

УДК 621.372.5

А.Ю. Воробкевич

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної та загальної електротехніки

СИНТЕЗ СТРУКТУР АКТИВНИХ КІЛ НА ОСНОВІ БУЛЕВИХ РІВНЯНЬ

© Воробкевич А.Ю., 2003

Запропоновано метод синтезу структур лінеаризованих активних кіл на підставі розв'язання систем булевих рівнянь з урахуванням знаків значень коефіцієнтів заданих дробово-раціональних операторних схемних функцій.

The method of structural synthesis of linearized active circuits on the basis of Boolean algebra taking into account the sign of values of polynomial coefficients of rational circuit functions is proposed.

Постановка проблеми в загальному вигляді

При проектуванні сучасних активних кіл, що працюють у режимі малого сигналу, в основному, формують нові структури кола на основі оптимізації чи неперервних перетворень уже відомих структур. Такий підхід не забезпечує використання всіх можливих структур, які відповідають заданій сукупності дробово-раціональних операторних схемних функцій підсхеми. Тому актуальним і доцільним є формування такої множини структур на основі методу синтезу структур триполюсників чи багатополіусників на основі орієнтованих графів з використанням булевих рівнянь.

Аналіз останніх досліджень

При синтезі структур електричних кіл найдоцільніше використовувати орієнтовані графи провідностей [1], які найпростіше з усіх топологічних представлень відображають характер сполучень елементів електричних кіл, зокрема й кіл із джерелами струму, керованими напругою. Використання булевих рівнянь дозволяє формалізувати пошук повної множини структур кола, які відповідають можливим його реалізаціям за заданою сукупністю схемних функцій, зокрема повною матрицею провідностей кола, як підсхеми, що є триполюсником [2] чи багатополіусником, який не має електрично відокремлених частин [3]. У цих роботах для спрощення розв'язування булевих рівнянь використовуються булеві змінні, що відображають суми прадекрів окремих часткових графів кола. Для RC-кіл із системи рівнянь заздалегідь усуваються окремі рівняння, які не впливають на остаточні результати пошуку структур. Але в цих роботах не враховуються від'ємні значення величин окремих дуг у графах провідностей джерел струму, керованих напругою, які моделюють роботу транзисторів чи електронних ламп у режимі малого сигналу. Ці від'ємні значення величин дуг впливають на знаки коефіцієнтів у дробово-раціональних операторних схемних функціях. Для розв'язування булевих рівнянь використовується зведення їх до диз'юнктивних нормальних форм [4]. Ідея пошуку структур аналогових електричних кіл за допомогою булевих рівнянь уперше викладена в роботі [5].

Формулювання цілей статті

Метою цієї публікації є виклад методу синтезу структур лінеаризованих кіл з керованими елементами на основі булевих рівнянь саме з урахуванням знаків коефіцієнтів в операторних поліномах схемних функцій. Це дозволить визначити розташування керованих

джерел і тим самим значно звужити набір структур, серед яких можуть бути фізично реалізовані підсхеми із заданими схемними функціями. Далі серед цих структур слід вибрати найоптимальніші. Суть методу для наочності викладається паралельно з прикладом формування структури конкретної підсхеми. Запропонований метод можна застосовувати для будь-якої багатополусної підсхеми з керованими елементами.

Виклад основного матеріалу дослідження

Суть методу розглянемо на прикладі формування структури триполюсника за заданою матрицею Y -параметрів такого вигляду:

$$Y(p) = \frac{1}{a_1^{(0)}p + a_0^{(0)}} \begin{vmatrix} a_1^{(11)}p + a_0^{(11)} & 0 \\ -a_1^{(21)}p - a_0^{(21)} & a_1^{(22)}p + a_0^{(22)} \end{vmatrix} \quad (1)$$

за умови, що коефіцієнти $a_1^{(0)}, a_0^{(0)}, a_1^{(11)}, a_0^{(11)}, a_1^{(22)}, a_0^{(22)}$ більші 0, а коефіцієнти $a_1^{(21)}$ та $a_0^{(21)}$ менші 0.

Кожний з коефіцієнтів $a_k^{(ij)}$ та $a_k^{(0)}$ можна виразити через суми величин прадерев, що містять вираз p^k . Ці прадерева можна знаходити в мультиграфах провідностей, які утворюються шляхом певних перетворень або повного мультиграфа, що складається з паралельних дуг, відповідних R-, L- та C-віткам між кожною парою вузлів схеми, або його часткового графа, утвореного шляхом усунення деяких дуг з конструктивних міркувань. Так у нашому прикладі використаємо тільки дуги G_{rs} та pC_{rs} , відповідні R- та C-віткам. Тоді мінімальна кількість вузлів триполюсника і відповідно вершин мультиграфа дорівнює 4. Перший та другий вузли вважатимемо незалежними полюсами, третій вузол – базисним полюсом, а четвертий – внутрішнім вузлом триполюсника.

Для нашого прикладу використаємо частковий мультиграф. Оскільки існування ненульових коефіцієнтів операторних поліномів виразу (1) забезпечується наявністю в схемі тільки одного конденсатора, то обрано його ввімкнення між вузлами 3 і 4. Джерело струму кероване напругою (ДСКН) будемо приєднувати до вузлів 1, 2, 4. Якщо воно ввімкнено так, що кероване джерело струму спрямоване від вузла 2 до вузла 4, то воно описується рівняннями

$$i_1 = 0; \quad i_2 = Su_{14} \quad (2)$$

Згідно з [1] у мультиграфі провідностей ДСКН відображається трьома дугами, які позначимо

$$d_{41} = d_{24} = S; \quad v_{21} = -S. \quad (3)$$

Тоді d_{41} і d_{24} є додатними дугами, а v_{21} – від'ємною дугою. У принципі ДКНС можна ввімкнути між вказаними вузлами 1, 2 і 4 шістьма різними способами. Для забезпечення запропонованим методом такого способу під'єднання одного (для нашого прикладу) чи декількох ДСКН, щоб виконувалися вимоги до знаків значень коефіцієнтів у виразі (1), у частковий мультиграф додатково вводяться для випадку одного ДСКН між вершинами, де передбачається його ввімкнути, тобто 1, 2, 4, додатні дуги $d_{12}, d_{21}, d_{24}, d_{42}, d_{14}, d_{41}$ та від'ємні дуги $v_{12}, v_{21}, v_{24}, v_{42}, v_{14}, v_{41}$. Ці дуги є об'єднанням усіх множин дуг d_{rs} і v_{rs} усіх шести можливих способів увімкнення ДКНС. У мультиграфі вводимо також між відповідними вершинами дуги взаємних активних провідностей $G_{13}, G_{23}, G_{43}, G_{42}$, які в обох напрямках мають однакове позначення. Однак, як відомо [1, 2], дуги, що входять у кореневу вершину, при визначенні прадерев відкидаються, тому в мультиграфі дуги $pC_{43}, G_{13}, G_{23}, G_{43}$ спрямовані тільки від кореневої вершини до відповідних некорневих вершин. Отриманий таким способом початковий частковий мультиграф зображений на рис. 1.

Далі для визначення спільного знаменника та чисельників елементів матриці $Y(p)$ над початковим мультиграфом слід проробити операції, описані в [2], і знайти в отриманих похідних мультиграфах відповідні суми прадерев $b_k^{(0)}$ і $b_k^{(ij)}$, що дорівнюють коефіцієнтам $a_k^{(0)}$ і $a_k^{(ij)}$. Оскільки в похідних мультиграфах є додатні і від'ємні дуги, то кожен з отриманих сум прадерев можна розбити на суму додатних прадерев $b_{kd}^{(0)}$ чи $b_{kd}^{(ij)}$, які або не містять від'ємних дуг, або містять їх парну кількість, та суму від'ємних прадерев $b_{kv}^{(0)}$ чи $b_{kv}^{(ij)}$, які містять непарну кількість від'ємних дуг v_{rs} . Після цього формуються булеві відображення [2] таких сум прадерев, замінюючи в алгебраїчних виразах знак множення знаком кон'юнкції, а знак додавання знаком диз'юнкції. Наприклад, для нашого прикладу сума додатних прадерев $b_{0d}^{(0)}$ має булеве відображення

$$B_{0d}^{(0)} = d_{41} \vee d_{42} \vee G_{42} \vee G_{43}, \quad (4)$$

бо похідний мультиграф для визначення $b_{0d}^{(0)}$ [2] утворюється об'єднанням вершин 1 та 2 з кореневою вершиною 3, і тоді кожне прадерев складається тільки з однієї дуги.

Після цього складаємо першу систему булевих рівнянь. Якщо коефіцієнт $a_k^{(ij)} > 0$, згідно з алгеброю висловлень [4], мусить бути істинним висловлення “існує хоча б одне додатне прадерев”, яке відобразиться булевим рівнянням $B_{kd}^{(ij)} = 1$. Про від'ємні прадерев в цьому випадку нічого певного сказати не можна, бо вони можуть існувати або бути відсутніми. Тому ніякого булевого рівняння для них скласти не можна. Якщо коефіцієнт $a_k^{(ij)} < 0$, то відповідно мусить бути істинним висловлення “існує хоча б одне від'ємне прадерев”, що відповідає булевому рівнянню $B_{kv}^{(ij)} = 1$. Згідно з виразом (1) коефіцієнти $a_1^{(12)}$ та $a_0^{(12)}$ дорівнюють 0. Цю рівність можна досягти трьома способами:

1. Взагалі відсутні суми і додатних, і від'ємних прадерев.
2. Кількість додатних прадерев дорівнює кількості від'ємних прадерев, і їх сума дорівнює 0 при будь-яких значеннях величин дуг з урахуванням виразу (3). Такі випадки можуть існувати, але при цьому важко забезпечити живлення активних елементів, що реалізують ДСКН, за постійним струмом.
3. Сума додатних прадерев компенсується сумою від'ємних прадерев при певних конкретних значеннях параметрів елементів кола, тобто величин дуг мультиграфа. Такий спосіб має той недолік, що при незначній зміні будь-якої з дуг, яка входить у суму прадерев, порушується рівність відповідного коефіцієнта нулю.

Тому при складанні системи булевих рівнянь будемо використовувати тільки перший спосіб.

Для нашого прикладу всі можливі комбінації ввімкнення ДСКН між вузлами 1, 2 і 4 можна описати булевим рівнянням, ліву частину якого становить диз'юнктивна нормальна форма (ДНФ), у кожен з кон'юнкцій якої входять для одного способу ввімкнення одна від'ємна дуга та дві додатні дуги і заперечення всіх решти дуг d_{rs} і v_{rs} . Про істинність такої ДНФ свідчить 1 у правій частині такого рівняння:

$$\begin{aligned}
& v_{21}d_{41}d_{24}(\neg d_{12})(\neg v_{12})(\neg d_{14})(\neg v_{14})(\neg d_{21})(\neg v_{24})(\neg d_{42})(\neg v_{41})(\neg v_{42}) \vee \\
& v_{42}d_{12}d_{41}(\neg d_{24})(\neg v_{12})(\neg d_{14})(\neg v_{14})(\neg d_{21})(\neg v_{24})(\neg d_{42})(\neg v_{41})(\neg v_{21}) \vee \\
& v_{14}d_{12}d_{24}(\neg d_{41})(\neg v_{12})(\neg d_{14})(\neg v_{21})(\neg d_{21})(\neg v_{24})(\neg d_{42})(\neg v_{41})(\neg v_{42}) \vee \\
& v_{12}d_{14}d_{42}(\neg d_{12})(\neg v_{21})(\neg d_{24})(\neg v_{14})(\neg d_{21})(\neg v_{24})(\neg d_{41})(\neg v_{41})(\neg v_{42}) \vee \\
& v_{41}d_{21}d_{42}(\neg d_{12})(\neg v_{12})(\neg d_{14})(\neg v_{14})(\neg d_{24})(\neg v_{24})(\neg d_{41})(\neg v_{21})(\neg v_{42}) \vee \\
& v_{24}d_{14}d_{21}(\neg d_{12})(\neg v_{12})(\neg d_{41})(\neg v_{14})(\neg d_{24})(\neg v_{21})(\neg d_{42})(\neg v_{41})(\neg v_{42}) = 1.
\end{aligned} \tag{5}$$

Для скорочення запису знаки кон'юнкції у виразі (5) та всіх подальших виразах пропускаємо. Позначимо ліву частину рівняння (5) буквою М. Тоді воно матиме вигляд $M=1$.

Отже, першу систему булевих рівнянь можна записати так:

$$\begin{aligned}
& B_{1d}^{(11)} = 1; B_{0d}^{(11)} = 1; B_{1d}^{(12)} = 0; B_{1v}^{(12)} = 0; \\
& B_{0d}^{(12)} = 0; B_{0v}^{(12)} = 0; B_{1v}^{(21)} = 1; B_{0v}^{(21)} = 1; \\
& B_{1d}^{(22)} = 1; B_{0d}^{(22)} = 1; B_{1d}^{(0)} = 1; B_{0d}^{(0)} = 1; M = 1.
\end{aligned} \tag{6}$$

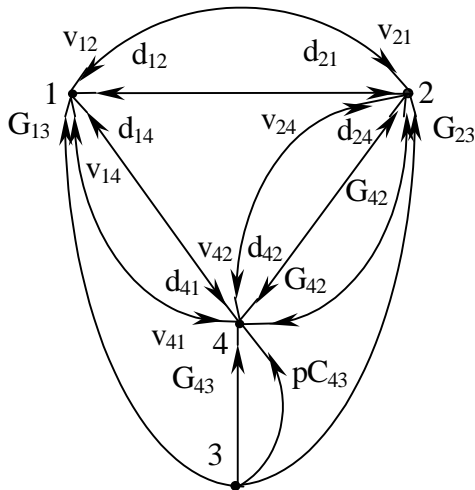


Рис. 1. Початковий частковий мультиграф

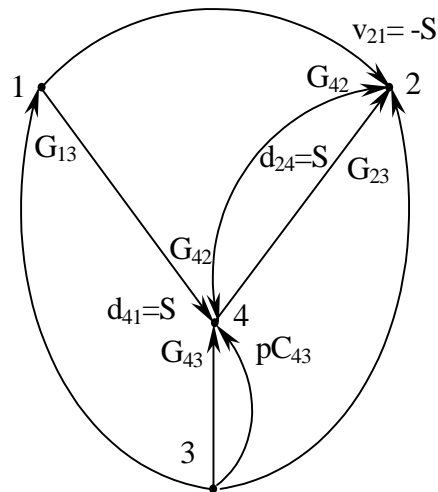


Рис. 2. Проміжний мультиграф

Згідно з правилами перетворень булевих рівнянь отримуємо одне булеве рівняння

$$B_{1d}^{(11)} B_{0d}^{(11)} (\neg B_{1d}^{(12)}) (\neg B_{1v}^{(12)}) (\neg B_{0d}^{(12)}) (\neg B_{0v}^{(12)}) B_{1v}^{(21)} B_{0v}^{(21)} B_{1d}^{(22)} B_{0d}^{(22)} B_{1d}^{(0)} B_{0d}^{(0)} M = 1. \tag{7}$$

Підставивши відповідні вирази в булеве рівняння та застосовуючи закони де Моргана і способи мінімізації ДНФ, отримаємо його розв'язок у вигляді

$$C_{43} G_{13} v_{21} d_{41} d_{24} (\neg d_{12})(\neg v_{12})(\neg d_{14})(\neg v_{14})(\neg d_{21})(\neg v_{24})(\neg d_{42})(\neg v_{41})(\neg v_{42}) = 1. \tag{8}$$

У результаті розв'язування булевого рівняння (7) отримано одне конкретне розташування ДСКН, яке відповідає умовам виразу (1) та одну можливу множину обов'язкових дуг $G_{13}, v_{21} = -S, d_{41} = d_{24} = S$ та pC_{43} , а необов'язковими дугами є G_{42}, G_{43} і G_{23} .

Якщо проаналізуємо цей розв'язок, використавши тільки обов'язкові дуги, то з урахуванням виразу (3) отримаємо

$$\begin{aligned} a_0^{(21)} = b_0^{(21)} = b_{0d}^{(21)} + b_{0v}^{(21)} &= d_{24}d_{41} + v_{21}d_{41} = S^2 - S^2 = 0; \\ a_1^{(22)} = b_1^{(22)} = b_{1d}^{(22)} + b_{1v}^{(22)} &= d_{24}C_{43} + v_{21}C_{43} = (S - S)C_{43} = 0; \\ a_0^{(22)} = b_0^{(22)} = b_{0d}^{(22)} + b_{0v}^{(22)} &= d_{24}d_{41} + v_{21}d_{41} = S^2 - S^2 = 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Вирази (9) показують, що при задоволенні істинності першої системи булевих рівнянь (6) не виконуються умови $a_1^{(22)} > 0$, $a_0^{(21)} < 0$ та $a_0^{(22)} > 0$.

Для усунення цього протиріччя сформуємо проміжний мультиграф (рис 2) усіх не заборонених розв'язком (8) дуг початкового мультиграфа.

Тоді, якщо на підставі цього проміжного мультиграфа сформувати систему булевих рівнянь (6), то її розв'язок не міститиме заборонених дуг, а тільки обов'язкові дуги

$$C_{43}G_{13}v_{21}d_{41}d_{24} = 1. \quad (10)$$

Серед відповідних прадерев проміжного мультиграфа виділимо суми прадерев, які взаємно не знищуються при підставлянні в них значень S та $(-S)$ з виразу (3). Вони також можуть містити додатні та від'ємні прадерев. Булеві зображення сум таких додатних та від'ємних прадерев позначимо відповідно літерами P та W з відповідними індексами.

Далі формуємо другу систему булевих рівнянь на підставі проміжного мультиграфа. Для нашого прикладу в неї слід включити таку групу булевих рівнянь:

$$\begin{aligned} P_1^{(11)} = 1; \quad P_0^{(11)} = 1; \quad W_1^{(21)} = 1; \quad W_0^{(21)} = 1; \\ P_1^{(22)} = 1; \quad P_0^{(22)} = 1; \quad P_1^{(0)} = 1; \quad P_0^{(0)} = 1. \end{aligned} \quad (11)$$

У групу рівнянь (11) у загальному випадку необхідно включати рівняння, відповідні всім коефіцієнтам $a_k^{(ij)}$ та $a_k^{(0)}$, крім тих коефіцієнтів, для яких у проміжному мультиграфі взагалі не існують прадерев. Покажемо булеві рівняння $P_1^{(22)}=1$, $P_0^{(22)}=1$ з виразу (11), відповідні виразу (9), у розгорнутому вигляді

$$G_{42}C_{43} \vee G_{23}C_{43} = 1; \quad G_{42}G_{43} \vee G_{23}G_{43} \vee G_{23}d_{41} \vee G_{23}G_{42} = 1. \quad (12)$$

Крім того в реальній схемі повинні бути забезпечені з'єднання з кореневим вузлом через активні взаємні провідності всіх вузлів, до яких приєднані ДСКН, та враховано внутрішню провідність неідеальних керованих джерел, роль якої в нашому прикладі грає взаємна провідність G_{42} . Ці вимоги можна подати у вигляді булевих рівнянь

$$G_{13}G_{23}G_{43} = 1, \quad (13)$$

$$G_{42} = 1. \quad (14)$$

Вирази (10), (11), (13), (14) разом становлять другу систему булевих рівнянь. Якщо розв'язати спочатку разом булеві рівняння з виразів (10), (11), (14), то отримаємо єдиний розв'язок

$$C_{43}G_{13}G_{42}G_{43}v_{21}d_{41}d_{24} = 1, \quad (15)$$

у якому дуга G_{23} є необов'язковою. Якщо ж повністю розв'язати другу систему булевих рівнянь з урахуванням виразу (13), то єдиний її розв'язок матиме вигляд

$$C_{43}G_{13}G_{23}G_{42}G_{43}v_{21}d_{41}d_{24} = 1. \quad (16)$$

Отже, згідно з отриманим розв'язком для нашого прикладу є обов'язковими всі дуги проміжного мультиграфа.

Якщо для нашого простого прикладу, який використаний для ілюстрації суті методу, скласти систему компонентних рівнянь, то вона буде переозначеною і не розв'язуватиметься при довільних числових значеннях коефіцієнтів $a_k^{(ij)}$ та $a_k^{(0)}$, які задовольняють умови виразу (1). Конкретну схему можна реалізувати за заданими числовими значеннями $a_1^{(21)}, a_0^{(21)}, a_1^{(0)}$ та $a_0^{(0)}$ дробово-раціональної операторної функції елемента $Y_{21}(p)$ матриці $Y(p)$. При цьому інші коефіцієнти у виразі (1) задовольнятимуть задані вимоги до знаків їхніх числових значень. Роль ДСКН та провідності G_{42} може виконувати польовий транзистор, затвор якого з'єднаний з вузлом 1.

Висновки

Отже, синтез структури електричного кола при заданих умовах відбувається шляхом розбиття на два етапи, тобто розв'язання двох систем булевих рівнянь. Необхідність розбиття спричинена неоднозначністю формування сум прадерев, позначених літерами P і W , перед визначенням способу ввімкнення ДСКН, а також значним скороченням обчислювальних операцій при такому розбитті.

У загальному випадку синтезу структури електричного кола отримані структури гарантують реалізацію кола із заданими знаками значень коефіцієнтів операторних поліномів схемних функцій, але можуть її забезпечити тільки в певних діапазонах числових значень цих коефіцієнтів.

1. Блажкевич Б.І. Топологічні методи аналізу електричних кіл. – К., 1971. – 316 с.
2. Блажкевич Б. И., Воробкевич А. Ю. Применение булевой алгебры для синтеза трехполюсника по четырем независимым параметрам // Отбор и передача информации. – 1976. – Вып. 49. – С. 27–34.
3. Воробкевич А.Ю. Синтез структуры линейного багатополусника з використанням алгебри логіки // Вісн. Держ. ун-ту “Львівська політехніка”. – 1997. – № 334. – С. 12–16.
4. Хромой Я. В. Математична логіка. – К., 1983. – 209 с.
5. Holt A. G. J., Fidler J. K., Horrocks D. H. Computer aided design with special reference to feedback circuits containing one operational amplifier // Short contribution given at the Summer School of Network Theory, Prague, 28.6 – 12.7. 1968.