

УДК 621.314.2

О.П. Гоголюк

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної та загальної електротехніки

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ ТРИФАЗНОГО СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB/SIMULINK

© Гоголюк О.П., 2003

Створено математичну модель силового трифазного тристрижневого трансформатора, придатну для дослідження низькочастотних перехідних процесів. Модель дозволяє адекватно враховувати втрати потужності на перемагнічення та вихрові струми. Запропоновано структурну схему симулювання низькочастотних перехідних процесів силового трифазного тристрижневого трансформатора в середовищі MATLAB/SIMULINK.

A three-phase, two-winding, core-type transformer mathematical model suitable for low-frequency transient studies is presented. The model represents adequately the reversal magnetization and eddy currents power losses in the transformer. A block diagram for low-frequency transient processes simulation of the power three-phase, three-legged transformer in MATLAB/SIMULINK environment is proposed.

Постановка проблеми

Моделювання та симулювання перехідних процесів силових трансформаторів як елементів складних електричних систем у широкому частотному діапазоні є досі актуальним завданням. Моделювання силових елементів, беручи до уваги частотну залежність параметрів, можна практично здійснити за допомогою розроблення моделей, які будуть адекватними для певної частотної області, причому кожній частотній області відповідає свій перехідний процес. Окрім цього необхідно враховувати такі фізичні явища, як насичення осердя та втрати потужності через частотно-залежні вихрові струми в осерді й обвитках [1, 13].

Аналіз останніх досліджень

На цьому етапі одним із найефективніших засобів математичного моделювання й симулювання процесів складних динамічних систем є MATLAB/SIMULINK [8, 12]. На підставі аналізу літературних джерел доходимо висновку, що найповнішими для дослідження низькочастотних перехідних процесів трифазного трансформатора є моделі, наведені в [1, 5]. Однак через специфічні особливості цього комплексу, математичні моделі, наведені в працях [1–4] і адаптовані до середовища ATP/EMTP, реалізувати в середовищі MATLAB/SIMULINK безпосередньо надзвичайно складно.

Моделі електромагнітних апаратів електричних систем, вбудовані у бібліотеки програм ATP/EMTP і MATLAB/SIMULINK, є спрощеними й не враховують схемних і конструкційних особливостей магнітопроводу й електромагнітних зв'язків обвиток, а також втрат потужності від вихрових струмів тощо. Наявні математичні моделі електромагнітних апаратів, які застосовуються для симулювання процесів у середовищі MATLAB/SIMULINK [12], є недостатньо адекватними і тому їх використання для дослідження низькочастотних, особливо ферорезонансних перехідних процесів, є проблематичним. У середовищі пакета

MATLAB/SIMULINK доступні моделі як однофазних, так і трифазних трансформаторів. Для побудови моделей трифазних трансформаторів застосовують однофазні лінійну й нелінійну моделі. У випадку моделювання трифазних трансформаторів із тристрижневими магнітопроводами ці моделі є недостатньо адекватними.

Для надійної якісної та кількісної оцінки параметрів координат режимів і процесів електричних систем необхідно враховувати визначальні схемні та параметричні особливості електричних і магнітних кіл їх елементів (трансформаторів, вимикачів, ліній тощо). Прийняті під час аналізу електромагнітних процесів рівняння електромагнітного стану силових трансформаторів переважно записують на підставі розділення поточкозчеплень обвиток на основне та розсіяння. При цьому дійсне поле розсіяння замінюється еквівалентним, нехтуючи зчепленням із вторинною обвиткою магнітним потоком розсіяння взаємної індукції від струму намагнічення. Координати режиму трансформатора, розраховані на підставі такої заступної схеми, при глибокому насиченні магнітопроводу помітно відрізняються від реальних. З метою усунення цих недоліків доцільно вдосконалити модель трансформатора, яка дозволила б врахувати зчеплений зі вторинною обвиткою потік розсіяння взаємної індукції, який створюється струмом намагнічення та втрати в магнітопроводі.

Задачі досліджень

Необхідно створити адекватну математичну модель трифазного тристрижневого трансформатора, придатну для застосування в середовищі MATLAB/SIMULINK. Пропонується, створена на підставі [6], удосконалена математична модель трифазного тристрижневого трансформатора, орієнтована на дослідження низькочастотних перехідних процесів.

Виклад основного матеріалу

На рис. 1 показано заступну схему електричних кіл тристрижневого трифазного трансформатора, в якій враховано розділення потоків розсіяння фаз на власний та взаємної індукції. Під час дослідження електромагнітних процесів трансформатора, які супроводжуються глибоким насиченням сталі, зумовленим підмагніченням чи іншими причинами, необхідно основну увагу спрямовувати на адекватність моделювання магнітних кіл.

На рис. 2 зображено заступну схему магнітних кіл тристрижневого магнітопроводу, яка дозволяє досить адекватно моделювати процеси за зазначених умов. Для підвищення точності електромагнітні параметри елементів схеми трансформатора доцільно розраховувати шляхом сумісного розв'язання рівнянь Пуассона та Лапласа для поля розсіяння на підставі геометричних розмірів його обвиток і магнітопроводу [9]. Якщо розрахувати параметри обвиток і магнітопроводу трансформатора за їх геометричними розмірами, то отримана модель може бути достатньо наближена до квазіеталонної [5].

Представимо рівняння електромагнітного стану трансформатора, складені на підставі заступних схем його електричних і магнітних кіл.

Рівняння електромагнітного стану електричного кола запишемо в такому вигляді:

$$u_{A1} = L_{\sigma 1} \frac{di_{A1}}{dt} + r_{A1} i_{A1} + \frac{d\Psi_{A1}}{dt} + M_{12} \frac{di_{A2}}{dt} + \Delta r i_{01} + \Delta L \frac{di_{01}}{dt}; \quad (1)$$

$$u_{B1} = L_{\sigma 1} \frac{di_{B1}}{dt} + r_{B1} i_{B1} + \frac{d\Psi_{B1}}{dt} + M_{12} \frac{di_{B2}}{dt} + \Delta r i_{01} + \Delta L \frac{di_{01}}{dt}; \quad (2)$$

$$u_{C1} = L_{\sigma 1} \frac{di_{C1}}{dt} + r_{C1} i_{C1} + \frac{d\Psi_{C1}}{dt} + M_{12} \frac{di_{C2}}{dt} + \Delta r i_{01} + \Delta L \frac{di_{01}}{dt}; \quad (3)$$

$$u_{A2} = r_2 i_{A2} + L_{\sigma 2} \frac{di_{A2}}{dt} + \frac{1}{k_{12}} \frac{d\Psi_{A1}}{dt} + M_{21} \frac{di_{A1}}{dt}; \quad (4)$$

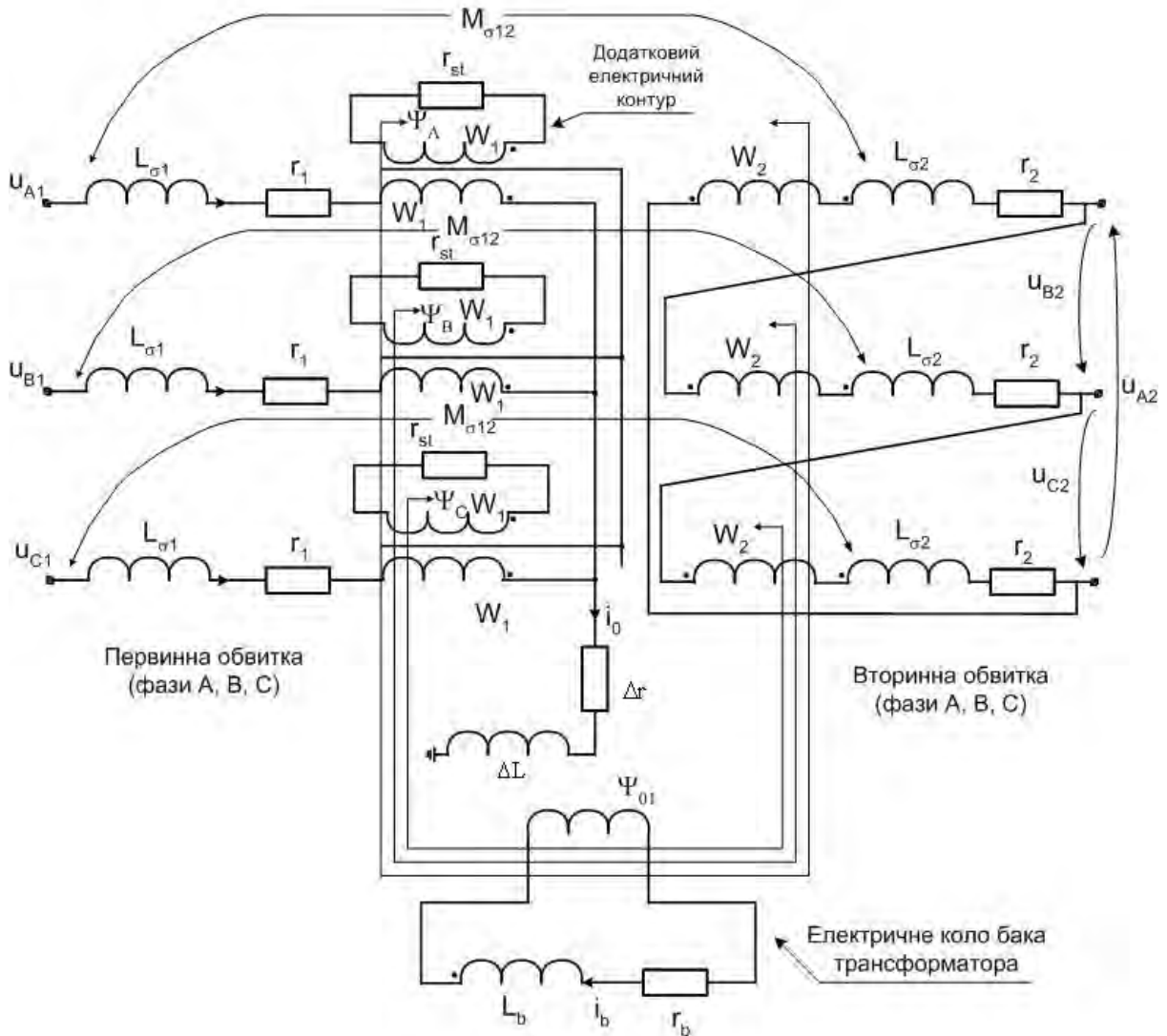


Рис. 1. Заступна схема електричних кіл трифазного трансформатора

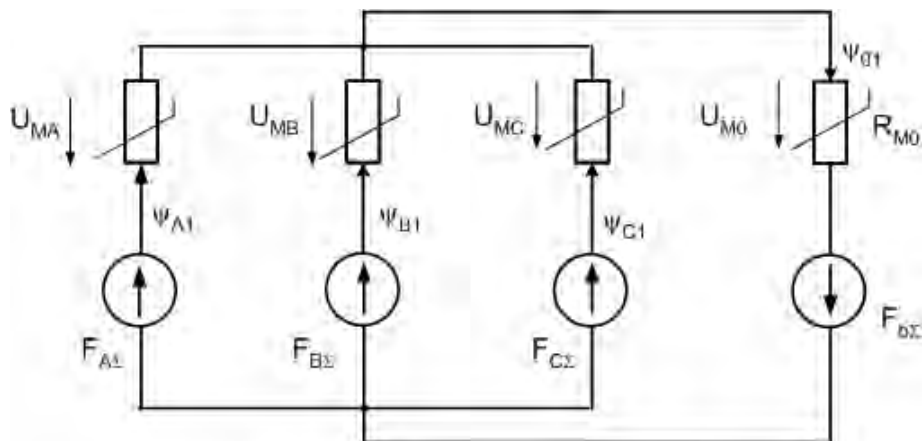


Рис. 2. Заступна схема магнітних кіл трифазного магнітопроводу трансформатора

$$u_{B2} = r_2 i_{B2} + L_{\sigma 2} \frac{di_{B2}}{dt} + \frac{1}{k_{12}} \frac{d\Psi_{B1}}{dt} + M_{21} \frac{di_{B1}}{dt}; \quad (5)$$

$$u_{C2} = r_2 i_{C2} + L_{\sigma 2} \frac{di_{C2}}{dt} + \frac{1}{k_{12}} \frac{d\Psi_{C1}}{dt} + M_{21} \frac{di_{C1}}{dt}; \quad (6)$$

$$i_{01} = i_{A1} + i_{B1} + i_{C1}, \quad (7)$$

де u_{A1}, u_{B1}, u_{C1} – фазні (відносно землі) напруги первинної обвитки трансформатора; u_{A2}, u_{B2}, u_{C2} – фазні напруги відповідно вторинної обвитки трансформатора; $i_{A1}, i_{B1}, i_{C1}, i_{A2}, i_{B2}, i_{C2}$ – відповідно фазні струми первинної й вторинної обвиток; i_{01} – струм у нейтралі відповідної обвитки; $\Psi_{A1}, \Psi_{B1}, \Psi_{C1}$ – потокозчеплення фаз первинної обвитки від основного магнітного потоку; $r_{A1}, r_{B1}, r_{C1}, r_{A2}, r_{B2}, r_{C2}$ – резистивні опори відповідно первинної і вторинної обвиток фаз; $L_{\sigma 1}, L_{\sigma 2}, M_{12}, M_{21}$ – відповідно власні індуктивності розсіювання первинної й вторинної обвиток та взаємні індуктивності між ними; $\Delta r, \Delta L$ – коригувальні опір й індуктивність, які враховують відмінність параметрів трансформатора для прямої та нульової послідовностей; W_1, W_2 – кількість витків відповідно первинної та вторинної обвиток; k_{12} – коефіцієнт трансформації між обвитками трансформатора, $k_{12} = W_1/W_2$.

Електромагнітні процеси в баці трансформатора можна врахувати так:

$$r_b i_b + L_b \frac{di_b}{dt} + \frac{1}{k_{1b}} \frac{d\Psi_{01}}{dt} = 0, \quad (8)$$

де L_b, r_b, W_b – еквівалентні параметри заступної схеми бака трансформатора; i_b – струм у провідному контурі бака трансформатора; $k_{1b} = W_1/W_b$ – коефіцієнт трансформації між первинною обвиткою і баком; Ψ_{01} – потокозчеплення, зведене до послідовної обвитки, від магнітного потоку поза магнітопроводом, причому

$$\Psi_{01} = \Psi_{A1} + \Psi_{B1} + \Psi_{C1}. \quad (9)$$

Для коректного врахування втрат потужності у стрижнях і ярмах магнітопроводу розширимо заступну схему електричного кола трансформатора, увівши додаткові електричні контури, які складаються зі зчеплених з основним потокозчепленням стрижнів обвиток без індуктивностей розсіювання й кількістю витків W_1 з послідовно увімкненими резисторами

$$\frac{d\Psi_{A1}}{dt} - R_{st} i_{Ast} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{d\Psi_{B1}}{dt} - R_{st} i_{Bst} = 0; \quad (11)$$

$$\frac{d\Psi_{C1}}{dt} - R_{st} i_{Cst} = 0, \quad (12)$$

де R_{st} – резистивний опір, який враховує втрати потужності на фазу в магнітопроводі, $i_{Ast}, i_{Bst}, i_{Cst}$ – зведені до первинної обвитки струми втрат.

Рівняння стану заступної схеми магнітного кола трансформатора мають вигляд

$$i_{A1} + k_{12}^{-1}i_{A2} + k_{1b}^{-1}i_b + i_{Ast} = f(\Psi_{A1}) + R_{m0}\Psi_{01}; \quad (13)$$

$$i_{B1} + k_{12}^{-1}i_{B2} + k_{1b}^{-1}i_b + i_{Bst} = f(\Psi_{B1}) + R_{m0}\Psi_{01}; \quad (14)$$

$$i_{C1} + k_{12}^{-1}i_{C2} + k_{1b}^{-1}i_b + i_{Cst} = f(\Psi_{C1}) + R_{m0}\Psi_{01}, \quad (15)$$

де $f(\Psi_{A1}), f(\Psi_{B1}), f(\Psi_{C1})$ – питомі спади зведених до первинної обвитки магнітних напруг на один виток від основних потоків; R_{m0} – зведений до первинної обвитки магнітний опір олійних і повітряних проміжків; u_{MA}, u_{MB}, u_{MC} – спади магнітних напруг на стрижнях від основних потоків; u_{M01} – спад магнітної напруги від потоку поза магнітопроводом трансформатора; $F_{A\Sigma}, F_{B\Sigma}, F_{C\Sigma}$ – результативні магніторушійні сили, які створюються струмами обвиток на стрижнях.

Уведені в рівняння (10)–(12) струми втрат додаткових контурів враховуються на підставі закону повного струму.

Отриману систему диференційно-скінченних рівнянь необхідно перетворити в форму, придатну для реалізації у середовищі MATLAB/SIMULINK. Найефективнішим способом перетворення є заміна диференційних рівнянь електромагнітного стану трансформатора (1)–(12) інтегральними. Приймаючи, що $v = A, B, C$ і виконавши деякі перетворення, отримаємо систему інтегральних рівнянь

$$i_{v1} = L_{\sigma 1}^{-1} \int_0^t (u_{v1} - r_{v1}i_{v1} - \Delta r i_{01}) dt - L_{\sigma 1}^{-1} (\Psi_{v1} + M_{12}i_{v2} + \Delta L i_0) + A_{v1}; \quad (16)$$

$$i_{v2} = L_{\sigma 2}^{-1} \int_0^t (u_{v2} - r_{v2}i_{v2}) dt - L_{\sigma 2}^{-1} \left(\frac{1}{k_{12}} \Psi_{v1} + M_{21}i_{v1} \right) + A_{v2}; \quad (17)$$

$$i_b = -r_b L_b^{-1} \int_0^t i_b dt - L_b^{-1} / k_{1b} \Psi_{01} + A_b; \quad (18)$$

$$\Psi_{v1} = R_{st} \int_0^t i_{vst} dt + A_{vst}; \quad (19)$$

$$i_{vst} = f(\Psi_{v1}) + R_{m0}\Psi_{01} - i_{v1} - k_{12}^{-1}i_{v2} - k_{1b}^{-1}i_b, \quad (20)$$

де $A_{v1}, A_{v2}, A_b, A_{vst}$ – сталі інтегрування, які визначаються значеннями величин відповідних координат процесу трансформатора в момент часу $t = 0$.

На підставі запропонованого підходу здійснено моделювання та симулювання низькочастотних перехідних процесів трифазного тристрижневого трансформатора ТДЦ 125/347/10.5 (схема сполучення Y_0/Δ). Параметри кривої намагнічення розраховані з урахуванням наведених у [7] рекомендацій. Крива намагнічення, отримана у вигляді степеневі функції, введена у модель за допомогою блока Fcn з розділу Functions & Tables, який входить у бібліотеку елементів середовища Simulink.

Використовуючи графічні зображення відповідних математичних операторів меню підсистем візуального моделювання у середовищі SIMULINK, структурна схема для симулювання перехідних процесів трансформатора матиме вигляд, зображений на рис. 3.

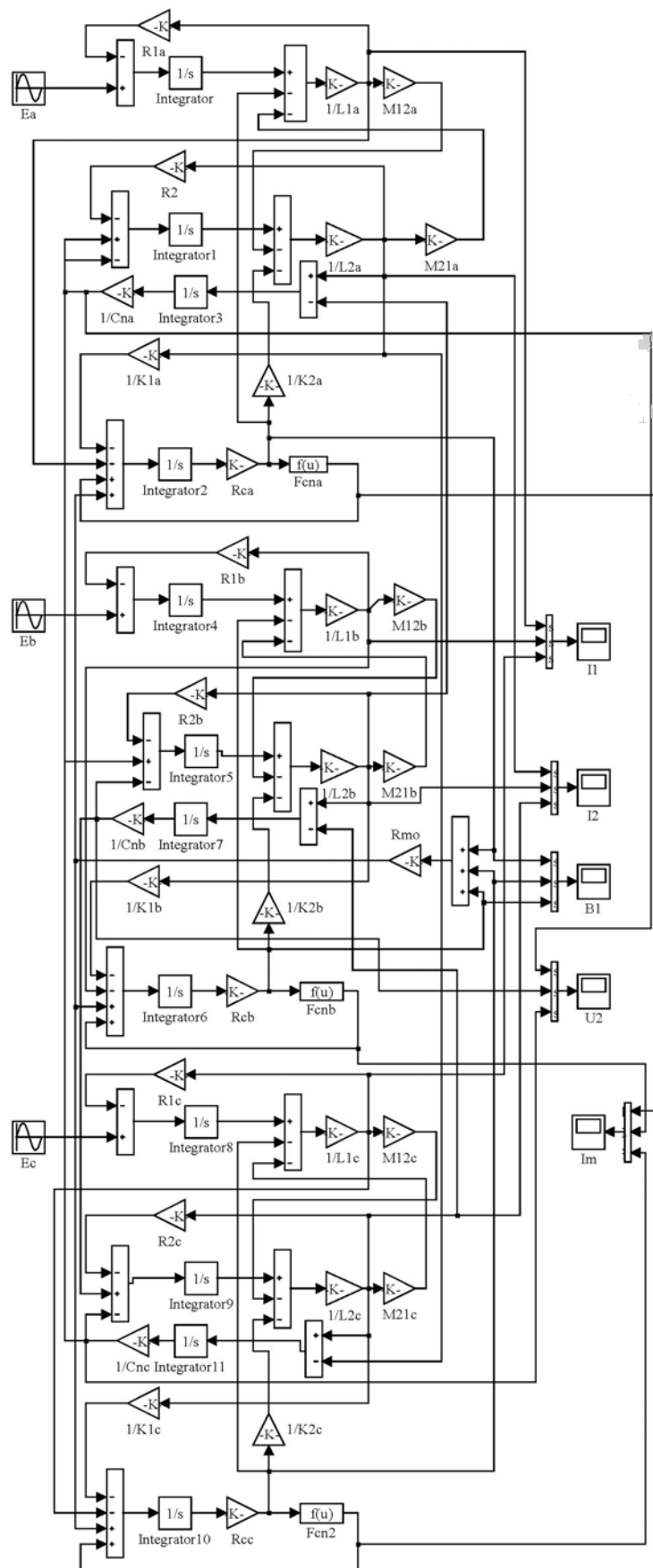


Рис. 3. Структурна схема для симулювання перехідних процесів

Важливим моментом ефективності запропонованої математичної моделі є вибір методу числового інтегрування. Найефективнішим виявився метод інтегрування другого порядку (`ode15s(stiff/NDF)`), який ґрунтується на використанні формул числового диференціювання Klopfenstein-Shampine порядку 1...5 [11].

Отримані результати

Отже, розроблено адекватну математичну модель трифазного тристрижневого трансформатора та здійснено її реалізацію в середовищі SIMULINK. На рис. 4, 5 показані осцилограми координат перехідного процесу вмикання ненавантаженого трансформатора з нульовими початковими умовами.

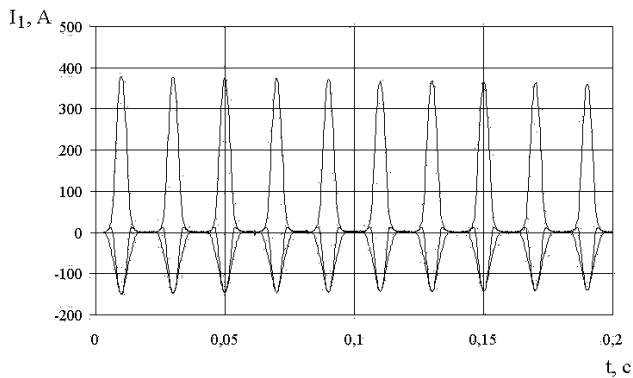


Рис. 4. Фазні струми первинної обвитки

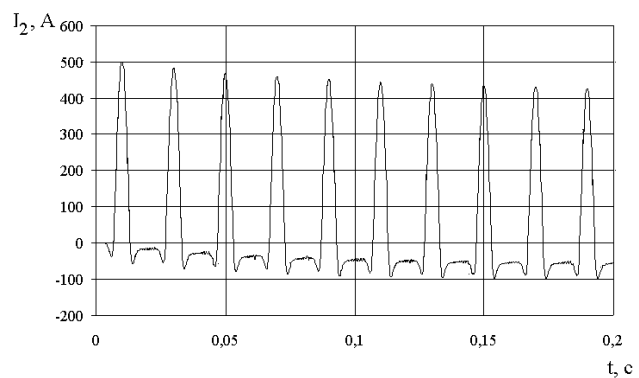


Рис. 5. Фазні струми вторинної обвитки

Здійснено перевірку адекватності створеної математичної моделі трансформатора шляхом порівняння отриманих результатів із значеннями, розрахованими на підставі паспортних даних. Для порівняння здійснено моделювання аналогічних процесів за допомогою моделі трифазного двохобвиткового трансформатора (Three-Phase Transformer (Two Windings)), вбудованої у бібліотеку силових елементів Power System Blockset [14]. Параметри трансформатора для цієї моделі розраховано на підставі наведених у [14] рекомендацій. Під час симулювання перехідних процесів спостерігалось якісний збіг напруг і струмів досліджуваних моделей. Модель, вбудована в бібліотеку силових елементів Power System Blockset, дає суттєво завищені значення струму намагнічення, а тому її недоцільно використовувати для дослідження низькочастотних перехідних процесів електричних систем.

Висновки

Досягнення належного рівня адекватності математичних моделей елементів електроенергетичних систем можливе за умови коректного врахування електромагнітних зв'язків і нелінійних характеристик намагнічування та втрат. Іншою проблемою, яка вимагає створення адекватних математичних моделей, є побудова макромоделей динамічних систем [8, 10]. Процедура створення макромоделей за даними з похибками, зумовлює нестійкість результатів і створює проблему некоректності сформульованої задачі [10]. У цьому зв'язку

отримані множини вхідних і вихідних даних можна використати для побудови математичної макромоделі трансформатора.

1. Chen X., Venkata S. *A Three-Phase Three-Winding Core-Type Transformer Model for Low-Frequency Transformer Studies // IEEE Trans. on PWRD, Vol. 12, No. 2, 1997. – P. 775–782.*
2. F. de Leon, Semlyen A., *Complete Transformer Model for Electromagnetic Transients // IEEE Trans. on PWRD. – January 1994. – Vol. 9, No. 1. – P. 231–239.*
3. Chen X., *A Three-Phase Multi-Legged Transformer Model in ATP Using the Directly Formed Inverse Inductance Matrix // IEEE Trans. on PWRD. – July 1996. – Vol. 11, No. 3. – P. 1554–1562.*
4. Narang A., Brierly R., *Topology Based Magnetic Model for Steady-State and Transient Studies for Three-Phase Core-Type Transformers” // IEEE Trans. on Power Systems. – , August 1994. – Vol. 9, No. 3. – P. 1337–1349.*
5. Перхач В.С., Шелепенень Т.М., Горячко В.І. *Квазіеталонна математична та цифрова модель автотрансформатора як елемента електропересильні надвисокої напруги // Вісн. Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1999. – Вип. 372. – С. 154–158.*
6. Гоголюк П.Ф., Малиновский А.А., Перхач В.С. *Аналоговое моделирование автотрансформаторов и трансформаторов электроэнергетических систем с вентильными устройствами // Электрические сети и системы. – 1988. – № 24. – С. 12–18.*
7. Шелепенень Т.М. *Обчислення інтегральних параметрів електромагнітних апаратів з допомогою цифрових моделей // Технічна електродинаміка: Спец. випуск за матеріалами II Міжнар. наук.-техн. конф. “Математичне моделювання в електротехніці та електроенергетиці”. – К., 1998. – С. 169–172.*
8. Стахів П.Г., Гоголюк О. П. *Математичне моделювання низькочастотних перехідних процесів електричних систем // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. – 2001. – № 421. – С. 196–201.*
9. Скоклюк М.І., Яцун А.М., Яцун М.А. *Власна і взаємна індуктивності циліндричних співвісних обмоток на феромагнітному осерді // Вісн. Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1997. – № 301. – С. 94–102.*
10. Матвійчук Я.М. *Математичне макромоделювання динамічних систем: теорія та практика. – Львів, 2000. – 215 с.*
11. Лозинський А.О., Мороз В.І., Паранчук Я.С. *Розв’язування задач електромеханіки в середовищах пакетів MathCAD і MATLAB: Навч. посібник. – Львів, 2000. – 166 с.*
12. Ong Chee-Mun, *Dynamic Simulation of Electric Machinery, Prentice Hall PTR, 1998. – 626 p.*
13. *Computer Analysis of Electric Power Systems Transients: Selected Readings // Edited by Juan A. Martinez-Velasco, PUB Piscataway, NJ: IEEE, 1997. – 619 p.*
14. *Power System Blockset User’s Guide. The MathWorks Inc., 2000. – 488 p.*