

УДК 534.29:66.084

І. А. Вікович, Л. І. Шевчук, О. І. Строган  
Національний університет “Львівська політехніка”

## КОЛИВАННЯ КІЛЬЦЕВОГО ЕЛЕКТРОМАГНІТНОГО ВІБРОКАВІТАТОРА РЕЗОНАНСНОЇ ДІЇ

© Вікович І. А., Шевчук Л. І., Строган О. І., 2016

*Розроблено розрахункову схему на основі рівнянь Лагранжа другого роду, одержано систему лінійних диференціальних рівнянь у матричній формі, які описують коливальний процес у кільцевому електромагнітному кавітаторі резонансної дії та отримано розв'язок матричного рівняння у комплексній формі.*

*Ключові слова: кавітатор, електромагніт, резонанс, коливання.*

*Worked out calculation chart on the basis of equalizations of Lagrange the second family the system of linear differentiale equalizations in a matrix form, that describe a shake process in circular electromagnetic cavitator of resonant action, is got, and it is got solution of matrix equalization in a complex form.*

*Key words: cavitator, electromagnet, resonance, oscillation.*

**Вступ.** Для покращання властивостей побутової та питної води, аерації води відритих водойм, інактивації їхніх біологічних забруднень, очищення промислових стоків тощо застосовують ультразвукові, електромагнітні й гідродинамічні методи збурення кавітації та застосовують різні типи віброкавітаторів.

Найдосконалішими, стосовно величини питомої енергії, витраченої на оброблення одиниці об'єму оброблюваної рідини, є кільцеві електромагнітні вібраційні кавітатори резонансної дії, які завдяки регулюванню частоти коливань збурювачів кавітації уможливають кавітаційне оброблення рідин у резонансному режимі, коли частоти коливань наявних в оброблюваній рідині зародків кавітації та зовнішніх енергетичних впливів збігаються чи максимально наближені. Тут витрати енергії зведено до мінімуму, відповідно коефіцієнт корисної дії найвищий.

**Аналіз відомих досліджень і публікацій.** Широкого застосування набули методи кавітаційної обробки води, зокрема, ультразвукове [1, 2], електромагнітне [1, 5], хімічне [2] та гідродинамічне [3, 4] збурення кавітації в рідинах. Але ці методи мають і певні недоліки, зокрема дискретність оброблення, незначна продуктивність і висока енергоємність. Так, для ультразвукового методу це недостатній ступінь очищення, недостатня рівномірність оброблення – для гідродинамічного методу [4, 5, 8].

Найзручнішим і простим у реалізації щодо активації води є вплив на воду магнітного поля [1, 9]. Суть цього методу полягає в тому, що під час руху води у зоні великих градієнтів напруженості магнітного поля відбувається руйнування міжмолекулярних зв'язків у кластерних структурах, а відтак утворюються вільні молекули води.

Загалом пошуки новітніх технологій водопідготовки спрямовані на створення нових досконаліших методів для забезпечення високої якості технологій водоочищення та за умов їх придатності для промислового застосування. Це залишається вагомим технічним завданням і важливою суспільною проблемою. Оптимальним є намагання поєднати переваги окремих відомих методів із запропонованим нами досконалішим методом віброелектромагнітної кавітаційної обробки рідинних субстанцій за допомогою експериментальних вібраційних електромагнітних кавітаторів резонансної дії, які ми розробили та сконструювали.

**Постановка завдання дослідження.** Принципову розрахункову схему кільцевого електромагнітного вібраційного кавітатора (КЕМВК) резонансної дії показано на рис. 1.

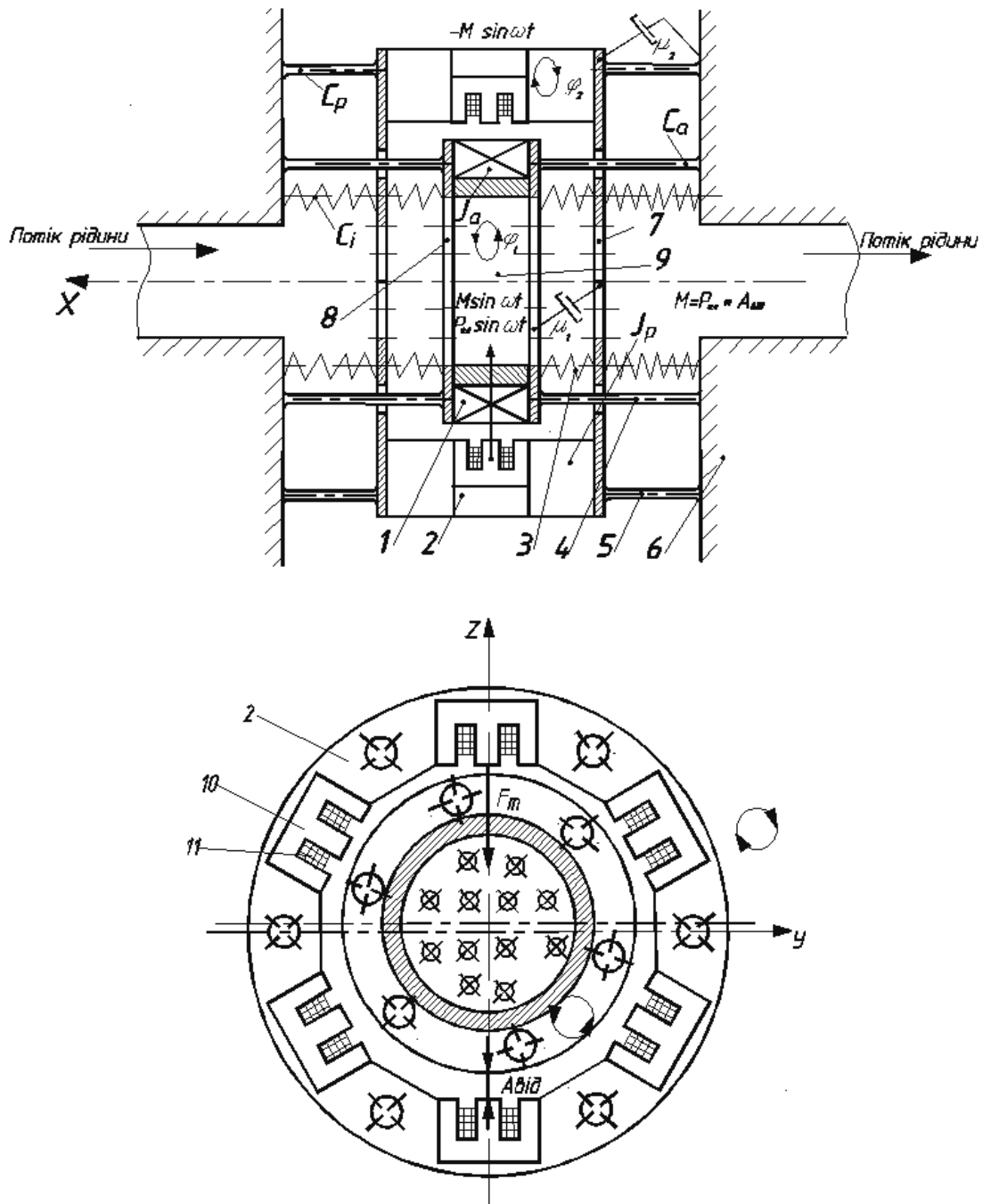


Рис. 1. Розрахункова схема двомасової механічної коливної системи віброрезонансного кільцевого кавітатора із електромагнітним приводом

На рис. 1 відображена схема пружно підвішених активної та реактивної мас у двомасовому кільцевому електромагнітному віброкавітаторі резонансної дії, сил та просторових переміщень, приєднаних до цих мас стрижнів, які діють, на циліндричні стрижні. За цією схемою ми вперше виготовили дослідні зразки вібраційних машин резонансної дії із електромагнітним приводом, спроможні забезпечувати значні (до 3,0÷3,5 мм) амплітуди коливань коливних дек – збурювачів кавітації з частотами коливань, наближеними до 50 Гц.

Специфікою схеми силового навантаження та просторових кругових переміщень пружних циліндричних стрижнів є те, що один їх кінець жорстко закріплений до нерухої маси (фла-

нець 6, рис. 1), а другий – до коливальної маси (активної 1 чи реактивної 2), яка здійснює коливальні рухи по колу чи еліпсу довкола власної геометричної осі  $x$ .

Ми розробили методику проектування та розрахунку такого типу віброкавітаторів. Віброкавітатори цього типу належать до двомасових резонансних технологічних вібраційних машин резонансної дії. Коливальними елементами у кільцевому електромагнітному кавітаторі резонансної дії є дві маси. Перша це сумарна маса  $m_k$  робочої камери 9 із жорстко приєднаними до неї деками – збурювачами кавітації 8 та кільцевим якорем 1 (рис. 1). Це активна коливальна маса  $M_a$ , до якої у коливальному процесі додається маса розміщеної у робочій камері 9 оброблюваної рідини  $m_p$ . Тому для наближених інженерних розрахунків можна вважати, що маса оброблюваної рідини у робочій камері в коливальному процесі “додається” до активної коливної маси  $M_a$ . Отже,

$$M_a = m_k + m_p,$$

де  $m_k$  – сумарна маса робочої камери,  $m_p$  – маса розміщеної в робочій камері рідини.

Інша коливальна маса – реактивна маса  $M_p$ , – це корпус статора 2 із рівномірно розташованими по колу електромагнітами 10 з обмотками 11, до якого приєднані деки-збурювачі кавітації 7.

Кожна із коливальних мас з'єднана із підвідними та відвідними трубами подання та відведення оброблюваної рідини через встановлені на них масивні фланці 6 за допомогою пружних стрижнів – торсіонів 4 та 5, виготовлених з пружної сталі, рівномірно розташованих по колу у вигляді “білячого колеса”. Циліндричні стрижні 4 формують торсіон активної коливальної маси із робочою камерою 9, а стрижні 5 – торсіон реактивної маси із електромагнітами 10. Циліндричні пружні стрижні 4 і 5 одним зі своїх кінців жорстко прикріплені до відповідних коливальних мас, а другим – до масивних фланців 6, що з'єднані із трубами подавання та відведення оброблюваної рідини і вважаються умовно нерухомими. Щоб запобігти витіканню оброблюваної рідини із робочої камери в проміжок між електромагнітами та якорем, робочу камеру герметизовано гумовими сальфонами 3, прикріпленими до дек-збурювачів кавітації 7 та 8 і фланців 6.

Для електромагнітного приводу кільцевих віброкавітаторів використовують шість рівномірно розташованих по колу в корпусі статора 2 електромагнітів із осердям 10 та котушками 11. Спільний для них набраний із листової електротехнічної сталі кільцевий якір 1 розміщено на робочій камері 9. Діаметрально протилежні електромагніти формують три двотактні електромагнітні вібратори. Їх під'єднання до трифазної мережі живлення забезпечує почергове за або проти годинникової стрілки подавання напруги на котушки електромагнітів, притягуючи до заживленого на цей момент електромагніта робочу камеру 9 із оброблюваною рідиною.

Отже, активна та реактивні маси віброкавітатора здійснюють протифазні кругові переміщення одна назустріч одній і одночасно коливаються внаслідок дії на них електромагнітів, у результаті яких прикріплені до коливних мас деки 7 та 8 із високими швидкостями переміщуються відносно потоку оброблюваної рідини, формуючи в ній кавітаційне поле.

Швидкість, з якою деки 7 та 8 переміщуються (коливаються) у рідинному потоці:

$$V_d = 2\pi A_k \cdot f,$$

де  $A_k$  – амплітуда кругових коливань коливної маси,  $f$  – частота коливань.

Збурювальний момент електромагнітів приводу, що діє у вертикальній площині  $z$ -у, можна визначити за формулою:

$$M(t) = P_{el} \cdot A_{eid} \cdot \sin \omega t = M \cdot \sin \omega t,$$

де  $P_{el}$  – амплітудне значення тягового зусилля електромагнітів;  $A_{eid}$  – відносна амплітуда просторових переміщень коливних мас;  $\omega = 2\pi f$  – колова частота вимушених коливань;  $t$  – час.

Для дослідження коливальних процесів у кільцевому електромагнітному вібраційному кавітаторі резонансної дії використаємо систему диференціальних рівнянь Лагранжа II роду у вигляді [6]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_a} \right) - \frac{\partial T}{\partial y_a} + \frac{\partial \Pi}{\partial y_a} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_a} = Q_a; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_a} \right) - \frac{\partial T}{\partial z_a} + \frac{\partial \Pi}{\partial z_a} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}_a} = Q_a; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_p} \right) - \frac{\partial T}{\partial y_p} + \frac{\partial \Pi}{\partial y_p} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}_p} = Q_p; \\ \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{z}_p} \right) - \frac{\partial T}{\partial z_p} + \frac{\partial \Pi}{\partial z_p} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{z}_p} = Q_p; \end{array} \right. \quad (1)$$

де відповідно кінетична і потенціальна енергії двомасової коливальної системи та функція розсіяння Релея мають такий вигляд:

$$T = \frac{1}{2} \left[ m_a (\dot{x}_a^2 + \dot{z}_a^2) + m_p (\dot{x}_p^2 + \dot{z}_p^2) \right]; \quad (2)$$

$$\Pi = \frac{1}{2} c f_{\text{заз}} (y_a^2 + z_a^2 + y_p^2 + z_p^2); \quad (3)$$

$$\Phi = \frac{1}{2} \left[ \mu_a (\dot{x}_a^2 + \dot{z}_a^2) + \mu_p (\dot{x}_p^2 + \dot{z}_p^2) \right]; \quad (4)$$

де  $Q_a$  та  $Q_p$  – збурювальні зусилля електромагнітів приводу, що розподіляються відповідно між активною та реактивною коливальними масами. Їх визначають за виразами:

$$Q_{x_a} = \frac{\delta A p_{xa}}{\delta x_a} \quad \text{та} \quad Q_{x_p} = \frac{\delta A p_{xp}}{\delta x_p},$$

де  $\delta A p_{xa}$ ,  $\delta A p_{xp}$  – елементарні роботи збурювального зусилля  $P$  електроприводу на елементарних переміщеннях коливних мас, спричинені приростом узагальнених координатах  $x_a$  та  $x_p$ . Отже

$$\delta A p_{xa} = -P \delta x_a \sin(\omega t + \varepsilon);$$

$$\delta A p_{xp} = P \delta x_p \sin(\omega t + \varepsilon).$$

Звідки

$$Q_{x_a} = -P \sin(\omega t + \varepsilon);$$

$$Q_{x_p} = P \sin(\omega t + \varepsilon).$$

Дисипативну функцію розсіяння Релея можна визначити так:

$$\Phi_a = P e a = \frac{m_{\text{зв}} A_a \omega_a^2 \cdot \omega^2}{\mu^* z^2}; \quad \Phi_p = \frac{m_{\text{зв}} A_p \omega_p^2 \cdot \omega^2}{\mu^* z^2}. \quad (5)$$

де  $m_a$  і  $m_p$  – активна і реактивна маси;  $y_a$ ,  $z_a$ ,  $y_p$ ,  $z_p$  – координати активної та реактивної мас;

$m_{\text{зв}} = m_a + m_{np} + m_{pid}$ ,  $m_a$  – маса якоря електромагніта віброприводу;  $m_{np} = \frac{m_a + m_p}{m_a + m_p}$  – приведена

маса активної та реактивної мас;  $A_a = \sqrt{y_a^2 + z_a^2}$ ;  $A_p = \sqrt{y_p^2 + z_p^2}$  – амплітуди коливань відповідно

активної та реактивної мас;  $\omega_a^2 = \frac{\dot{x}_a^2 + \dot{z}_a^2}{y_a^2 + z_a^2}$ ;  $\omega_p^2 = \frac{\dot{x}_p^2 + \dot{z}_p^2}{y_p^2 + z_p^2}$  – кутові швидкості руху відповідно

активної та реактивної мас;  $\omega = 2\pi f$  – кругова частота коливань збурювачів кавітації;  $f$  – частота

коливань якоря електромагнітного приводу;  $\mu^* = \frac{1}{\sqrt{(1-z^2)^2 + 4\gamma^2 z^2}}$  – динамічний коефіцієнт, у

якому величина опору  $\gamma = 0,004 \dots 0,006$  без конструкційного гістеризису;  $z = 0,94 - 0,98$  – коефіцієнт резонансного налагодження;  $\mu_a$  і  $\mu_p = \mu$  – деякий узагальнений коефіцієнт; узагальнена жорсткість пружних елементів (стрижнів-торсіонів, одні кінці яких жорстко защемлені до відповідних коливальних мас, а інші, умовно вільні, їхні кінці здійснюють просторові коливальні рухи і переміщуються по колах із відповідними конструктивно заданими радіусами)  $cf_{zaz} = n \frac{3EI_x}{l^3}$ .

Підставляючи частинні похідні від рівнянь кінетичної (2) і потенціальної (3) функції розсіювання (4) та узагальнених сил  $Q$  (5) у рівняння Лагранжа другого роду (1), отримуємо систему звичайних диференціальних рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} m_a \ddot{y}_a + \mu \dot{y}_a + cf_{zaz} y_a = P_{ea} \sin \omega t; \\ m_a \ddot{z}_a + \mu \dot{z}_a + cf_{zaz} z_a = P_{ea} \sin \omega t; \\ m_p \ddot{y}_p + \mu \dot{y}_p + cf_{zaz} y_p = P_{ea} \sin \omega t; \\ m_p \ddot{z}_p + \mu \dot{z}_p + cf_{zaz} z_p = P_{ea} \sin \omega t. \end{cases} \quad (6)$$

Систему звичайних диференціальних рівнянь (6) доцільно подати у матричній формі, щоб полегшити знаходження її розв'язків. Зокрема, записуючи рівняння кінетичної  $T$ , потенціальної  $\Pi$  енергій і функції розсіювання  $\Phi$  у квадратичних формах і підставляючи їх у рівняння Лагранжа другого роду в матричній формі [6]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}} \right) - \frac{\partial T}{\partial q} + \frac{\partial \Pi}{\partial q} + \frac{\partial \Phi}{\partial q} = \{P\} \sin \omega t, \quad (7)$$

отримаємо замість системи диференціальних рівнянь (7) диференціальне рівняння коливальних віброкавітатора у матричній формі у вигляді:

$$[a]\ddot{q} + [b]\dot{q} + [c]q = \{P\} \sin \omega t, \quad (8)$$

де  $a$ ,  $c$  і  $b$  – відповідно матриці коефіцієнтів інерції, жорсткості й в'язкого тертя.

Розв'язок диференціального матричного рівняння (8) шукаємо за методом комплексних амплітуд

$$\{q\} = \{A^*\} e^{i\omega t}, \quad (9)$$

причому комплексної форми надаємо і змушувальним силам

$$\{P\} \sin \omega t \rightarrow \{P\} e^{i\omega t}. \quad (10)$$

Підставляючи (9) у (8), прийдемо до матричного алгебраїчного рівняння відносно комплексних амплітуд:

$$([c] - \omega^2 [a] + i\omega [b]) \{A^*\} = \{P\}. \quad (11)$$

Зліва вираз у круглих дужках – це динамічна матриця жорсткості  $[c^*]$ .

Помноживши (11) зліва на  $[c^*]^{-1}$ , знайдемо вектор комплексних амплітуд

$$\{A^*\} = [D^*] \{P\}, \quad (12)$$

де вираз  $[D^*] = ([c] - \omega^2 [a] + i\omega [b])^{-1}$  – це та сама динамічна матриця жорсткості з урахуванням в'язкого тертя.

Підставляючи (12) у (8), одержимо безпосередньо розв'язок цього диференціального матричного рівняння у комплексній формі у вигляді:

$$\{q\} = [D^*] \{P\} e^{i\omega t}, \quad (13)$$

$$\text{або} \quad \{q\} = [De^{i\Theta}] \{P\} e^{i\omega t}, \quad (14)$$

де  $D = |D^*|$ ;  $\Theta = \arg tg D^*$ .

Знайдені безпосередні розв'язки (13) чи (14) диференціального матричного рівняння (8) дають можливість, за заданих конкретних параметрів, будувати графічні залежності для амплітудно-частотних характеристик віброелектромагнітного кавітатора резонансної дії, що дадуть змогу підбирати раціональні параметри для забезпечення резонансних режимів роботи. Це підвищує продуктивність роботи машини.

Недостатньо точно визначений параметр жорсткості  $c_{zag}$  призводить до віддалення від резонансних режимів роботи, що підвищує енергозатрати на експлуатацію обладнання.

Якість оброблених у вібраційному електромагнітному кавітаторі резонансної дії рідин забезпечують регулюванням інтенсивності формованого ним у рідинах кавітаційного поля, яка залежна від амплітуди  $A$  коливань дек-збудувачів кавітації, частоти цих коливань та діаметра отворів  $D_0$  для перетікання рідини. Амплітуду коливань дек регулюють зміною величини струму живлення котушок електромагнітів, унаслідок якої змінюється сила притягання якора до електромагнітів статора та зумовлена цим величина просторових переміщень, тобто розмах та амплітуда коливальних рухів, дек-збудувачів кавітації. Оптимальні значення амплітуди та частоти коливань підбирають дослідно залежно від геометричних розмірів стрижнів – торсіонів, способів їх кріплення та фізичних параметрів оброблюваних рідин – їх густини, в'язкості, сил поверхневого натягу тощо. Особливу увагу, підбираючи технологічні параметри вібраційної кавітаційної обробки, звертають на вибір частот коливань дек, намагаючись підібрати їх максимально близькими щодо кратності до власних частот коливань наявних у конкретній оброблюваній рідині мікробулбашок розчинених газів та повітря, що відіграють роль зародків кавітації. Цим забезпечують кавітаційне оброблення у резонансному режимі коливань за мінімальних енергетичних витрат.

Під час розрахунку конструктивних параметрів віброкавітаторів резонансної дії поряд із потребою урахування параметрів дисипації енергії в елементах конструкції віброкавітаторів і в'язкого тертя оброблюваної рідини, необхідно враховувати і специфіку просторових кругових переміщень дек-збудувачів кавітації та динамічних навантажень на пружні елементи віброкавітаторів [7].

**Висновок.** Через почерговість вмикання електромагнітів і зумовлену цим зміну вектора їх тягового зусилля  $\bar{F}_m$ , через доволі габаритні коливальні маси та відчутні динамічні навантаження активна та реактивна коливальні маси можуть здійснювати коливальні рухи одна відносно іншої на величину їхньої відносної амплітуди коливань  $A_{від}$ . Особливо це відчутно на етапах запуску та зупинки цього устаткування. Напруження у матеріалах стрижнів пружної підвіски від прокручування коливних мас стосовно нерухомих фланців б можуть сягати певних величин, призводити до руйнування пружної підвіски активних і реактивних мас, зменшення термінів їх експлуатації тощо, тому їх неодмінно треба враховувати на етапах проектування та розрахунків пружних підвісок коливальних мас віброкавітаторів.

1. Шевчук Л. І. Низькочастотні вібраційні кавітатори: монографія / Л. І. Шевчук, І. С. Афтаназів, О. І. Стрган, В. Л. Старчевський. – Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2013. – 176 с. 2. Маргулис М. А. Основы звукохимии (химические реакции в акустических полях). – М.: Высш. шк., 1984. – 272 с. 3. Вітенько Т. М. Гідродинамічна кавітація у масообмінних, хімічних і біологічних процесах: монографія / Т. М. Вітенько. – Тернопіль: Вид-во ТДТУ ім. І. Пулюя, 2009. – 224 с. 4. Вітенько Т. М. Механізм та кінетичні закономірності інтенсифікуючої дії гідродинамічної кавітації у хіміко-технологічних процесах: дис. ...д-ра техн. наук. / Т. М. Вітенько. – Львів, 2010. 5. Сілін Р. І., Баран Б. А., Гордєєв А. І. Властивості води та сучасні способи її очищення: монографія. – Хмельницький: ХНУ, 2009. – 254 с. 6. Василенко М. В., Алексейчук О. М. Теорія коливань і стійкості руху. – К.: Наукова думка, 1993. – 513 с. 7. Ланець О. С. Високоєфективні міжрезонансні вібраційні машини з електромагнітним приводом (Теоретичні

основи та практика створення): монографія. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2008. – 324 с. 8. Повідайло В. О. Вібраційні процеси та обладнання: навч. посіб. / В. О. Повідайло. – Львів: Вид-во Нац. ун-ту “Львівська політехніка”, 2004. – 248 с. 9. Промислова власність. Офіційний бюлетень 2001 р. № 4. Патент UA№37414 А Пристрій для оброблення водних розчинів магнітним полем / Баран Б. А., Дроздовський В. Б. – Опубл. 15.05.2001. 6С02F1/48.

УДК 621.01

В. М. Гурський

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра механіки та автоматизації машинобудування

## ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ВІБРОУДАРНИХ РЕЗОНАНСНИХ СИСТЕМ ДВО- ТА ТРИМАСОВОЇ СТРУКТУРИ З ЛІНІЙНИМ ТЕРТЯМ

© Гурський В. М., 2016

*Розглянуто оптимізаційну модель, основу на критерії енергетичної ефективності функціонування вібраційних систем, представленою як відношення максимуму пришвидшення робочої маси до споживаної потужності системи. Оптимізаційна задача доповнена обмеженнями, що визначають технологічні аспекти функціонування вібраційних систем резонансного типу – ширина резонансної зони, коефіцієнт асиметрії пришвидшення, максимум пришвидшення робочої маси. В основу синтезу покладено пошук коефіцієнтів жорсткості асиметричної кусково-лінійної пружної характеристики. Для тримасової системи синтез здійснено за парціальними резонансними налагодженнями, для двомасової – за введеними коефіцієнтами синтезу. Встановлено енергетичні переваги тримасових віброударних систем над двомасовими. Ефективність підтверджено і на спрощених механічних моделях, і на узагальнених системах з урахуванням динаміки електромагнітного привода. Здійснено порівняння результатів для оцінювання роботи віброударних систем за кінематичними обмеженнями та цільовою функцією.*

**Ключові слова:** коливання, віброудар, синтез, оптимізація, резонанс.

*The optimization model based on the criteria of energy efficiency of vibration systems is considered. This criterion is presented as the ratio of maximum of the working mass acceleration to consumption power of system. Optimization task is added of constraints that determine the technological aspects of vibrational resonant type – the width of the resonance zone, coefficient asymmetry of acceleration, maximum acceleration of the working mass. Searching of stiffness of asymmetric piecewise linear elastic properties at the basic of synthesis is entrusted. Synthesis of system was made by partial resonance adjustment for three-mass system, for two-mass system by introduced coefficients. Power advantages of the three-mass vibro-impact system are installed over the two-mass system. The effectiveness is confirmed as the simplified mechanical models, and the generalized system taking into account the dynamics of an electromagnetic drive. The results of evaluated the performance of vibro-impact systems by kinematic constraints and objective function was comparison.*

**Key words:** oscillations, vibro-impact, synthesis, optimization, resonance.

**Вступ.** Ефективність функціонування технологічного обладнання, зокрема вібраційного, визначається якістю впливу на оброблюване середовище та енергоощадністю електромеханічної системи. В першому випадку ефективність забезпечується реалізацією віброударних систем, у