- у системах типу $АСР_2$ показники якості (Y_{mg}, J_{kg}) регулювання є найгіршими, тому орієнтація деяких виробників контролерів на забезпечення можливості реалізації такого виду систем виглядає необгрунтованою;

- за показниками Y_{mg}, U_{mg}, а у переважній більшості випадків і за $J_{kg,}$ найкращою є система типу $АСР_3$, і це потрібно враховувати, проектуючи алгоритмічне забезпечення контролерів, а також під час практичної реалізації систем регулювання;

- тривалість перехідних процесів у всіх типах АСР приблизно однакова (рис.2-рис.5).

Виконані нами розрахунки показали, що аналогічні висновки справедливі також для систем з іншими об'єктами та реальними ПІД-регуляторами, передавальні функції яких мають дифскладову з фільтром другого порядку.

Проводилися також дослідження впливу змін динаміки об'єкта на якість процесів регулювання у системах різної структури, які підтвердили, що поряд з оптимізацією параметрів ПІД-регулятора ефективним методом покращання якості регулювання є його використання за схемою послідовно-паралельної корекції типу $АСР_3$, при цьому фактично не вимагається ніяких додаткових затрат.

Якщо описаний підхід все ж не забезпечує виконання поставлених вимог щодо якості регулювання, необхідно переходити до складніших – каскадних або комбінованих структур АСР.

1. Острем К., Виттенмарк Б. Системы управления с ЭВМ: Пер. с англ. М., 1987. 2. Изерман Р. Цифровые системы управления: Пер. с англ. М., 1984. 3. Ротач В.Я. Теория автоматического управления теплоэнергетическими процессами. М., 1985. 4. Ротач В.Я. Программы определения передаточных функций объектов управления по переходным характеристикам // Теплоэнергетика. 1995. № 11. С.75 - 80. 5. Шавров А.В., Солдатов В.В. Многокритериальное управление в условиях статистической неопределенности. М., 1990. 6. Ковела І.М. Багатокритеріальна параметрична оптимізація неперервних АСР з типовими лінійними регуляторами // Вісн. ДУ "Львівська політехніка". 1998. № 324. С.3-9.

УДК 621.317

МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ІНСТРУМЕНТАЛЬНОЇ ПОХИБКИ ВИМІРЮВАЛЬНОЇ СИСТЕМИ ТОМОГРАФІЇ ЕЛЕКТРИЧНОЇ ПРОВІДНОСТІ

© Дорожовець М.М., 2000
ДУ "Львівська політехніка", кафедра "Інформаційно-вимірювальна техніка"

Запропоновано математичну модель систематичних та випадкових похибок вимірювальної схеми з еквіпотенціальними електродами. Отримано кореляційну матрицю інструментальних похибок. Показано різний вплив

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

систематичних і випадкових похибок на похибку відтворення просторового розподілу електричної провідності.

The mathematical model of the systematic and random errors of the measuring scheme with the equipotential electrodes is proposed in this paper. The correlation matrix of the instrumental errors is presented. The difference influence of the systematic and random errors on reconstruction error of the electrical conductivity distribution is shown.

1. Вступ. Електроімпедансну томографію застосовують в техніці та медицині для відтворення просторового розподілу електричної провідності середовища та інших пов'язаних з нею величин за результатами прямого чи непрямого вимірювання зовнішніх міжелектродних провідностей або електродних струмів чи потенціалів [1-4]. Отримані результати вимірювань застосовують в реконструкційному ітераційному алгоритмі, в якому на k-й ітерації прирости провідності елементів dg на різних ділянках середовища знаходять за допомогою регуляризованого методу найменших квадратів за виразом [1-4]

$$d\hat{\mathbf{g}}^{(k)} = \left[(\mathbf{J}_{(k)}^T\mathbf{J}_{(k)} + \mu_{(k)}\mathbf{I_1})^{-1}\mathbf{J}_{(k)}^T\right]\cdot d\mathbf{I}^{(k)} = \left[\mathbf{HES}_{(k)}^{-1}\mathbf{J}_{(k)}^T\right]\cdot d\mathbf{I}^{(k)} \qquad (1)$$

де d**I** – вектор різниць розрахованих та виміряних електродних струмів; $\mathbf{J}_{(k)}$ – матриця Якобі, знайдена за результатами багаторазового розв'язування на *k*-й ітерації прямої задачі як відношення приростів електродних струмів до приростів провідностей апроксимаційних елементів; $\mathbf{HES}=\mathbf{J}^T\mathbf{J}+\mu_{(k)}\mathbf{I_1}$ – гесіан, $\mu(k)$ – параметр регуляризації; $\mathbf{I}_1$ – одинична діагональна матриця.

З погляду простоти і гарантованої стабільності розв'язування прямої задачі ефективною є еквіпотенціальна схема зовнішніх електродів з вимірюванням електродних струмів [2,3]. Типова кількість зовнішніх вимірювальних електродів становить 8-16 і навіть до 32, однак для більшої наочності отримання виразів похибок розглянемо спрощену 4-електродну схему формування електродних струмів (рис.1). У такій схемі всі електроди, крім одного, мають однаковий потенціал, наприклад, нульовий або U_0, а один електрод – навпаки, U_0 чи нульовий.

Для формування електродних струмів при відомому потенціалі електродів застосовують операційні підсилювачі (ОП). Безпосередньо вимірюваними є спади напруги U_N на еталонних резисторах R_N зворотного зв'язку в колі формувачів електродних струмів. Ці напруги безпосередньо подають на вхід вимірювального каналу, що складається з інструментального диференціального підсилювача та АЦП (рис.2).

Завдяки еквіпотенціальності електродів всі струми замикаються на один базовий електрод, а решта міжелектродних струмів теоретично відсутні.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

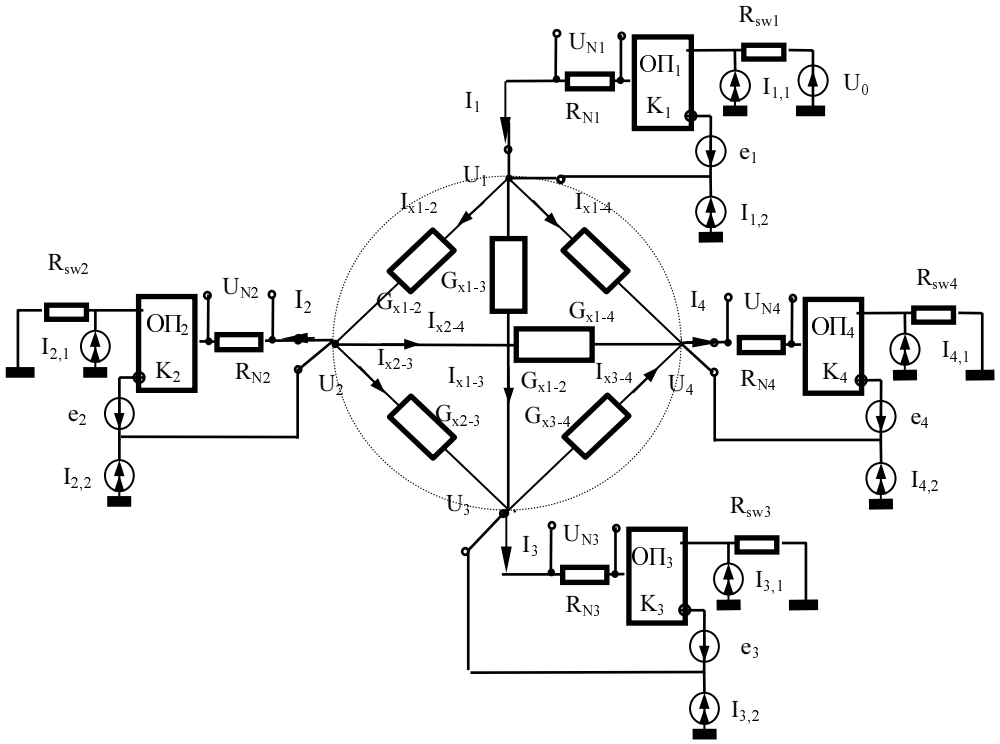

Рис.1.Схема формування електродних струмів.

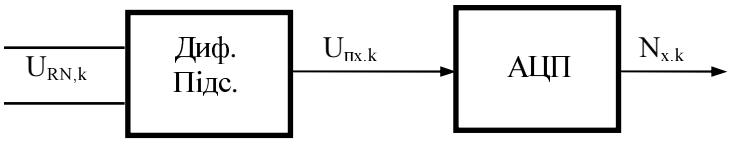

Рис.2. Вимірювальний канал.

Очевидно, що формування та вимірювання електродних потенціалів і струмів супроводжуються систематичними та випадковими похибками і вони спричиняють інструментальну складову похибки відтворення образу електричної провідності. Створення математичної моделі такої похибки та її аналіз є темою цієї статті.

2. Вираз похибки формування та вимірювання електродних струмів. Переважна більшість методик опрацювання результатів сумісних та сукупних вимірювань орієнтована на статистичну незалежність похибок окремих результатів [5-6]. На жаль, в нашому випадку така умова не виконується. Це зумовлено тим, що на формування електродних струмів та результати їх вимірювань впливають в різних комбінаціях одні і ті самі фактори. Зокрема, при n вимірювальних електродах маємо загалом n(n–1)=2M вимірюваних струмів, на які впливають параметри n операційних підсилювачів, ввімкнених в коло формувача одночасно. Тому похибки вимірювань електродних струмів виявляються корельованими.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Для отримання явного виразу похибки в залежності від параметрів схем розглянемо номінальну функцію тракту формування та вимірювання електродних струмів, яка може бути записана у вигляді:

$$N_{xk-m} = K_{\text{АН}} K_{\text{ПН}} I_{xk-m} R_{N\text{Н}}, \qquad (2)$$

де N_{xk-m} – номінальний результат аналого-цифрового перетворення електродного струму I_{xk-m} – струм, що протікає між електродами k і m, $I_{xk-m} = U_{0н} G_{xk-m}$ (G_{xk-m} – еквівалентна міжелектродна провідність); $U_{0н}$ – номінальний потенціал базового електрода; $K_{\text{АН}}$ – номінальний коефіцієнт перетворення АЦП; $K_{Пн}$ – номінальний коефіцієнт диференціального підсилювача; $R_{Nн}$ – номінальний опір еталонного резистора в колі зворотного зв'язку ОП.

Формувач електродних струмів характеризується похибкою струму $\Delta I_{фх}$; еталонна напруга – похибкою $\Delta U_0 = \delta u U_{0н}$, де δu – її відносна похибка; еталонний резистор – похибкою $\Delta R_N = \delta_N R_{Nн}$, де δ_N – його відносна похибка. Підсилювач характеризується похибкою коефіцієнта підсилення $\Delta_{КП} = \delta_П K_{Пн}$ (де $\delta_П$ – його відносна похибка), а також адитивними систематичною $\Delta_{Пс}$ та випадковою $\Delta_{Пв}$ (шумовою) похибками. Аналогічно АЦП характеризується похибкою коефіцієнта перетворення $\Delta_{КА} = \delta_A K_{Ан}$ (де δ_A – його відносна похибка), і адитивними систематичною $\Delta_{Ас}$ та випадковою $\Delta_{Ав}$ похибками. При чому в останню складову включені як шумова похибка, так і похибка квантування і диференційної нелінійності.

За таких умов фактичний результат вимірювання струму

$$N_x = \left\{\left[\left(I_x + \Delta I_{фх}\right) R_{N\text{Н}} (1+\delta_N) + \Delta_{\text{Пс}} + \Delta_{\text{Пв}}\right] K_{\text{ПН}} (1+\delta_A) + \Delta_{Ас} + \Delta_{Ав}\right\} K_{\text{АН}} (1+\delta_A). \qquad (3)$$

Нехтуючи взаємним впливом похибок як величин другого і вищого порядків малості, з (3) та (2) знайдемо вираз похибки вимірювання електродних струмів

$$\Delta N_x = K_{\text{АН}} \left\{\Delta_{Ас} + \Delta_{Ав} + K_{\text{ПН}} \left[\Delta_{\text{Пс}} + \Delta_{\text{Пв}} + R_{N\text{Н}} \left(\Delta I_{фх} + \left(\delta_A + \delta_{\text{П}} + \delta_N + \delta_U\right) I_x\right)\right]\right\}. \qquad (4)$$

Для зручності подальшого аналізу перейдемо до виразу зведеної похибки, використавши як нормувальне значення струму $I_{x,н}$

$$\gamma_x = \frac{\Delta N_x}{N_{x,\text{Н}}} = \gamma_{Ас} + \gamma_{Ав} + \gamma_{\text{Пс}} + \gamma_{\text{Пв}} + \frac{\Delta I_{хф}}{I_{x,н}} + \left(\delta_A + \delta_{\text{П}} + \delta_N + \delta_U\right) \frac{I_x}{I_{x,н}}, \qquad (5)$$

де $\gamma_{Ас} = \frac{\Delta_{Ас}}{U_{\text{Авх,н}}}; \gamma_{Ав} = \frac{\Delta_{Ав}}{U_{\text{Авх,н}}}, \gamma_{\text{Пс}} = \frac{\Delta_{\text{Пс}}}{U_{\text{Пвх,н}}}; \gamma_{Ав} = \frac{\Delta_{\text{Пв}}}{U_{\text{Пвх,н}}}$ – зведені адитивні систематичні та випадкові похибки підсилювача та АЦП; $U_{\text{Авх,н}} = K_{\text{ПН}} R_{N\text{Н}} I_{x,\text{Н}}$, $U_{\text{Пвх,н}} = R_{N\text{Н}} I_{x,\text{Н}}$ - нормувальні значення вхідних напруг АЦП та підсилювача. Тобто вираз похибки вимірювання електродного струму

$$\Delta I_x = \left(\gamma_{Ас} + \gamma_{Ав} + \gamma_{\text{Пс}} + \gamma_{\text{Пв}}\right) I_{x,н} + \Delta I_{фх} + \left(\delta_A + \delta_{\text{П}} + \delta_N + \delta_U\right) I_x \qquad (6)$$

У процесі роботи томографічної системи всі вимірювання одного циклу відбуваються за короткий інтервал часу (частки чи одиниці секунд), тому при кожному окремому вимірюванні адитивні систематичні похибки АЦП та підсилювача, мультиплікативні похибки АЦП та підсилювача, похибки еталонних напруги та резистора залишаються практично без змін. Тобто вони є однаковими для всіх

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

вимірювань, тому похибки формування різних електродних струмів є взаємно залежними. Однак різні фактори похибок при цьому є взаємно незалежними величинами.

Адитивні похибки формувача електродних струмів, диференціального підсилювача та АЦП, що зумовлені швидкозмінними шумовими процесами, а також ефектами квантування в послідовних результатах вимірювання є некорельованими випадковими похибками.

Узагальненою характеристикою похибок відтворення всієї сукупності елементів провідності (вектор Δg) є кореляційна матриця похибок [5,6]. Відповідно до (1) цю матрицю можна знайти так [5-6]:

$$\mathbf{R}_g = M\left[\mathbf{\Delta g}\cdot\mathbf{\Delta g}^T\right] = M\left[\mathbf{HES}^{-1}\mathbf{J}^T\mathbf{\Delta I}_x\cdot\left(\mathbf{HES}^{-1}\mathbf{J}^T\mathbf{\Delta I}_x\right)^T\right], \tag{7а}$$

і в нашому випадку вона набирає вигляду

$$\mathbf{R}_g = \mathbf{HES}^{-1}\cdot\mathbf{J}^T\cdot\begin{Bmatrix} I_{xн}^2\left[\left(\sigma_{\gamma Ac}^2+\sigma_{\gamma\Pi c}^2\right)\cdot\mathbf{E}+\left(\sigma_{\gamma Aв}^2+\sigma_{\gamma\Pi в}^2\right)\cdot\mathbf{I}\right]+\mathbf{R}_{\Delta I_\phi}(p,q)+ \\ +\mathbf{I}_{\mathbf{x}}\left(\sigma_{\delta Aв}^2+\sigma_{\delta\Pi в}^2+\sigma_{\delta R_N}^2+\sigma_{\delta U_0}^2\right)\cdot\mathbf{I}_{\mathbf{x}}^T \end{Bmatrix}\mathbf{J}\cdot\mathbf{HES}^{-1} \tag{7б}$$

де $\mathbf{I}$ – одинична діагональна матриця; $\mathbf{E}$ – квадратна матриця з одиниць, розмірність яких M×M, тобто визначається кількістю незалежних результатів вимірювань струму; $\mathbf{R}_{\Delta I\phi(p,q)}$ – кореляційна матриця похибок формування електродних струмів; p,q – номери електродів.

Як бачимо з (7б), для оцінювання кореляційної матриці похибок відтворювання провідності необхідно розрахувати кореляційну матрицю похибок формування електродних струмів. Проаналізуємо спочатку вплив адитивних факторів операційних підсилювачів. До них віднесемо шумові ЕРС $e_{iш}$ та ЕРС зміщення e_i, шумові $i_{i1ш}$, $i_{i2ш}$ та вхідні струми i_{i1}, i_{i2} ОП.

При даному ракурсі вимірювання для заданого номера електрода з потенціалом U_0 (в нашому випадку – це перший електрод) інформативними є струми решти електродів з нульовим потенціалом, а струм першого електрода є сумою цих струмів. Відповідно до схеми на рис.1 вимірювані електродні струми $I_{2(1)}$, $I_{3(1)}$, $I_{4(1)}$ становлять

$$\begin{aligned} I_{2(1)} &= U_0G_{x(2-1)} + i_{22} + (e_2 - e_2 + i_{11}r_{sw1} - i_{21}r_{sw2})G_{x(2-1)} + \\ &+ (e_3 - e_3 + i_{31}r_{sw3} - i_{21}r_{sw2})G_{x(2-3)} + (e_4 - e_2 + i_{41}r_{sw4} - i_{21}r_{sw2})G_{x(2-4)} \end{aligned}; \tag{8.1}$$

$$\begin{aligned} I_{3(1)} &= U_0G_{x(3-1)} + i_{32} + (e_1 - e_3 + i_{11}r_{sw1} - i_{31}r_{sw3})G_{x(3-1)} + \\ &+ (e_2 - e_3 + i_{21}r_{sw2} - i_{31}r_{sw3})G_{x(3-2)} + (e_4 - e_3 + i_{41}r_{sw4} - i_{31}r_{sw3})G_{x(3-4)} \end{aligned}; \tag{8.2}$$

$$\begin{aligned} I_{4(1)} &= U_0G_{x(1-4)} + i_{42} + (e_1 - e_4 + i_{11}r_{sw1} - i_{41}r_{sw4})G_{x(4-1)} + \\ &+ (e_2 - e_4 + i_{21}r_{sw2} - i_{41}r_{sw4})G_{x(4-2)} + (e_3 - e_4 + i_{31}r_{sw3} - i_{41}r_{sw4})G_{x(4-3)} \end{aligned}. \tag{8.3}$$

У цих виразах враховано рівність взаємних провідностей $G_{x(j-i)}=G_{x(i-j)}$.

У загальному випадку для довільної кількості електродів струм m-го електрода при базовому k-му знайдемо за аналогією з (8)

$$I_{xm(k)} = U_0G_{x(m-k)} + i_{m2} + \sum_{i\neq m}(e_i - e_m + i_{i1}r_{swi} - i_{m1}r_{swm})G_{x(m-i)}\,. \tag{9}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Звідси знайдемо абсолютну похибку *m*-го електродного струму, зумовлену напругами зміщення та вхідними струмами операційних підсилювачів.

$$\Delta I_{xm(k)}(e,i) = i_{m2} + \sum_{i\neq m}(e_i - e_m + i_{i1}r_{swi} - i_{m1}r_{swm})G_{x(m-i)}\,. \qquad (10)$$

З (10) бачимо, що завдяки адитивному впливу вхідних струмів та напруги зміщення ОП ця складова похибки не залежить від номера k базового електрода.

Для визначення впливу обмеження зверху значень коефіцієнтів підсилення ОП знехтуємо впливом їх напруг зміщення та вхідних струмів. У такому разі для першого вузла потенціал U_1 зв'язаний з вихідною напругою $U_{вих1}$ ОП$_1$ та його вхідною напругою U_0 залежністю: $U_1 = U_0 - \dfrac{U_{вих1}}{K_1} = U_{вих1} - R_{N1}\sum_{i=1}^{n} I_{x(1-i)}$, звідси для *k*-го вузла $U_{вихk} = \dfrac{U_0 + R_{N1}\sum\limits_{i\neq k}^{n} I_{x(k-i)}}{1+1/K_k} = \dfrac{1+R_{N1}\sum\limits_{i\neq k}^{n} G_{x(k-i)}}{1+1/K_k}U_0$ і потенціал цього вузла $U_k = U_0 - \dfrac{U_{вихk}}{K_k} = U_0 - \dfrac{U_0 + R_{Nk}\sum\limits_{i\neq k}^{n} I_{xk-i}}{K_k+1}$. Потенціал *m*-го вузла можна отримати аналогічно, якщо замість U_0 поставити нульовий потенціал. Вимірюваний струм між *k*-м та *m*-м електродами пропорційний до різниці потенціалів між цими електродами

$$I_{m(k)}(K_\Pi) = (U_k - U_m)G_{x(k-m)} = \left[1 - \frac{1+R_{Nk}\sum\limits_{i\neq k}^{n} G_{x(k-i)}}{K_k+1} + \frac{R_{Nm}\sum\limits_{i\neq m}^{n} G_{x(m-i)}}{K_m+1}\right] I_{x(k-m)}$$

і з нього отримаємо вираз похибки, що зумовлена обмеженням коефіцієнтів підсилення

$$\Delta I_{m(k)}(K_\Pi) = I_{m(k)}(K_\Pi) - I_{x(k-m)} = -\left[\frac{1}{K_k+1}\left(1+R_N G_{вk}\right) - \frac{1}{K_m+1}R_N G_{xk-m}\right] I_{x(k-m)}, \qquad (11)$$

де позначено $G_{вk} = \sum\limits_{i\neq k}^{n} G_{xk-i}$ - власну провідність *k*-го вузла, яка є сумою всієї решти *n-1* міжелектродних провідностей до даного вузла.

Як і слід було очікувати, ця складова похибки формування *m*-го електродного струму завдяки мультиплікативності впливу коефіцієнтів підсилення ОП залежить від номера базового електрода (*k*).

Вираз результуючої похибки схеми формування електродних струмів знайдемо як суму (10) та (11)

$$\Delta I_{xф} = \Delta I_{m(k)}(e,i) + \Delta I_{m(k)}(K_\Pi) =$$

$$= i_{m2} + \sum_{i\neq m}^{n}(e_i + i_{i1}r_{swi} - e_m - i_{m1}r_{swm})G_{xm-i} - \left[\frac{1}{K_k+1}\left(1+R_N G_{вk}\right) - \frac{1}{K_m+1}R_N G_{xk-m}\right] I_{x(k-m)}\,. \qquad (12)$$

3. Числові характеристики похибки формування струмів. Приймаємо, що різні фактори похибок є взаємно незалежними випадковим величинами, що характеризуються

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

математичними сподіваннями $m_{e_j} = m_e$, $m_{i1_j} = m_{i2_j} = m_i$ і $m_{(1/K_j)} = m_{(1/K_\Pi)}$ дисперсіями систематичних $D_{e_j} = \sigma_e^2$; $D_{i1_j} = D_{i2_j} = \sigma_i^2$, $D_{(1/K_j)} = \sigma_{\Delta_K}^2 \big/ (K_\Pi + 1)^4$ та шумових $D_{e_{шj}} = \sigma_{e_ш}^2$, $D_{i1_{шj}} = D_{i2_{шj}} = \sigma_{i_ш}^2$ складових, а також нульовими взаємними кореляційними моментами $M\lfloor e_i e_j \rfloor = 0$; $M\lfloor i_{1(2)i} i_{1(2)j} \rfloor = 0$; $M\lfloor (1/K_{\Pi i})(1/K_{\Pi j}) \rfloor = 0$ (i≠j). У процесі налагодження формувача електродних струмів його систематичні похибки усувають і залишаються, головним чином, температурні нестабільності параметрів ОП та суто випадкові шумові напруги та струми ОП. В кожного індивідуального екземпляра ОП кількісні характеристики параметрів різні, однак, враховуючи однотипність ОП, що характеризуються граничними значеннями $(\partial e/\partial\Theta)_{гр}$ напруги зміщення, $(\partial i/\partial\Theta)_{гр}$ вхідних струмів та $\Delta K_{\Delta гр}$ коефіцієнтів підсилення, можемо оцінити їх дисперсії. Для систематичних факторів: $\sigma_e^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{\partial e}{\partial\Theta}\right)_{гр}^2 (\Delta\Theta)^2$; $\sigma_i^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{\partial i}{\partial\Theta}\right)_{гр}^2 (\Delta\Theta)^2$; $\sigma_{(1/K)}^2 = \frac{1}{3}\frac{\Delta_{Kгр}^2}{(K_\Pi + 1)^4}$, а для випадкових шумових факторів: $D_{e_ш} = N_e \Delta f_e$; $D_{i_ш} = N_i \Delta f_e$, де N_e, N_i – спектральні густини шумових напруги та струму; Δf_e – ефективна ширина смуги пропускання ОП, що визначається його амплітудно-частотною характеристикою з урахуванням зворотних зв'язків.

Відповідно до (12) математичне сподівання похибки m-го електродного струму при *k*-му базовому електроді

$$m_{\Delta I_{m(k)}} = -m_{(1/K)}\left(1 + R_N\left(G_{bk} - G_{xk-m}\right)\right) I_{x(k-m)}, \tag{13}$$

і коваріаційна матриця похибок формування *m*-го і *p*-го електродних струмів при *k*-му базовому електроді

$$R_{\Delta I_{(k)}}(m,p) = \sigma_i^2 + \delta_{m-p}\sigma_{iш}^2 + \left(\sigma_e^2 + \delta_{m-p}\sigma_{eш}^2 + (\sigma_i^2 + \delta_{m-p}\sigma_{iш}^2) r_{sw}^2\right) G_{m,p}^2 + \sigma_{\Delta K}^2 \frac{(1 + R_N G_{вк})^2}{(K_\Pi + 1)^2} I_{x(k-m)} I_{x(k-p)}, \tag{14}$$

де $G_{m,p}^2 = G_m^T G_p - \bar{\delta}_{m-p} G_{m-p}\left(G_{вт} + G_{вр}\right) + \delta_{m-p} G_{вт} G_{вр}$; $G_{вт} = \sum_{i \neq m}^{n} G_{x(m-i)}$,

$G_{вр} = \sum_{i \neq p}^{n} G_{x(p-i)}$ – власні провідності вузлів m і p; $\delta(\varsigma) = \begin{cases} 1, & \varsigma = 0; \\ 0, & \varsigma \neq 0. \end{cases}$ – символ (функція) Кронекера; $\bar{\delta}_{m-p}$ – інверсна функція Кронекера.

Підставляючи отримані значення у (7), одержимо:

$$\mathbf{R}_g = \mathbf{HES}^{-1}\mathbf{J}^T \left\{ \begin{array}{l} I_{xн}^2 \left[\left(\sigma_{\gamma Aв}^2 + \sigma_{\gamma \Pi в}^2 + \sigma_{\gamma фв}^2\right)\mathbf{I} + \left(\sigma_{\gamma Ac}^2 + \sigma_{\gamma \Pi c}^2 + \sigma_{\gamma фc}^2\right)\mathbf{E} \right] + \\ + \mathbf{I}_\mathbf{x}\left(\sigma_{\delta Aв}^2 + \sigma_{\delta \Pi в}^2 + \sigma_{\delta R_N}^2 + \sigma_{\delta U_0}^2\right)\mathbf{I}_\mathbf{x}^T + \sigma_{\delta K}^2 \mathbf{R}_{I(p,m)} \end{array} \right\} \mathbf{J} \cdot \mathbf{HES}^{-1} \tag{15}$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

де $\sigma^2_{\gamma фс} = \dfrac{\sigma_i^2 + \left(\sigma_e^2 + \sigma_i^2 r_{sw}^2\right) G^2_{\max}}{I^2_{хн}}$, $\sigma^2_{\gamma фв} = \dfrac{\sigma^2_{iш} + \left(\sigma^2_{eш} + \sigma^2_{iш} r_{sw}^2\right) G^2_{\max}}{I^2_{хн}}$,

$\sigma^2_{\delta k} = \dfrac{\sigma^2_{\Delta K}\left(1 + R_N G_{вk}\right)^2}{\left(K_П + 1\right)^4}$ – дисперсії зведених адитивних (систематичних і випадкових) та мультипликативної похибок формувача електродних струмів, причому у (15) прийнято $G^2_{\max} = MAX\left(G^2_{m,p}\right)$ – сталим найбільшим значенням міжелектродної провідності; $\mathbf{R}_{I(p,m)} = \begin{cases} \sum\limits_{i=0}^{n-1} I_{x(i-p)} I_{x(i-m)} - 2I_{x(p-m)}\left(I_{xp} + I_{xm}\right), & m \neq p, \\ \sum\limits_{i=0}^{n-1}\left(I_{x(i-p)}\right)^2, & p = m. \end{cases}$

Як випливає з (15), кореляційна матриця є сумою чотирьох різних складових:

- складова, зумовлена адитивними випадковими похибками, що відображає некорельовані шумові похибки (у (15) це діагональні складові матриці, незалежні від номера базового електрода);

- складова, зумовлена адитивними систематичними похибками (у (15) це сталі складові матриці , які не залежать від номера базового електрода);

- складова, що зумовлена мультиплікативними систематичними похибками (у (15) вони не залежать від номера базового електрода, але пропорційні до квадрата вимірюваних струмів);

- складова, що зумовлена мультиплікативними систематичними похибками (у (15) вони залежать від номера базового електрода, а також від струмів різних електродів);

Проведений нами аналіз показав, що при коефіцієнтах підсилення ОП понад $(0.5\ldots1)10^6$ і при невеликих просторових відхиленнях міжелектродних провідностей від їх середнього значення ця складова слабо залежить від коефіцієнтів підсилення і тому її можна віднести до суто мультиплікативної складової похибки, прийнявши її найбільше значення.

4. Вирази кореляційних матриць похибок відтворення провідності елементів. Враховуючи, що на останніх ітераціях параметр регуляризації прямує до нуля ($\mu(k)=0$, тобто гесіан у (1) $\mathbf{HES}=\mathbf{J}^\mathbf{T}\mathbf{J}$, то з (15) кореляційна матриця випадкових адитивних похибок

$$R_{g-a,r} = I^2_{хн}\left(\sigma^2_{\gamma Aв} + \sigma^2_{\gamma Пв} + \sigma^2_{\gamma фв}\right)\mathbf{HES}^1. \qquad (16)$$

Кореляційна матриця складової похибки відтворення провідності внаслідок систематичних адитивних похибок

$$R_{g-a,s} = I^2_{хн}\left(\sigma^2_{\gamma Aс} + \sigma^2_{\gamma Пс} + \sigma^2_{\gamma фс}\right)\mathbf{HES}^{-1}\mathbf{J}^T\mathbf{E}\cdot\mathbf{J}\cdot\mathbf{HES}^{-1}. \qquad (17)$$

Нарешті, кореляційна матриця складової похибки, зумовленої систематичними мультиплікативними похибками (з урахуванням складової від обмеження коефіцієнтів підсилення ОП)

$$R_{g-m,s} = \left(\sigma^2_{\delta Aв} + \sigma^2_{\delta Пв} + \sigma^2_{\delta R_N} + \sigma^2_{\delta U_0} + \sigma^2_{\delta K}\right)\left(\mathbf{g}_x\mathbf{g}_x^T\right). \qquad (18)$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Діагональні елементи кореляційних матриць (16)-(18) є дисперсіями відповідних складових похибки, а їх сума дорівнює дисперсії похибок відтворення окремих елементів провідності.

5. Висновки. За відомих якобіанів реконструкційних матриць, а також характеристик похибок формувачів та пристроїв вимірювань електродних струмів отримані вирази дають можливість апріорно оцінити очікувану інструментальну похибку відтворення провідності, або, навпаки, встановити вимоги щодо точності відповідних схемотехнічних пристроїв.

З отриманих виразів виходить, що на похибку відтворення найменшою мірою впливають мультиплікативні інструментальні похибки, оскільки у (18) не входить обернений гесіан. Що ж стосується адитивних похибок, то вплив шумових складових є значно більшим, ніж систематичних (обернений гесіан в (16) набуває значно більших значень, ніж добуток у (17). Тому, будуючи вимірювальну схему, насамперед необхідно зменшити вплив випадкових шумів та завад, а також забезпечити малу похибку квантування АЦП, яка в сукупності результатів вимірювань виступає як випадкова.

1. Дорожовець М.М, Федорчук А.А., Петровська І.Р. Математичні засади прямої задачі томографії провідності // Вісник ДУ "Львівська політехніка". № 324. С.43-51. 2. Дорожовець М.М.Томографія електричної провідності з еквіпотенціальною схемою вимірювальних електродів // Вимірювальна техніка та метрологія. 1998. Вип.53. С.46-54. 3. Dorozhovets M., Stadnyk B, Zavgorodny V., Kowalczyk A Electrical Impedance Tomography System Based on Equipotential Electrodes // Proceedings of the XV Symposium Electromagnetic Phenomena in Nonlinear Circuits. Liege, Belgium, 1998. Pp.269-271. 4. Дорожовець М.М. Математичні проблеми реконструкції образів в технічній томографії / Вимірювальна техніка та метрологія. 1998. Вип.53. С.113-121. 5. Статистична обробка, результатов экспериментов на микро-ЭВМ и программируемых калькульторах / А.А.Костылев, П.В.Минаев, Ю.Д.Дорских, и др. Л., 1991. 6. Грановский В.А., Сирая Т.Н. Методы обработки экспериментальных данных при измерениях. Л. 1990.

УДК 001.4:389.1

АКРЕДИТАЦІЯ ЛАБОРАТОРІЙ: СУЧАСНА КОНЦЕПЦІЯ ТА ПЕРСПЕКТИВИ

© Друзюк В.М., 2000
Львівський державний центр стандартизації, метрології та сертифікації Держстандарту України

Розглянуто основні положення чинного порядку акредитації вимірювальних лабораторій, питання взаємного визнання та міжнародної співпраці в цій сфері.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua