

ОПТИМІЗАЦІЯ ЕПЮРИ МАТЕРІАЛІВ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ ТА СТАЛЕФІБРОБЕТОННИХ ДВОСХИЛИХ БАЛКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

© Білозір В.В., 2002

Отримані значення координат оптимальних точок теоретичного обриву частини поздовжніх стрижнів залізобетонних та комбіновано армованих двосхилих сталевібробетонних балок з використанням аналітичного методу В.В. Білосора оптимізації епюри матеріалів, а також координати небезпечних розрахункових перерізів. Показано, що координати розрахункового перерізу і оптимальної точки теоретичного обриву арматури у сталевібробетонних балках збігаються, а у залізобетонних балках, в яких не вся поздовжня арматура доводиться до опор, доцільно призначати два розрахункові перерізи і точку теоретичного обриву арматури.

Вступ

Зменшення витрат поздовжньої робочої арматури для різновидів залізобетонних двосхилих згинальних елементів пов'язане з необхідністю побудови епюри матеріалів. У роботах [1, 2, 3] вперше поставлене питання про оптимізацію цієї епюри. Висота двосхилих балок змінюється вздовж прогону конструкції за лінійним законом, тому такі балки за інших рівних умов будуть менш матеріаломісткими, ніж балки постійного поперечного перерізу. Однак і в таких балках можна, оптимізуючи епюру матеріалів, зменшити загальні витрати арматури.

Результати дослідження

Розглянемо двосхилий балковий елемент, у якому не вся поздовжня арматура доводиться до опор. У цьому випадку епюра матеріалів буде мати вигляд, показаний на рис. 1.

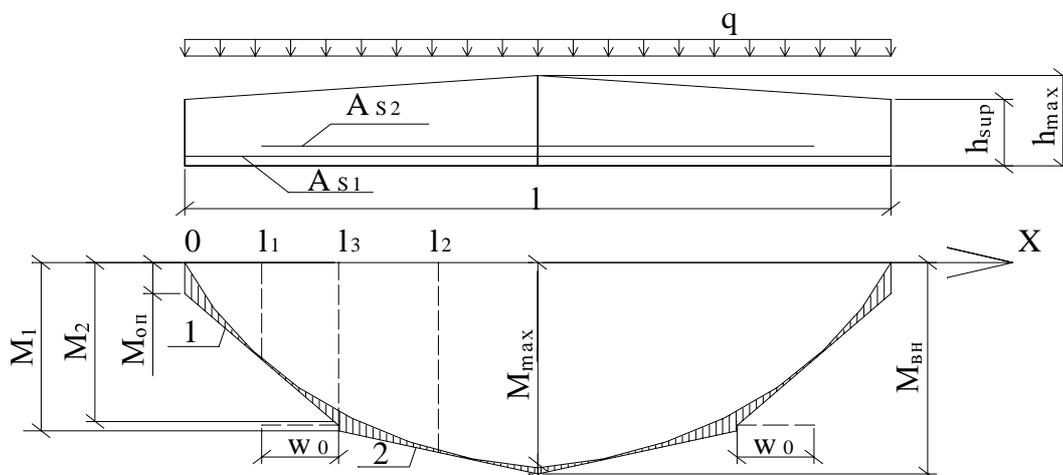


Рис. 1. Епюра матеріалів двосхилої балки

У місці теоретичного обриву арматури, яка не доводиться до опор, на епюрі матеріалів у точці з координатою l_1 появляється скачок, а залежності, які виражають величини внутрішніх моментів, – лінійні і описуються рівняннями типу

$$M_r = R_S A_S \left(h_{\text{sup}} + ix - a - \frac{R_S A_S}{2R_b b} \right), \quad (1)$$

де R_S – розрахунковий опір арматурної сталі розтягові; h_{sup} – висота опорного перерізу; R_b – розрахунковий опір бетону осьовому стискові; b – ширина поперечного перерізу; x – змінна координата; i – ухил верхньої грані; a – відстань від нижньої грані до центра ваги розтягнутої арматури.

Оскільки в будь-якому перерізі балки внутрішні моменти не можуть бути меншими від зовнішніх, розглянемо граничний випадок, коли у двох перерізах з координатами l_1 та l_2 ці моменти однакові. Тоді прямі, що визначають внутрішні моменти, мають бути дотичними до параболи, яка описує закон зміни зовнішніх згинальних моментів.

Маючи на увазі, що рівняння дотичної до кривої має вигляд

$$y = y_0 - \frac{dy}{dx_0}(x - x_0), \quad (2)$$

де y_0 – значення функції у точці дотику; $\frac{dy}{dx_0}$ – значення похідної функції, до якої проводять дотичну у точці x_0 , і з урахуванням того, що зовнішні моменти змінюються за законом

$$M_x = \frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2}, \quad (3)$$

можна записати рівняння дотичних 1 і 2 :

$$M_{1x} = \frac{ql}{2}l_1 - \frac{ql_1^2}{2} + \left(\frac{ql}{2} - ql_1 \right)(x - l_1), \quad (4)$$

$$M_{2x} = \frac{ql}{2}l_2 - \frac{ql_2^2}{2} + \left(\frac{ql}{2} - ql_2 \right)(x - l_2). \quad (5)$$

Різниця площ епюр внутрішніх та зовнішніх моментів S для половини прогону балки

$$S = \int_0^{l_3} \left[\frac{ql}{2}l_1 - \frac{ql_1^2}{2} + \left(\frac{ql}{2} - ql_1 \right) \right] dx + \\ + \int_{l_3}^{l_2} \left[\frac{ql}{2}l_2 - \frac{ql_2^2}{2} + \left(\frac{ql}{2} - ql_2 \right) \right] dx - \int_0^{l_2} \left(\frac{ql}{2}x - \frac{qx^2}{2} \right) dx. \quad (6)$$

Очевидно, балка за витратами матеріалів буде найекономічнішою тоді, коли виконуватиметься вимога

$$\begin{cases} \partial S / \partial l_1 = 0 \\ \partial S / \partial l_2 = 0 \\ \partial S / \partial l_3 = 0 \end{cases} \quad (7)$$

Зробивши відповідні перетворення рівняння (6), отримаємо

$$\begin{cases} \partial S / \partial l_1 = ql_1 l_3 - \frac{ql_3^2}{2} = 0 \\ \partial S / \partial l_2 = \frac{ql_3^2}{2} - ql_2 l_3 + \frac{qll_2}{2} - \frac{ql^2}{8} = 0 \\ \partial S / \partial l_3 = \frac{ql_1^2}{2} - ql_1 l_3 - \frac{ql_2^2}{2} + ql_2 l_3 = 0 \end{cases} \quad (8)$$

Приймаємо такі заміни:

$$\begin{cases} k_1 = \frac{l_1}{l} \\ k_2 = \frac{l_2}{l} \\ k_3 = \frac{l_3}{l} \end{cases} \quad (9)$$

Увівши їх у систему (8) та поділивши ліві частини її рівнянь на величину ql^2 , отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 2k_1 k_3 - k_3^2 = 0 \\ 4k_3^2 - 8k_2 k_3 + 4k_2 - 1 = 0 \\ k_1^2 - 2k_1 k_3 - k_2^2 + 2k_2 k_3 = 0 \end{cases} \quad (10)$$

Систему рівнянь (10) розв'язували методом Ньютона.

При цьому отримали:

$$\begin{cases} k_1 = 0,125 \\ k_2 = 0,375 \\ k_3 = 0,250 \end{cases} \quad (11)$$

Отже, небезпечні перерізи знаходяться в місцях з координатами $l_1 = 0,125l$ і $l_2 = 0,375l$. При цьому арматуру, яку доводять до опор, розраховують для перерізу з координатою l_1 , а повну площу перерізу арматури – для перерізу з координатою l_2 . Місце оптимального теоретичного обриву арматури має координату $l_3 = 0,25l$.

Для комбіновано армованих сталевібробетонних двосхилих елементів, для яких вся чи частина стрижнів арматури не доводиться до опор, епюра внутрішніх моментів – нелінійна. При цьому координату l_3 визначають з рівняння $dS/dl_3 = 0$.

Для випадку сталевібробетонної комбіновано армованої двосхилої балки, в якій стрижнева арматура не доводиться до опор, епюра матеріалів – нелінійна (рис. 2). У приопорній зоні згинальні моменти та поперечні сили сприймаються сталевими фібрами, які попали у фронт похилої тріщини, та бетоном стиснутої зони, а в середній частині балки – додатково ще й

стрижневою арматурою. Перевищення площі епюри внутрішніх моментів над зовнішніми становитиме

$$S = \int_0^{l_1} A(h_{\text{sup}} + ix)^2 dx + \int_{l_1}^{l/2} \left(R_S A_S \left(h_{\text{sup}} + ix - a - \frac{t + jx}{2} \right) + R_{fbt} b (h_{\text{sup}} + ix - t - jx) \frac{h_{\text{sup}} + ix}{2} \right) dx - \int_0^{l/2} \left(\frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} \right) dx, \quad (12)$$

де

$$A = \frac{0.5 R_{fbt} R_{fb} b}{R_{fbt} R_{fb}}; \quad t = \frac{R_S A_S}{b(R_{fbt} + R_{fb})} + \frac{R_{fbt}}{R_{fbt} + R_{fb}} h_{\text{sup}}; \quad j = \frac{R_{fbt}}{R_{fb} + R_{fbt}} i,$$

тут R_{fbt} , R_{fb} – розрахунковий опір сталевібробетону на розтяг і стиск, відповідно.

З рівняння $dS / dl_1 = 0$ можна знайти, що

$$l_1 = f(R_S, A_S, R_{fbt}, R_{fb}, i, a, h_{\text{on}}, b). \quad (13)$$

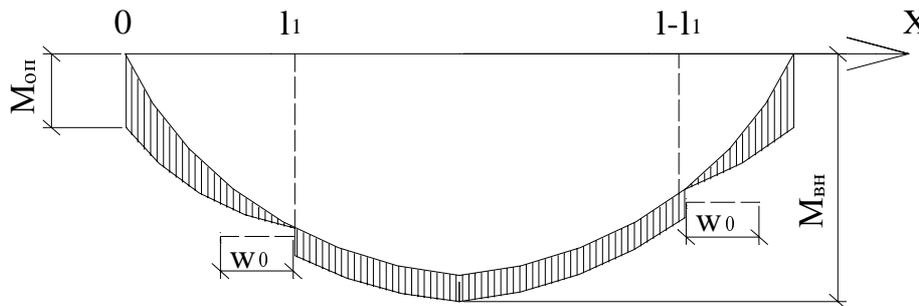


Рис. 2. Еюра матеріалів
для комбіновано армованої сталевібробетонної конструкції балкового типу

Маючи значення l_1 у вигляді функції (13), а також умови міцності у перерізах з координатами l_1 та $l/2$, можна визначити оптимальні параметри балки. При цьому кількома параметрами потрібно задатися, чи прийняти їх з умови забезпечення міцності похилих перерізів.

Висновок

На основі аналітичного методу оптимізації епюри матеріалів, запропонованого автором, отримані значення координат розрахункових перерізів двосхилої залізобетонної та комбіновано армованої сталевібробетонної балки і координати точки теоретичного обриву стрижнів.

1. Білозір В. Суть аналітичного методу оптимізації епюри матеріалів // Матеріали Міжнар. наук.-практ. конф., присвяченої пам'яті професора Є. Храпливого. – 1999. – С. 234–235.
2. Білозір В.В. Аналітичний метод оптимізації епюри матеріалів // Вісн. ДУ “Львівська політехніка”. – 1998. – № 360. – С. 7–12.
3. Білозір В. Оптимізація епюри матеріалів при подвійному обриві частини арматури // Вісн. ЛДАУ. – 2000. – № 1. – С. 82–85.