УДК 539.3

М.В. БОЙКО

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електронного машинобудування

НАПРУЖЕНО–ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН ПЛИТ ПРЕС-ФОРМ

Запропоновано математичну модель для визначення жорсткості та міцності товстої плити, яку використовують у прес-формах. Результати отримано двома методами: скінченних елементів та адаптивного варіаційного методу.

The mathematical model for determination of rigidity and strength of thick plate used in presforms. The results are obtained by two methods: for the middle part of plate – the finite elements method, and adaptive variational method is used.

Постановка проблеми. Основні деталі прес-форм – це пластини (плити), які мають отвори і в процесі роботи знаходяться під дією внутрішніх напружень, які виникають внаслідок дії тиску впорску пластмаси у порожнину форми. До надійності цих деталей існують високі вимоги, тому їхній динамічний розрахунок викликає великий практичний інтерес.

Аналіз останніх досліджень. Відомі уточнені схеми визначення напружено-деформованого стану товстостінних пластин в умовах плоского защемлення [1,2]. В [1] на основі інженерних підходів оцінено вплив защемлення на частотні характеристики консолі, а в [2] динамічні характеристики отримано методом скінченних елементів. У цій роботі для визначення напружень у пластині застосуємо адаптивний метод [3].

Постановка задачі. Для середньої області пластини розглядається алгоритм визначення напружень методом кінцеві елементів. Пластину розглядають у рамках гіпотез Кірхгофа–Лява. Елемент містить чотири вузлові точки (рис. 1). У кожному вузлі розглянемо три геометричні параметри – W, $\frac{\partial W}{\partial x}$, $\frac{\partial W}{\partial y}$ (W(x,y) – амплітудне значення переміщення у напрямку осі z). На рис.1 показано позитивні напрямки вузлових переміщень (відповідні вузлові зусилля мають аналогічні напрямки). Вектор геометричних вузлових параметрів елемента містить 12 параметрів: $q^т$ = (W_a, $\frac{\partial W_a}{\partial x}$, $\frac{\partial W_a}{\partial y}$, W_b, …, $\frac{\partial W_d}{\partial x}$).

Виклад матеріалу. Вираз потенційної енергії, яку використовують для одержання матриці жорсткості, має вигляд:

$$\Pi = \frac{1}{2}\int_0^A\int_0^B D\left[\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}\right)^2 - 2(1-\nu)\left\{\frac{\partial^2 W}{\partial x^2}\cdot\frac{\partial^2 W}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 W}{\partial x\,\partial y}\right)\right\}\right]dx\,dy\,. \quad (1)$$

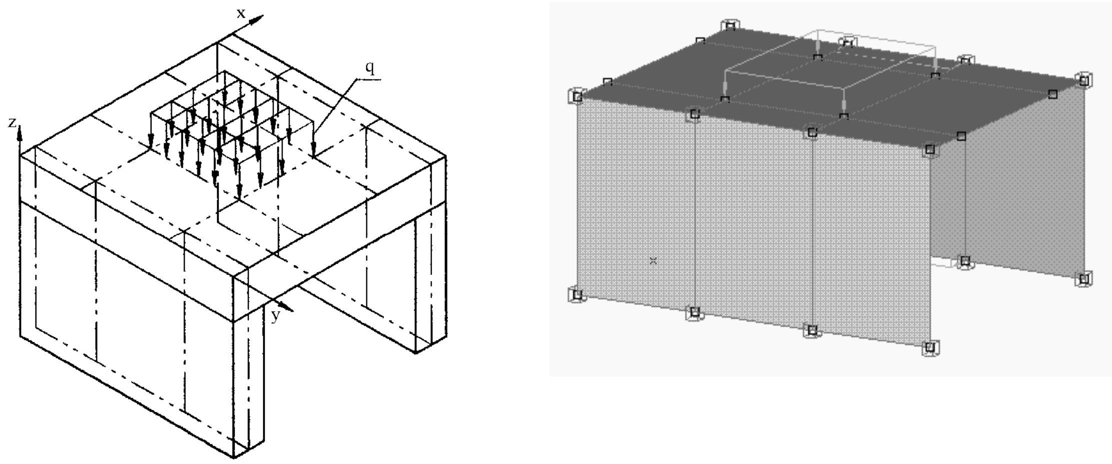
Функцію прогину задають так:

$$\begin{aligned} W(x,y) &= a_1 + xa_2 + ya_3 + x^2a_4 + y^2a_5 + xya_6 + x^2ya_7 + \\ &+ xy^2a_8 + x^3a_9 + y^3a_{10} + x^3ya_{11} + xy^3a_{12} \end{aligned} \quad (2)$$

Матриця жорсткості К(12×12) отримана перемножуванням матриць:

$$K = B^{т} \cdot K_0 B,$$

де В – матриця перетворення локальних координат у глобальні; K_0 – матриця жорсткості у локальних координатах.



а *б*

Рис. 1. а – схема конструкції плит прес-форми; б – розрахункова схема плит прес-форми.

Нижче розглянуто один із можливих алгоритмів рішення. Характерні точки пластини (точки, які лежать на зовнішньому та внутрішньому контурах) повинні збігатися з вузловими точками кінцево-елементної моделі. Розмір елемента у напрямку більшої їх кількості *(N)* беремо однаковим для всіх елементів. Отже, пластина апроксимується *N* смугами однакової ширини, що містять по К різних елементів.

Алгоритм одержання матриці жорсткості конструкції аналогічний алгоритму розрахунку згинальних деформацій пластин складної конфігурації [2] і дає змогу розраховувати пластини за різних умов закріплення, а також з вирізами і додатковими зосередженими масами.

На рис. 1 наведено схему конструкції прес-форми. Оскільки навантаження розподілено симетрично, розглядаємо нижню частину конструкції. На рис. 2 наведено деякі числові результати розрахунку пластини – плити притискної прес-форми для таких геометричних (L×B×H= 240×180×40мм) і силових (q = 120 МПа) параметрів. Навантаження прикладене в центрі плити на прямокутну площу розмірами ($L_q \times B_q$ = 120×80мм).

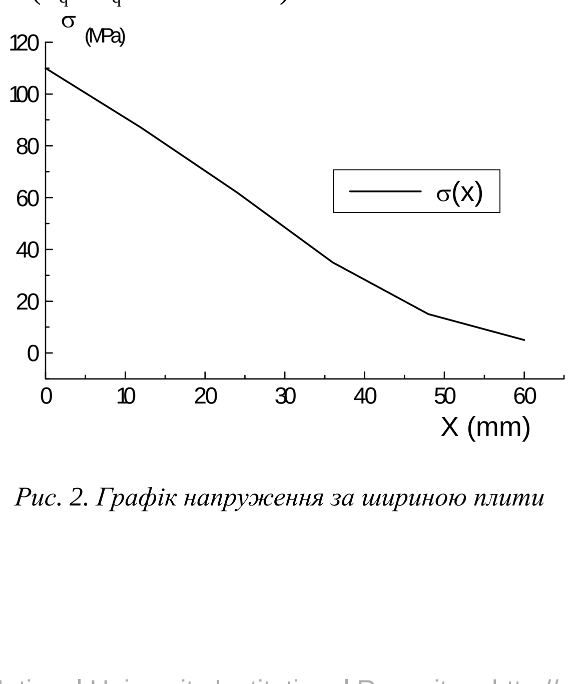


Рис. 2. Графік напруження за шириною плити

На рис. 4 подано графік змін напруження за шириною плити.

Для цього розв’язання на базі технічної теорії пластин крайові напруження уточнимо варіаційно-анлітичним способом.

Розглянемо згин пластини у пружній обоймі. Вважаємо, що пластина з більш жорсткого матеріалу знаходиться у абсолютно жорсткій обоймі між двома прокладками (рис. 3). Бокові поверхні пакета (пластина–прокладки) вільні. Локальні координати серединної поверхні прокладки – x_p, y_p, z_p. Товщина пластини – H, довжини защемленої і вільної частин – L_p і L відповідно. Пружну дію прокладок врахуємо через приведений коефіцієнт постелі K. Матеріал прокладок ізотропний з характеристиками пружності E та μ, пластини – анізотропний, з модулями C_{xx}, C_{xz}, C_{zz}, G_{xz}. Ширина пакета b. Вважаємо, що в пакеті реалізується плоский деформований стан.

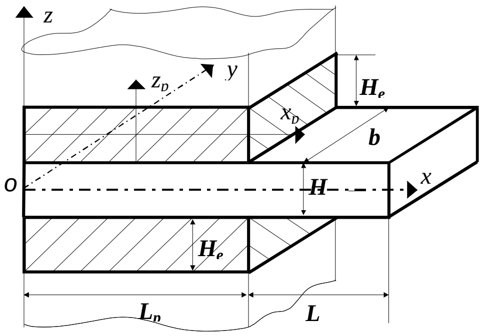


Рис. 3. Вузол затиснення пластини

Розглянемо стиск пластини між жорсткими площинами. Точний розв’язок цієї задачі в рамках лінійної теорії пружності наведено у [3]. У кутових точках, як і у випадку штампа з кутовими точками і плоскою основою, виникають нескінченно великі напруження. Порядок нескінченності цих напружень пропорційний ρ^{-a}, де ρ – віддаль від кутової точки, a – дробовий показник, що залежно від умов тертя набуває значення від -0.43 до -0.29. Разом з тим спостерігається зменшення напружень до вільного краю матеріалу. У [3] показано, що прокладки можна з достатньою точністю апроксимувати як пружну основу Вінклера з коефіцієнтом жорсткості

$$K(x) = \bar{k}\left(1 - \frac{k_p - k_p/\bar{k}}{\Delta_x}(x - L + \Delta_x)\right), L - \Delta < x < L\,, \tag{3}$$

де $\Delta_ч$ – деяка мала ширина крайової зони защемлення.

Розглянемо v_0, w_0 – переміщення, що відповідають однорідному згину.

Кінематичні гіпотези візьмемо у такій формі

$$u = u_{ij} x^i z^{j-1}\,, \qquad w = w_{ij} x^i z^{j-1}\,. \tag{4}$$

За підстановки (4) у варіаційний принцип отримуємо рівняння

$$\begin{aligned}&\int_V \left(\sigma_{yy}\delta\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}\delta\varepsilon_{zz} + \tau_{yz}\delta\varepsilon_{yz}\right)dV = \\ &= \int_{V_k}\left(\sigma_{yy}^0\delta\varepsilon_{yy} + \sigma_{zz}^0\delta\varepsilon_{zz} + \tau_{yz}^0\delta\varepsilon_{yz}\right)dV = \iint_{V_k}\left(C_{yz}\varepsilon_{xx}^0\delta_{yy}\right)dV.\end{aligned} \tag{5}$$

Інших доданків в правій частині немає згідно з [3].

Розглянуто згин пластини з такими безрозмірними параметрами: $C_{xx}=1$, $C_{xz}=0.25$, $C_{zz}=1$, $G_{xz}=0.25$; та прокладки з параметрами: $H_e=1$, $E=0.000025$, $\mu=0.47$. Максимальна ефективна жорсткість, згідно з (3)–(5) за цих параметрів буде $K=0.00015$. Тангенціальною жорсткістю еластичного шару, як показали обчислення, можна знехтувати. За такої малої жорсткості можна знехтувати зменшенням K до краю защемлення пластини. Для обчислень K вибирали постійним. Для різних значень K на рис. 4 наведено розподіли нормальних напружень за півтовщиною пластини. Нормальні напруження наведено у відношенні $\dfrac{\sigma_{zz}}{\sigma_{xx\,max}}$, де у знаменнику наведено максимальні поздовжні напруження у зоні защемлення (кріплення), визначені на першому кроці розв'язання задач.

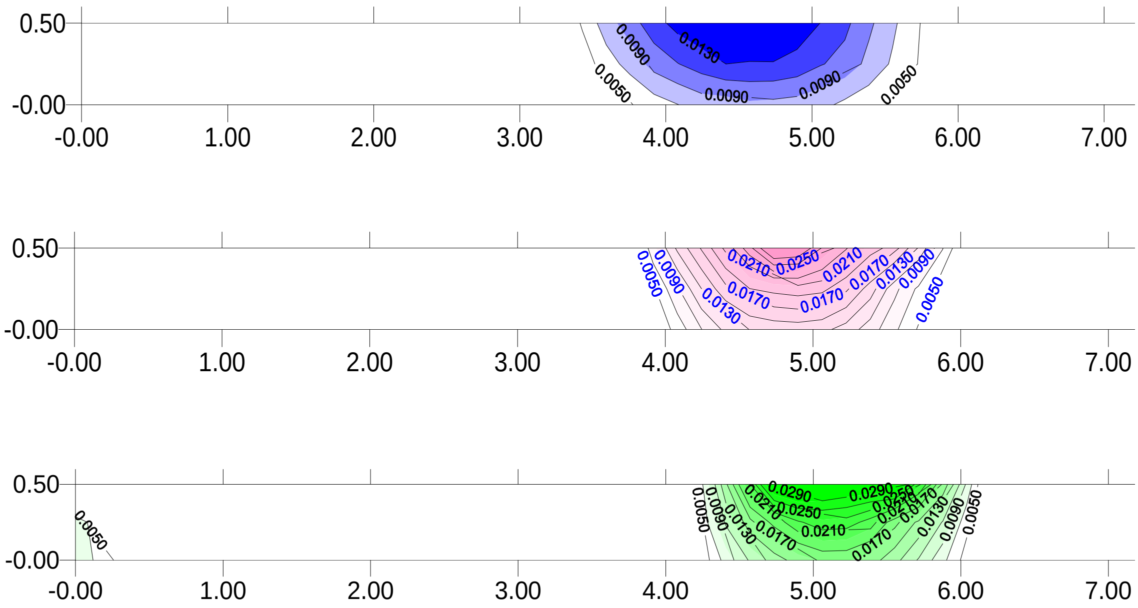


Рис. 4. Розподіл нормальних напружень за півтовщиною пластини

Можна зауважити, що ці напруження дійсно мають тип крайового ефекту і жорсткість защемлення практично не впливає на їхній характер.

Висновки. Для визначення напружень у товстостінній плиті прес-форми запропоновано комбінований підхід. На першому кроці визначають напружено-деформований стан посередині плити методом скінченних елементів. На другому – кращі максимальні напруження в зоні защемлення уточнюються варіаційно-аналітичним методом.

Надалі заплановано оптимізувати конструкцію прес-форми з метою оптимізації за технологічними параметрами, за вагою та міцністю.

1. Филиппов А.П. Колебания деформируемых систем. – М.: Машиностроение, 1970. – 734 с. 2. Богомолов С.И., Журавлева А.М. Колебания сложных механических систем. – Харьков: Вища школа, 1978. – 136 с. 3. Джонсон И.М. Механика контактного взаимодействия. – М.: Мир, 1989. – 509 с.