

ТЕПЛОВЕ ПРОЕКТУВАННЯ

УДК 621.3.049.77

© Левус Є.В., Федасюк Д.В.

НУ «Львівська політехніка», кафедра САПР

АНАЛІЗ НЕСТАЦІОНАРНИХ ПРОЦЕСІВ ТЕПЛООБМІНУ В МЕП З КРИСТАЛОМ НА ЖОРСТКИХ ВИВОДАХ

© Левус Є.В., Федасюк Д.В., 2000

В умовах інтенсивного росту ступеня інтеграції елементів МЕП завдання визначення температурного розподілу набуває все більшого значення. Подається математична модель нестационарних температурних полів у конструкціях МЕП з кристалами на жорстких виводах. Наводиться схема аналітично-чисельного методу розв'язування крайової задачі теплообміну. Отримані результати були перевірені методом теплоелектричної аналогії.

Вступ

Сучасні мікроелектронні пристрої характеризуються високим ступенем інтеграції компонентів, застосуванням більш потужних елементів та нових матеріалів. Це обумовлює інтенсивний ріст густини потоків надлишкової теплоти у малих об'ємах. Так виникає проблема забезпечення необхідного температурного режиму для конструкцій МЕП. Завдання визначення температурного розподілу для МЕП вирішується на етапі теплового проектування. Отримані результати дозволяють розрахувати і сконструювати системи охолодження.

Одним із високотехнологічних методів монтажу елементів МЕП є приєднання кристала до підшарка активною площиною вниз за допомогою жорстких виводів. Проблема тепловідведення для таких конструкцій постійно загострюється через збільшення рівня інтеграції елементів. Найпростіша схема кристала, установленого на жорсткі виводи на підшарок, наведена на рис. 1.

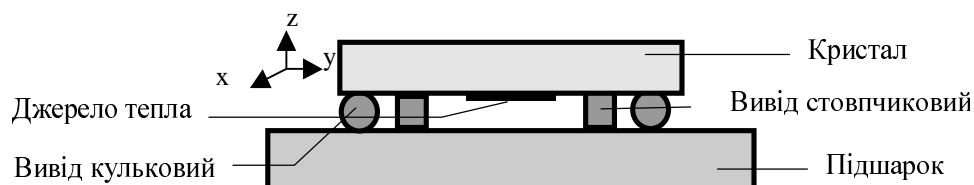


Рис. 1. Схема конструкції ІС з кристалом на жорстких виводах

Конструкція ІС із кристалом на жорстких виводах має деякі особливості, які визначають характер відведення тепла із кристала. Основна кількість тепла відводиться через виводи, діаметр і висота яких дуже малих розмірів. Тепловий потік через кожний вивід є невідомий, він буде залежати від розміщення джерел тепловиділення та виводів. Зазвичай матеріал, з якого виготовляють виводи, має невисокий коефіцієнт теплопровідності. Значно впливає на процес теплопровідності в кристалі підшарок, що має певні теплофізичні характеристики та конструктивні особливості. Як із поверхні кристала, так і з підшарка за допомогою різних конструктивних засобів (пружина, тепловідвідна паста тощо) може здійснюватися тепловідведення (конвекція, кондукція) [1, 2].

Математична формалізація процесів теплообміну

Розглядаємо кристал розмірами $K_1 \times K_2$ завтовшки $2h$, розміщений в системі координат XYZ , початок якої знаходиться в центрі лівої бічної грані кристала. Процес теплообміну для кристала з плоскими джерелами тепла описується рівнянням теплопровідності

$$\Delta T - \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

де $a = \frac{\lambda_k}{c_k \rho_k}$ – теплофізичний коефіцієнт, де λ_k – коефіцієнт внутрішньої теплопровідності,

c_k – питома теплоємність, ρ_k – питома густина кристала.

Нехай $\frac{\partial T}{\partial z} = Q(t, x, y)$. Запишемо граничну умову на нижній грані, враховуючи розміщення там джерел тепла (P_s^i, S_s^i – потужність тепловиділення та площа i -того джерела) та жорстких виводів (P_p^j, S_p^j).

$$Q|_{z=-h} = Q^- = \begin{cases} \frac{P_p^j(t)}{\lambda_k S_p^j}, \text{ якщо } (x, y) \in S_p^j, \\ -\frac{P_s^i(t)}{\lambda_k S_s^i}, \text{ якщо } (x, y) \in S_s^i, \\ -\frac{\alpha_+}{\lambda_k} (T^- - \Theta^-), \text{ інакше} \end{cases} \quad (2)$$

Для верхньої грані:

$$Q|_{z=h} = Q^+ = \frac{\alpha_+}{\lambda_k} (T^+ - \Theta^+) \quad (3)$$

де T^- та T^+ – значення функції $T(t, x, y, z)$ відповідно на нижній та верхніх гранях. α та α_+ – коефіцієнти теплообміну із середовищем, температури якого Θ^- та Θ^+ відповідно.

На бічних поверхнях задаємо умови термоізоляції:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial x} \right|_{x=0}^{x=K_1} = \left. \frac{\partial T}{\partial y} \right|_{y=0}^{y=K_2} = 0 \quad (4)$$

Початкова умова записується в такому вигляді:

$$T(x, y, z, 0) = T_0 \quad (5)$$

Отже, задача знаходження температури у будь-якій точці кристала зводиться до розв'язування диференціального рівняння (1) з граничними умовами (2)-(4) та початковою умовою (5) при відомій функції Q^- .

Аналогічно задача теплообміну записується для підшарка розмірами $D_1 \times D_2$ завтовшки $2r$.

$$\Delta W - \frac{1}{b} \frac{\partial W}{\partial t} = 0, \quad (6)$$

$b = \frac{\lambda_p}{c_p \rho_p}$ – теплофізичний коефіцієнт, де λ_p – коефіцієнт внутрішньої теплопровідності, c_p –

питома теплоємність, ρ_p – питома густина підшарка.

$$\frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=-r} = \begin{cases} -\frac{P_p^j(t)}{\lambda_p S_p^j}, \text{ якщо } (x, y) \in S_p^j, \\ -\frac{\beta_+}{\lambda_p} (W^- - \Omega^-), \text{ інакше} \end{cases} \quad (7)$$

$$\frac{\partial W}{\partial z} \Big|_{z=r} = \frac{\beta_+}{\lambda_p} (W^+ - \Omega^+) \quad (8)$$

де β_- та β_+ – коефіцієнти теплообміну зі середовищем, температури якого Ω^- та Ω^+ відповідно.

$$\frac{\partial W}{\partial x} \Big|_{\substack{x=0 \\ x=D_1}} = \frac{\partial W}{\partial y} \Big|_{\substack{y=0 \\ y=D_2}} = 0, \quad (9)$$

$$W(x, y, z, 0) = W_0. \quad (10)$$

Метод розв'язування

На сьогодні існує багато методів розв'язування задач теорії теплопровідності. Більшість з них носять універсальний характер, розв'язок знаходиться одним із чисельних методів. Незважаючи на деякі недоліки аналітичних методів, існують практичні задачі, коли їх застосування має сенс. До переваг таких моделей належать їх незалежність від параметрів обчислювального процесу та висока точність, а також нескладність у програмній реалізації [3]. У даній статті пропонується аналітично-чисельний метод розв'язування спряженої задачі нестационарного теплообміну в кристалі, установленому на підшарок через виводи.

Суть наведеного методу полягає у поданні шуканої функції від чотирьох змінних у вигляді лінійного розкладу по змінній z та зводиться до відшукування двох невідомих функцій від трьох змінних. Схема методу складається з таких кроків:

- приведення диференціального рівняння другого порядку до системи двох диференціальних рівнянь з виключенням змінної z і задоволенням граничних умов по z ;
- отримання розв'язків у вигляді тригонометричних рядів Фур'є за власними функціями задачі відокремлення змінних по x та y ;
- розв'язування системи диференціальних рівнянь першого порядку для відшукування коефіцієнтів Фур'є двох функцій лінійного розкладу із застосуванням перетворення Лапласа;
- знаходження потужностей відводу тепла через виводи із умови зв'язаності областей кристала та підшарка.

Останній крок передбачає формування та розв'язування системи лінійних інтегральних рівнянь, розмірність яких дорівнює кількості жорстких виводів. Тут застосовуємо один із методів наближеного розв'язання інтегральних рівнянь, наприклад метод послідовних наближень. Перші три кроки схеми застосовуються аналогічно і для підшарка.

Через громіздкість виведення усіх аналітичних виразів можна обмежитися лише деякими поданнями вище наведеної схеми розв'язання для області кристала.

Невідому функцію $T(t, x, y, z)$ представляємо у вигляді лінійного розкладу

$$T(t, x, y, z) = T_1 + T_2 z \quad (11)$$

де $T_1 = T_1(t, x, y)$, $T_2 = T_2(t, x, y)$ – поки що невідомі функції, $-h < z < h$.

Підставимо (11) в рівняння (1) та проінтегруємо по z на проміжку $[-h;h]$ і аналогічно домноживши (1) на z і проінтегрувавши, отримаємо систему диференціальних рівнянь для визначення невідомих функцій $T_1(x,y,t)$, $T_2(x,y,t)$:

$$\begin{cases} \Delta T_1 - \frac{a^+}{h^2} T_1 - \frac{a^+}{h} T_2 + \frac{a^+}{h^2} \Theta^+ - \frac{1}{a} \frac{\partial T_1}{\partial t} = \frac{Q^-}{2h} \\ \Delta T_2 - \frac{3a^+}{h^3} T_1 - \frac{3a_0^+}{h^2} T_2 + \frac{3a^+}{h^3} \Theta^+ - \frac{1}{a} \frac{\partial T_2}{\partial t} = -\frac{3Q^-}{2h^2} \end{cases} \quad (12)$$

Тут введені позначення $a^+ = \frac{h\alpha^+}{2\lambda_k}$, $a_0^+ = a^+ + 1$.

Невідомі функції шукаємо у вигляді тригонометричних рядів Фур'є. Їх розкладаємо за власними функціями задачі відокремлення змінних по x та y .

$$T_1(t, x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} T_{1nm}(t) \cos \frac{n\pi}{K_1} x \cos \frac{m\pi}{K_2} y \quad (13)$$

$$T_2(t, x, y) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} T_{2nm}(t) \cos \frac{n\pi}{K_1} x \cos \frac{m\pi}{K_2} y \quad (14)$$

Аналогічно розкладемо функцію Q^- , яка містить поки що невідомі значення потужності виділення тепла через виводи. Через a_{nm}^s позначимо коефіцієнт розкладу в ряд Фур'є і врахуємо умовне розбиття активної поверхні кристала на N ділянок. Кожна така ділянка моделює один із випадків: вивід, джерело, вільний теплообмін із середовищем і визначається функцією $Q^s(t)$.

$$Q^-(t, x, y) = \sum_{s=1}^N Q^s(t) \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} a_{nm}^s \cos \frac{n\pi}{K_1} x \cos \frac{m\pi}{K_2} y. \quad (15)$$

Тобто, отримуємо систему диференціальних рівнянь по змінній t з крайовими умовами для визначення коефіцієнтів Фур'є шуканих функцій $T_1(t,x,y)$, $T_2(t,x,y)$.

$$\begin{cases} A_{nm} T_{1nm} + \frac{a^+}{h} T_{2nm} + \frac{1}{a} \frac{dT_{1nm}}{dt} = C_{nm}(t); \\ \frac{3a^+}{h^3} T_{1nm} + B_{nm} T_{2nm} + \frac{1}{a} \frac{dT_{2nm}}{dt} = D_{nm}(t); \end{cases} \quad (16)$$

$$T_{1nm}(0) = \begin{cases} T_0, \text{ якщо } n=m=0, \\ 0, \text{ якщо } n,m \neq 0. \end{cases} \quad (17)$$

$$T_{2nm}(0) = 0.$$

Тут використано такі позначення

$$A_{nm} = \left(\frac{\pi n}{K_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{K_2}\right)^2 + \frac{a^+}{h^2}, \quad B_{nm} = \left(\frac{\pi n}{K_1}\right)^2 + \left(\frac{\pi m}{K_2}\right)^2 + \frac{3a_0^+}{h^2},$$

$$C_{nm} = \frac{a^+}{h^2} \Theta_{nm}^+ - \frac{1}{2h} \sum_{s=1}^N a_{nm}^s Q^s(t), \quad D_{nm} = \frac{3a^+}{h^3} \Theta_{nm}^+ + \frac{3}{2h^2} \sum_{s=1}^N a_{nm}^s Q^s(t)$$

Розв'яжемо систему (16) з умовами (17), застосувавши перетворення Лапласа.

$$T_{1nm}(t) = \frac{a}{4\beta h} \sum_{s=1}^N a_{nm}^s \int_0^t Q^s(\tau) \left[a(B_{nm} + \frac{3a^+}{h^2}) g_{nm}(\tau-t) - f_{nm}(\tau-t) \right] d\tau \quad (18)$$

$$T_{2nm}(t) = \frac{3a}{4\beta h^2} \sum_{s=1}^N a_{nm}^s \int_0^t Q^s(\tau) \left[f_{nm}(\tau-t) - a(A_{nm} + \frac{a_+}{h^2}) g_{nm}(\tau-t) \right] d\tau. \quad (19)$$

У вище наведених формулах застосовані позначення

$$f_{nm}(\tau-t) = \gamma_{nm} e^{\gamma_{nm}(\tau-t)} + \omega_{nm} e^{\omega_{nm}(\tau-t)}; g_{nm}(\tau-t) = e^{\gamma_{nm}(\tau-t)} + e^{\omega_{nm}(\tau-t)}$$

$$\gamma_{nm} = a \left(\left(\frac{\pi m}{K_1} \right)^2 + \left(\frac{\pi m}{K_2} \right)^2 + \frac{2a_+}{h^2} + \frac{3}{2h^2} + \frac{1}{h^2} \sqrt{\left(3a_+ + 4a_+^2 + \frac{9}{4} \right)} \right)$$

$$\omega_{nm} = a \left(\frac{1}{h^2} \sqrt{\left(3a_+ + 4a_+^2 + \frac{9}{4} \right)} - \left(\frac{\pi m}{K_1} \right)^2 - \left(\frac{\pi m}{K_2} \right)^2 - \frac{2a_+}{h^2} - \frac{3}{2h^2} \right)$$

Для визначення невідомих компонент функції $Q^s(t)$, а саме значень потужностей виводів використаємо умову рівності температур кристала та підшарку на площі кожного виводу. $S1_p^i$ та $S2_p^i$ – площа i -го виводу в області кристала та підшарку відповідно, а $W(t, x, y, z)$ – температура підшарку, коефіцієнти розкладу якої визначаються так, як і для кристала.

$$\iint_{S1_p^i} T(t, x_1, y_1, -h) dx_1 dy_1 = \iint_{S2_p^i} W(t, x_2, y_2, r) dx_2 dy_2. \quad (20)$$

Отримаємо систему інтегральних рівнянь Вольтерра першого роду.

$$\begin{cases} a_{11} \int_0^t P_p^1(\tau) \varphi_{11}(t, \tau) d\tau + a_{12} \int_0^t P_p^2(\tau) \varphi_{12}(t, \tau) d\tau + \dots + \int_0^t P_p^n(\tau) \varphi_{1n}(t, \tau) d\tau = \beta_1(t) \\ a_{21} \int_0^t P_p^1(\tau) \varphi_{21}(t, \tau) d\tau + a_{12} \int_0^t P_p^2(\tau) \varphi_{22}(t, \tau) d\tau + \dots + \int_0^t P_p^n(\tau) \varphi_{2n}(t, \tau) d\tau = \beta_2(t) \\ \dots \\ a_{n1} \int_0^t P_p^1(\tau) \varphi_{n1}(t, \tau) d\tau + a_{12} \int_0^t P_p^2(\tau) \varphi_{n2}(t, \tau) d\tau + \dots + \int_0^t P_p^n(\tau) \varphi_{nn}(t, \tau) d\tau = \beta_n(t) \end{cases} \quad (21)$$

де $P_p^1(t), \dots, P_p^n(t)$ – невідомі потужності відведення тепла через виводи, $\beta_i, \varphi_{ij}(t, \tau)$ – відомі функції, що визначаються з (20) – умови спряження кристала і підшарка.

Застосувавши метод послідовних наближень до (21), отримаємо значення шуканих функцій потужностей виводів на відрізках розбиття і підставимо у формули (18), (19). Отже, знайдено коефіцієнти розкладу функцій, що лінійно подають розв'язок задачі теплопровідності.

Приклад обчислення

Для модельного експеримента був взятий кремнієвий кристал розмірами $4 \times 3,6 \times 0,1$ мм установлений за допомогою жорстких виводів на керамічний підшарок ($16 \times 8 \times 0,5$ мм). 8 жорстких виводів, кожен розмірами $0,2 \times 0,2 \times 0,2$ мм, розміщені по периметру кристала на відстані 0,1 мм від краю кристала і пронумеровані за годинниковою стрілкою, починаючи від зазначеного на рис.2. Плоске джерело тепла розмірами $2 \times 1,8$ мм потужністю 1 Вт розміщене в центрі нижньої грані кристала. Нижня поверхня підшарка є ізотермічною і має температуру 20°C . Решта поверхонь структури взаємодіє із середовищем. Коефіцієнт теплообміну $15 \text{ Вт}/(^\circ\text{C} \times \text{м}^2)$. Температура середовища дорівнює 20°C . Тестова структура наведена на рис.2.

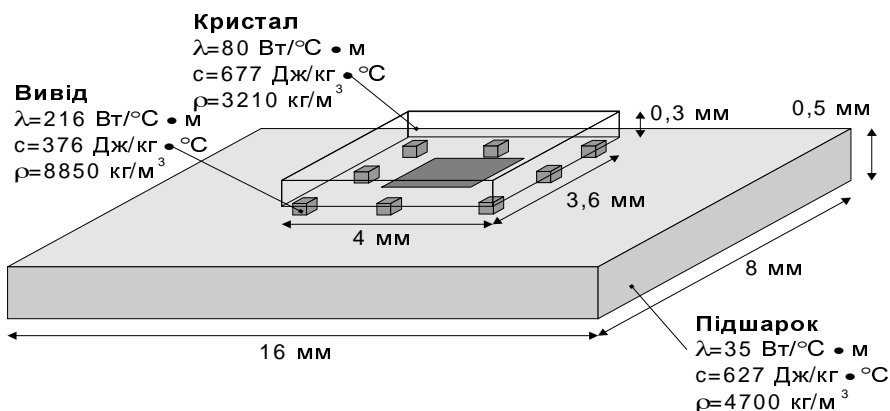


Рис.2. Тестова структура

Температурне поле тестової структури було змодельовано двома системами: перша базується на методі, описаному в даній статті, а друга – на методі теплоелектричної аналогії.

Результати аналізу температури тепловіділюючих елементів були отримані аналітично-чисельним методом та методом теплоелектричної аналогії. Значення температури в момент часу, що дорівнює 3 секунди, наведені в таблиці.

Порівняння результатів обчислення температури

	Температура, $^\circ\text{С}$	
	Аналітичний метод	Метод теплоелектричної аналогії
Центр джерела	67,9	63,7
Виводи 1, 3, 5 і 7	55,1	52,0
Виводи 2 і 6	56,7	54,1
Виводи 4 і 8	57,3	54,4

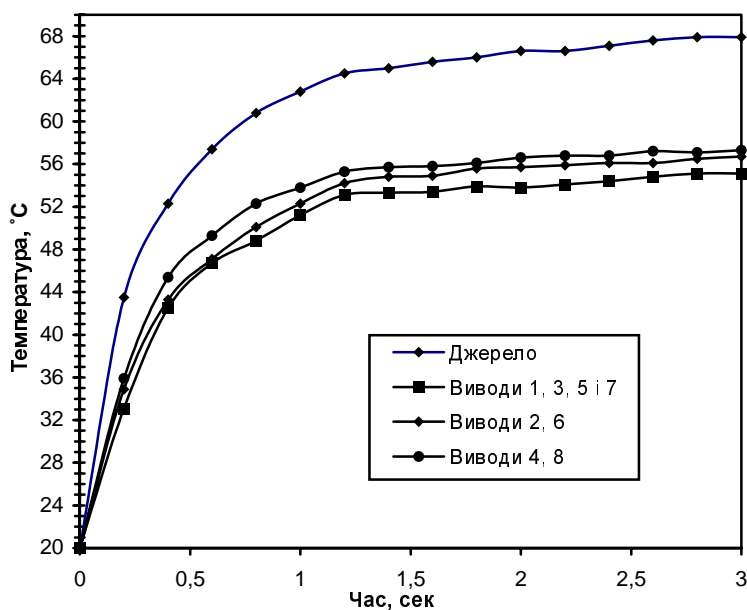


Рис.3. Зміна температури в тестовій структурі

Зміна температури в часі для всіх тепловіділюючих елементів тестової конструкції зображена на рис.3.

Висновки

У статті подається математична модель нестационарних процесів теплообміну для кристалів ІС на жорстких виводах. Запропонована методика розрахунку температурних полів передбачає використання аналітичних методів розв'язання нестационарних тривимірних задач теплообміну разом із чисельними, вдале поєднання яких дозволяє отримувати якісно новий результат. Результати обчислень були перевірені порівнянням з даними, отриманими після застосування методу теплоелектричної аналогії. Максимальна та мінімальна похибки на виводах становили 5,6 % і 3,8 %, на джерелі – 6,2 %, що є допустимим при обчисленні теплового опору конструкції.

1. T.-Y.T. Lee and M. Mahalingam. *Thermal Limits of Flip Chip Package IS Experimentally Validated, Cfd Supported Case Studies// Components, Packaging, and Manufacturing Technology, part INTO. Vol.20. No 1. February 1997. P.94–103.* 2. V.A. Koval, D.V. Fedasyuk *Thermal analysis and modeling of the flip-chip bonding. The analytical approach. Proceedings of the 3rd Advanced Training Course “Mixed design of integrated circuits and system- Education of computer aided design of modern IC's and devices”, Lodz, 30 May -1 June 1996. P.217–222.* 3. Федасюк Д.В., Левус Є.В. *Моделювання та дослідження теплових режимів МЕП з встановленими кристалами ІС на жорсткі виводи // Вісн. ДУ “Львівська політехніка”. 1998. № 327. С.138–148.*