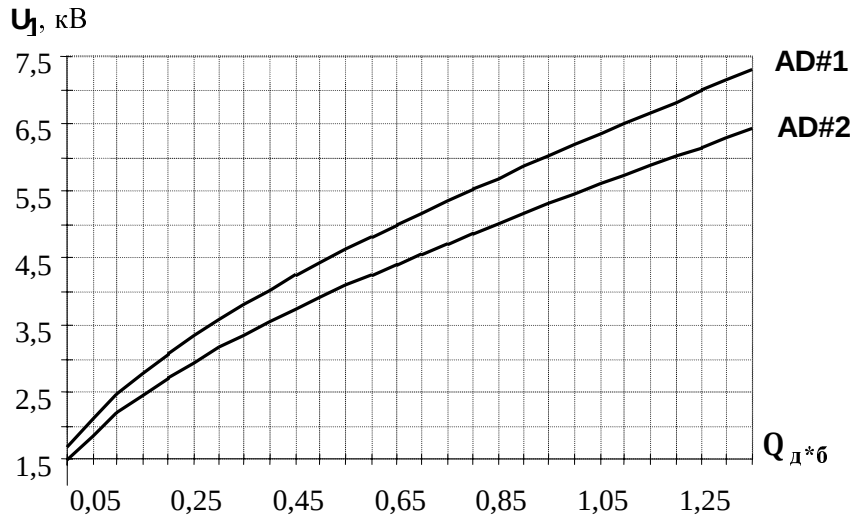

Рис. 3. Залежність напруги живлення АД U_1 від об'ємної витрати $Q_{д*б}$.

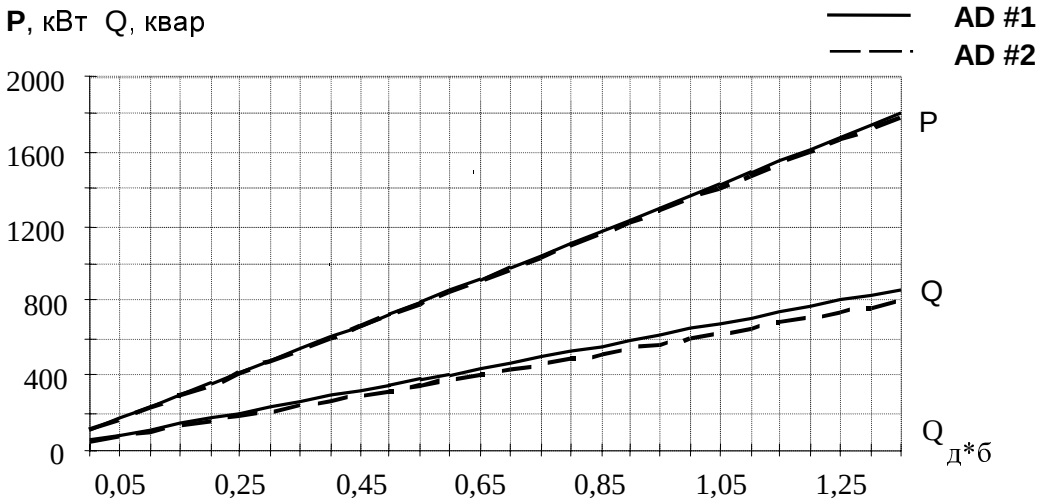

*Рис. 4. Залежність активної **P** і реактивної **Q** потужностей АД від об'ємної витрати $Q_{д*б}$.*

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Висновки

Уперше запропоновано ефективну й адекватну математичну модель усталеного режиму електроприймача – асинхронний двигун – відцентрова помпа, – як елемента вузла навантаження ЕПС. Отримані результати показали доцільність подальших досліджень із метою створення узагальненої математичної моделі аналізу усталених режимів електропостачальних систем з урахуванням взаємного впливу статичної характеристики гідравлічної мережі.

1. Костишин В.С. Моделювання режимів роботи відцентрових насосів на основі електрогідравлічної аналогії. – Івано-Франківськ, 2000. – 163 с. 2. Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. ч. 2. – Л., 1973. – 648 с. 3. Применение аналоговых вычислительных машин в энергетических системах / Под ред. Н.И. Соколова. – М., 1970. – 400 с. 4. Брускин Д.Э., Зорохович А.Е., Хвостов В.С. Электрические машины и микромашины. – М., 1990. – 528 с. 5. Перхач В.С. Математичні задачі електроенергетики. – Львів, 1989. – 464 с.

УДК 621.317

М.М. Дорожовець
Національний університет “Львівська політехніка”.
кафедра інформаційно-вимірювальної техніки

ВИКОРИСТАННЯ ТЕОРЕМИ ВАРІАЦІЙ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ МАТРИЦІ ЯКОБІ ДЛЯ ОБЕРНЕНОЇ ЗАДАЧІ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ТОМОГРАФІЇ

© Дорожовець М.М., 2003

Метод розрахунку ґрунтується на використанні електротехнічної теореми про варіації. Показано, що матрицю Якобі можна розрахувати за один розв’язок прямої задачі без методичних похибок, притаманних скінченно-різницевим методам.

Method is based on electrical theorem of variation. The Jacobean matrix can be calculated after single direct problem solution without methodical errors that are inhered for the finite-difference method.

Постановка проблеми

Електричну томографію використовують для знаходження просторового розподілу провідності, діелектричної проникності, комплексної провідності, магнітної проникності та інших пов’язаних з ними величин всередині об’єкта за результатами вимірювань зовнішніх електричних величин [1–3]. Суть томографії електричної провідності полягає в тому, що об’єкт у різних просторових ракурсах піддають зовнішньому електричному збудженню (зондуванню) і вимірюють його реакцію на ці збудження, і далі за множиною отриманих результатів вимірювань знаходять просторовий розподіл провідності всередині об’єкта [1–3]. Для збудження і вимірювання використовують електроди, які розміщені на зовнішній поверхні об’єкта.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua