

Висновки. Процес струменевого оброблення поверхонь твердими тілами необхідно розглядати у двох аспектах: як процес розмірного оброблення за механізмом мікрорізання і як процес формування структурно-напруженого стану на оброблюваній поверхні за механізмом поверхневого пластичного деформування. В основу математичної моделі процесу оброблення поверхонь струменем незв'язаних твердих тіл покладено енергетичну концепцію, за якою робота з пластичного деформування й різання оброблюваних поверхонь здійснюється завдяки перетворенню кінетичної енергії, яку мають пакети твердих тіл у струмені, за винятком її втрат на різних етапах процесу. Мінімізувавши втрати кінетичної енергії, можна підвищити продуктивність оброблення.

Щоб застосувати запропоновану енергетичну концепцію, необхідно встановити, як розподіляються маси і швидкості пакетів твердих тіл у струмені.

1. Проволоцкий А.Е. Струйно-абразивная обработка деталей машин. – К.: Техника, 1989. – 177 с. 2. Маслов Е.Н. Теория шлифования материалов. – М.: Машиностроение, 1977 – 320 с. 3. Ящерицын П.И. и др. Финишная обработка деталей уплотнённым потоком свободного абразива. – Минск: Наука и техника, 1978 – 224 с. 4. Билик Ш.М. Абразивно-жидкостная обработка металлов. – М.: Машигиз, 1960 – 196 с. 5. Рыковский Б.П., Смирнов В.А., Щетинин Г.М. Местное упрочнение деталей поверхностным наклепом. – М.: Машиностроение, 1985 – 152 с. 6. “*Tract Surface Treatment*”, edited by S.A. Meguid, London and New York, 1986 – 326 p. 7. Полевой С.Н., Евдокимов В.Д. Упрочнение металлов. – М.: Машиностроение, 1986 – 320 с. 8. Петросов В.В. Гидродробеструйное упрочнение деталей и инструмента. – М.: Машиностроение, 1977. – 166 с. 9. Олейник Н.В., Кычин В.П., Луговской А.Л. Поверхностное динамическое упрочнение деталей машин. – К.: Техника, 1984 – 152 с. 10. Стоцько З.А., Стефанович Т.О. Загальні аспекти технології обробки поверхонь струменем незв'язаних твердих тіл // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні. – 2004.– № 515. – С. 95–100.

УДК 531.7.08
М.О. ТИХАН

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра приладів точної механіки

ДО ПИТАННЯ ДИНАМІКИ ДАВАЧІВ ТИСКУ

© Тихан М.О., 2005

Наведено результати аналізу динаміки давача тиску для двох схем силового навантаження його мембрани.

The analysis of dynamics of the pressure sensor is carried out at two circuits of force loading of his diaphragm have been proposed.

Вступ. Відомо, що сучасні системи автоматизації виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні вимагають особливо точних первинних засобів вимірювання чи контролю. У багатьох системах такими засобами є давачі різноманітних фізичних величин, зокрема давачі тиску.

Постановка проблеми. Зазначимо, що проблеми забезпечення точності вимірювання стосовно давачів тиску насамперед вимагають точного моделювання динаміки вимірювальних перетворювачів, що входять до структури давачів. Як відомо, у сучасних конструкціях багатьох давачів тиску первинними вимірювальними перетворювачами є круглі мембрани у вигляді тонких жорстко защемлених пластин. Власне точність вимірювального перетворення первинним елементом першочергово впливає на точність вимірювання давачем загалом. Тому аналіз динаміки мембран давачів тиску як елементів з розподіленими параметрами є актуальною проблемою.

Проналізовано динаміку давача тиску для двох схем силового навантаження його мембрани (рис. 1).

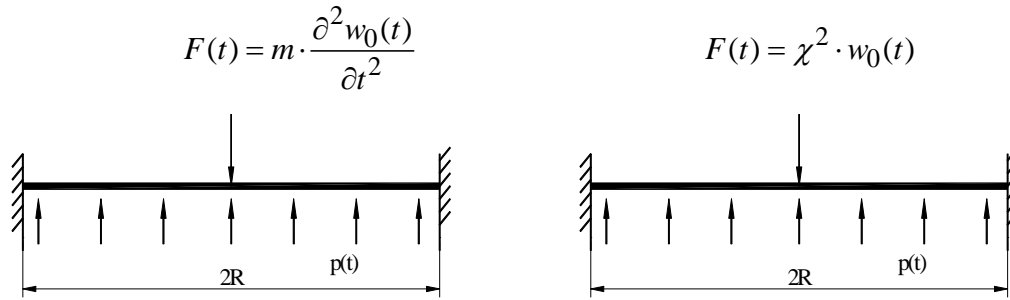


Рис.1. Схеми навантаження пластини

Тобто, з одного боку на мембрану діє тиск $p(t)$, а з протилежного – зосереджена в центрі мембрани сила $F(t)$, яка в одому випадку дорівнює $m \cdot \frac{\partial^2 w_0(t)}{\partial t^2}$, а в іншому $\chi^2 \cdot w_0(t)$, де m – деяка маса, $\frac{\partial^2 w_0(t)}{\partial t^2}$ – пришвидчення руху центра мембрани, χ^2 – деякий сталий коефіцієнт (наприклад, жорсткість пружної опори), $w_0(t)$ – переміщення центра мембрани.

Як відомо, вільні коливання круглої пластини-мембрани з демфуванням, яке пропорційне швидкості її руху, описуються рівнянням*

$$c^4 \Delta \Delta w(r,t) + \frac{\partial^2 w(r,t)}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial w(r,t)}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

де $c^4 = \frac{D}{\gamma} = \frac{Eh^2}{12(1-\nu^2)\rho}$, E – модуль пружності, γ – питома вага одиниці площі мембрани, D – циліндрична жорсткість, β – коефіцієнт демпфування, ν – коефіцієнт Пуассона, ρ – густина матеріалу мембрани.

Вимушені коливання в першому випадку навантаження мембрани можна описати рівнянням

$$c^4 \Delta \Delta w(r,t) + \frac{\partial^2 w(r,t)}{\partial t^2} + 2\beta \frac{\partial w(r,t)}{\partial t} = \frac{p(t)}{\gamma} - \frac{m}{\gamma} \frac{\partial^2 w_0(t)}{\partial t^2} \cdot \frac{\delta(r)}{2\pi r}, \quad (2)$$

де $\delta(r)$ – функція Дірака.

Розв’язок рівняння (2) шукаємо у вигляді

$$w(r,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(r) \cdot T_n(t) \quad (3)$$

за межових і початкових умов

$$w(r,t) = \frac{\partial w(r,t)}{\partial r} = 0 \quad r = R \quad | \quad (4)$$

$$w(r,t) = \frac{\partial w(r,t)}{\partial t} = 0 \quad t = 0 \quad | \quad (5)$$

* Василенко Н. В. Теория колебаний. – К.: Вища школа, 1992.

Функцію $\Phi_n(r)$ шукаємо у вигляді

$$\Phi_n(r) = AJ_0(k_n \cdot r) + BI_0(k_n \cdot r), \quad (6)$$

де A і B – деякі сталі, $J_0(k_n \cdot r)$ і $I_0(k_n \cdot r)$ – функції Бесселя першого і другого роду, $k_n = \frac{\mu_n}{R}$, μ_n – власні значення відповідної межової задачі.

Враховуючи умови (4) для (6), отримаємо

$$\left. \begin{aligned} AJ_0(k_n \cdot R) + BI_0(k_n \cdot R) &= 0 \\ -k_n \cdot AJ_1(k_n \cdot R) + k_n \cdot BI_1(k_n \cdot R) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

звідки

$$J_0(\mu_n)I_1(\mu_n) + J_1(\mu_n)I_0(\mu_n) = 0 \quad (8)$$

З (8) отримуємо власні значення $\mu_n = k_n \cdot R$.

Як власні функції беремо

$$\Phi_n(k_n \cdot r) = J_0(k_n \cdot r)I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n)I_0(k_n \cdot r) \quad (9)$$

Як відомо, система (9) на відрізку $(0, R)$ є ортогональною з вагою r .

Тобто

$$\int_0^R r \cdot \Phi_n(k_n \cdot r) \Phi_m(k_n \cdot r) dr = \begin{cases} 0 & \text{при } m \neq n \\ R^2 J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n) & \text{при } m = n \end{cases} \quad (10)$$

Підставляючи (9) у (3) і потім у (2), отримуємо

$$\begin{aligned} c^4 k_n^4 \Phi_n(k_n \cdot r) T_n(t) + \Phi_n(k_n \cdot r) T_n''(t) + 2\beta \cdot \Phi_n(k_n \cdot r) T_n'(t) = \\ = \frac{p(t)}{\gamma} - \frac{m}{\gamma} T_n''(t) \cdot (I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n)) \cdot \frac{\delta(r)}{2\pi r} \end{aligned} \quad (11)$$

Помноживши (11) на $r \cdot \Phi_m(k_n \cdot r)$ та інтегруючи від 0 до R , з урахуванням ортогональності системи (9) і залежностей

$$\int_0^R r \cdot J_0(k_n \cdot r) dr = \frac{R^2 J_1(\mu_n)}{\mu_n}; \quad (12)$$

$$\int_0^R r \cdot I_0(k_n \cdot r) dr = \frac{R^2 I_1(\mu_n)}{\mu_n}; \quad (13)$$

$$\int_0^R \delta(r) \cdot f(r) dr = f(0), \quad (14)$$

де $f(r)$ – деяка функція, отримуємо

$$R^2 J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n) \cdot \left[c^4 \cdot \frac{\mu_n^4}{R^4} \cdot T_n(t) + T_n''(t) + 2\beta \cdot T_n'(t) \right] =$$

$$= \frac{p(t)}{\gamma} \frac{R^2}{\mu_n} [J_1(\mu_n) I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n) I_1(\mu_n)] -$$

$$- \frac{m}{\gamma 2\pi} T_n''(t) \cdot (I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n))^2$$

Звідки

$$T_n''(t) + 2\tilde{\beta} T_n'(t) + \xi_n^2 T_n(t) = p(t) \cdot \zeta_n, \quad (15)$$

де

$$\xi_n^2 = c^4 \frac{\mu_n^4}{R^2} \frac{2\pi\gamma \cdot J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n)}{(2\pi\gamma R^2 \cdot J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n) + m \cdot (I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n))^2)} \quad (16)$$

– власна частота коливань мембрани,

$$\zeta_n = \frac{2\pi\gamma \cdot (J_1(\mu_n) I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n) I_1(\mu_n)) \cdot R^2}{\mu_n \cdot (2\pi\gamma R^2 \cdot J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n) + m \cdot (I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n))^2)} \quad (17)$$

$$\tilde{\beta} = \frac{\beta \cdot 2\pi\gamma R^2 \cdot J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n)}{2\pi\gamma R^2 \cdot J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n) + m \cdot (I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n))^2} \quad (18)$$

Вважаючи, що $\xi_n^2 > \tilde{\beta}$, розв'язок (14) запишемо у вигляді

$$T_n(t) = \frac{\zeta_n}{\eta_n} \int_0^t p(\tau) \cdot e^{-\tilde{\beta}(t-\tau)} \cdot \sin(\eta_n(t-\tau)) d\tau, \quad (19)$$

де

$$\eta_n = \sqrt{\xi_n^2 - \tilde{\beta}^2}. \quad (20)$$

Тоді вимушені коливання мембрани описуємо рівнянням

$$w(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(k_n \cdot r) \cdot \frac{\zeta_n}{\eta_n} \int_0^t p(\tau) \cdot e^{-\tilde{\beta}(t-\tau)} \cdot \sin(\eta_n(t-\tau)) d\tau. \quad (21)$$

Аналогічно, для випадку, коли зворотна зосереджена сила дорівнює

$$F(t) = \chi^2 \cdot w_0(t),$$

отримуємо

$$w(r, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(k_n \cdot r) \cdot \frac{\tilde{\zeta}_n}{\tilde{\eta}_n} \int_0^t p(\tau) \cdot e^{-\beta(t-\tau)} \cdot \sin(\tilde{\eta}_n(t-\tau)) d\tau, \quad (22)$$

де

$$\tilde{\zeta}_n = \frac{J_1(\mu_n) I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n) I_1(\mu_n)}{\mu_n \cdot \gamma \cdot J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n)} \quad (23)$$

$$\tilde{\eta}_n = \sqrt{\tilde{\xi}_n^2 - \beta^2} \quad (24)$$

$$\tilde{\xi}_n^2 = c^4 \frac{\mu_n^4}{R^2} + \frac{\chi^2 \cdot (I_0(\mu_n) - J_0(\mu_n))^2}{2\pi\gamma \cdot R^2 \cdot J_0^2(\mu_n) \cdot I_0^2(\mu_n)}. \quad (25)$$

Зазначимо, що отримані рівняння (21) і (22) у формі інтеграла Дюамеля досить зручні для аналізу динаміки давачів, оскільки дають змогу здійснити такий аналіз за довільної форми тиску $p(t)$, а отриманий результат міститиме як перехідну, так і усталену фази вимірювального перетворення. Продемонструємо сказане на прикладі.

Нехай вимірюваний тиск має гармонічну форму (рис. 2)

$$p(t) = \frac{p_0}{2}(1 - \cos \omega t) \quad (26)$$

де p_0 , ω – амплітудне значення та частота вимірюваного тиску.

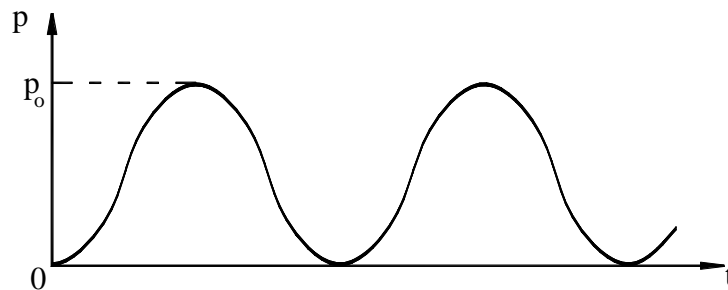


Рис. 2. Форма вхідного сигналу

Підставляємо (26) у (21) і отримуємо

$$\begin{aligned} w(r,t) &= \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(k_n \cdot r) \cdot \frac{\zeta_n}{\eta_n} \int_0^t \frac{p_0}{2} (1 - \cos \omega \tau) \cdot e^{-\tilde{\beta}(t-\tau)} \cdot \sin(\eta_n(t-\tau)) d\tau = \\ &= \frac{p_0}{2} \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \Phi_n(k_n \cdot r) \cdot \frac{\zeta_n}{\eta_n} [F_1 - F_2 - F_3] \right\}, \end{aligned} \quad (27)$$

де

$$\begin{aligned} F_1 &= \left[\frac{\eta_n - e^{-\tilde{\beta}t} (\eta_n \cos \eta_n t + \tilde{\beta} \sin \eta_n t)}{\eta_n^2 - \tilde{\beta}^2} \right] \\ F_2 &= \frac{\tilde{\beta}}{2} \left[\frac{1}{\tilde{\beta}^2 + (\eta_n - \omega)^2} (\sin \omega t + \frac{\eta_n - \omega}{\tilde{\beta}} \cos \omega t - e^{-\tilde{\beta}t} (\sin \eta_n t + \frac{\eta_n - \omega}{\tilde{\beta}} \cos \eta_n t)) \right] \\ F_3 &= \frac{\tilde{\beta}}{2} \left[\frac{1}{\tilde{\beta}^2 + (\eta_n + \omega)^2} (\frac{\eta_n + \omega}{\tilde{\beta}} \cos \omega t - \sin \omega t - e^{-\tilde{\beta}t} (\sin \eta_n t + \frac{\eta_n + \omega}{\tilde{\beta}} \cos \eta_n t)) \right] \end{aligned}$$

Очевидно, що залежність (27) є амплітудно-частотною характеристикою (АЧХ) давача тиску в часовій області і дає змогу безпосередньо розраховувати його динамічну похибку за тією чи іншою частотою вхідного гармонічного сигналу в конкретний момент часу, а також розраховувати максимальну динамічну похибку давача з урахуванням як перехідної, так і усталеної фаз вимірювального перетворення.

Досить часто для аналізу динаміки датчиків необхідно відшукати максимальну відносну динамічну похибку на деякому проміжку часу. За отриманою залежністю типу (27) легко можна це зробити.

Дійсно, за статичного вимірювання вихідний сигнал датчика становив би

$$U_{stat} = K \cdot w(r), \tag{28}$$

де K – сталий коефіцієнт перетворення.

Отже, максимальна відносна основна динамічна похибка датчика тиску становитиме

$$\delta_{max}(\zeta) = \frac{\max [U_{dyn}(t) - U_{stat}]}{U_{stat}^{max}} 100\%, \tag{29}$$

де U_{stat}^{max} – максимальне значення статичного сигналу, $U_{dyn}(t) = K \cdot w(r,t)$ – значення динамічного сигналу.

На рис. 3 графічно зображено розраховану за формулою (29) залежність максимальної відносної основної динамічної похибки датчика від частоти вхідного сигналу.

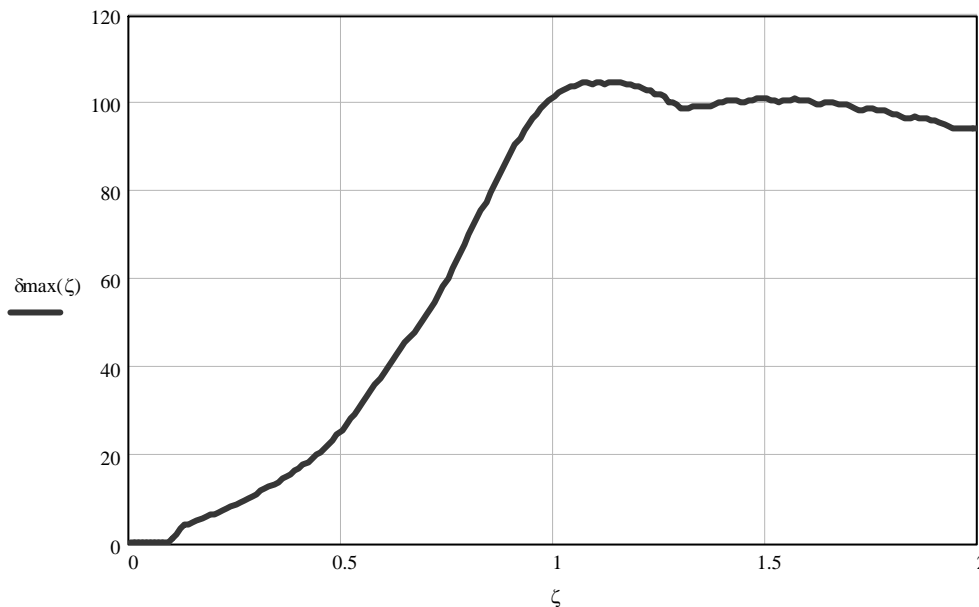


Рис. 3. Залежність відносної основної динамічної похибки датчика від частоти вхідного сигналу

Тут $\zeta = \eta_1 / \omega$. Зазначимо, що максимум похибки вибирали за реалізацією вихідного сигналу на досить тривалому проміжку часу.

За отриманою залежністю, наприклад, можна легко визначити співвідношення частоти вхідної вимірювальної величини і власної частоти коливання датчика, за якого основна динамічна похибка не буде більшою ніж задана. Причому такий розрахунок враховуватиме як усталену, так і перехідну фази вимірювального перетворення, а також враховуватиме фазовий зсув. Так, скажімо, за співвідношення згаданих частот 1/10 похибка становить 0.1%, тобто у багатьох випадках менша за статичну похибку.