

УДК 621.313.

**В. Кучерук\*, О. Войтович\*, А. Поджаренко\*\***

\*Національний університет „Львівська політехніка”,  
кафедра інформаційно-виміральної техніки

\*\*Вінницький державний технічний університет,  
кафедра метрології та промислової автоматики

## **ВПЛИВ ВНУТРІШНІХ ПАРАМЕТРІВ ЕЛЕКТРОМОТОРА НА ЙОГО ВИХІДНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ**

© Кучерук В., Войтович О., Поджаренко А., 2003

**The mathematical model of synchronous motor was researched. The diagrams of currents and angular velocity in motor different conditions (start-up, static-state, impact load, redynamic conditions, self-braking) were obtained. The influence of internal parameters (moment of resistance and moment of inertia) on the output synchronous motor characteristics (flux linkages, angular velocity, and angle) in the same condition was researched.**

Моделювання на ЕОМ сьогодні є одним з основних методів дослідження складних систем. Особливо значну роль воно виконує у випадках, коли необхідно отримати характеристики складних об'єктів, зокрема синхронних моторів (СМ). Дослідження математичних моделей СМ є важливим етапом при визначенні внутрішніх параметрів та їх впливу на роботу СМ.

Проблему визначення внутрішніх параметрів електромоторів за допомогою функцій чутливості було розглянуто в [1, 2] для асинхронних моторів. Цей підхід дає змогу проаналізувати, в яких режимах і за якими вихідними характеристиками найзручніше визначати внутрішні параметри електромоторів. Для СМ такі функції не були розглянуті.

Тому у цій роботі ставиться завдання дослідити вплив внутрішніх параметрів СМ на його вихідні характеристики в різних режимах роботи електродвигуна. Зокрема дослідити вплив на поточозчеплення та кутову швидкість моменту інерції та моменту опору.

Синхронний мотор є найскладнішим електричним мотором у плані моделювання через наявність в роторі однофазної обмотки збудження і, в окремих випадках, пускової (демпферної) обмотки. Існують різні моделі та схеми заміщення, однак при дослідженнях не враховують другорядні явища та приймають багато припущень [3]:

- магнітне поле в зазорі розглядається як плоскопаралельне;
- якір приймається гладким;
- не враховується спотворення поля;
- крива поля вважається синусоїдною;
- магнітна вісь обмотки збудження збігається з поздовжньою віссю машини;
- магнітні вісі фазних обмоток зсунуті на  $120^0$ ;
- нехтують полями вищих гармонік та моментами цих полів;
- розподілення струмів в демпферній обмотці синусоїдне;
- не враховується вплив вихрових струмів та гістерезису;
- не враховується вплив насичення;
- фазні обмотки мають однакові параметри.

При складанні систем диференціальних рівнянь всі параметри, як правило, зводять до системи відносних одиниць.

Моделювання синхронного двигуна можна проводити в трифазній системі координат  $\alpha \beta 0$ , яка жорстко пов'язана з осями фазних обмоток якоря, чи в двофазній системі координат, яка може бути пов'язаною з якорем (осі  $\alpha$  та  $\beta$ ) або з ротором (осі  $d$  та  $q$ ). Моделювання в координатах, пов'язаних з якорем, досить ускладнене через те, що в багатьох рівняннях присутній кут положення ротора  $\gamma$ .

Значного спрощення математичної моделі можна досягти за рахунок використання перетворення змінних та систем відносних одиниць. Основним видом перетворення, що використовується при моделюванні СМ, є представлення систем диференціальних рівнянь у прямокутній, жорстко пов'язаній з ротором, координатній системі осей  $dq$ . Перетворюються струми, напруги та потокозчеплення статора.

Система рівнянь синхронної машини, з урахуванням демпферних обмоток, у відносних одиницях матиме вигляд [3]

$$\begin{cases} U_d = i_d \cdot r_d + \frac{d\psi_d}{dt} - \psi_q \omega; \\ U_q = i_q \cdot r_q + \frac{d\psi_q}{dt} + \psi_d \omega; \\ U_f = i_f \cdot r_f + \frac{d\psi_f}{dt}; \\ 0 = i_{ed} r_{ed} + \frac{d\psi_{ed}}{dt}; \\ 0 = i_{eq} r_{eq} + \frac{d\psi_{eq}}{dt}, \end{cases} \quad (1)$$

де

$$\begin{cases} \psi_d = i_d \cdot x_d + i_f \cdot x_{ad} + i_{ed} \cdot x_{ad}; \\ \psi_f = i_d \cdot x_{ad} + i_f \cdot x_f + i_{ed} \cdot x_{ad}; \\ \psi_q = i_q \cdot x_q + i_{eq} \cdot x_{aq}; \\ \psi_{ed} = i_d \cdot x_{ad} + i_f \cdot x_{ad} + i_{ed} \cdot x_{ed}; \\ \psi_{eq} = i_q \cdot x_{aq} + i_{eq} \cdot x_{eq}; \end{cases} \quad (2)$$

$U_d, U_q, U_f$  – проекції напруг статора і ротора на вісі координат  $d, q$ ;

$i_d, i_q, i_f, i_{ed}, i_{eq}$  – струми в обмотках статора і ротора;

$r_d, r_q, r_f$  – активні опори статора і ротора;

$\psi_d, \psi_q, \psi_f, \psi_{ed}, \psi_{eq}$  – потокозчеплення статора і ротора в координатах  $dq$ ;

$\omega$  – кутова швидкість обертання ротора;

$x_d, x_q, x_{ed}, x_{eq}, x_f$  – індуктивні опори у відносних одиницях;

$x_{ad}, x_{aq}$  – взаємодійні опори у відносних одиницях.

Рівняння руху ротора електродвигуна має вигляд [4]

$$M - M_c = H j \frac{d\omega}{dt}, \quad (3)$$

де  $M$  – електромагнітний момент, який визначається за формулою

$$M = \psi_q \cdot i_q - \psi_d \cdot i_d, \quad (4)$$

де  $H_j = \frac{J\omega_0^3}{P_\sigma \cdot p^2}$  – інерційна стала.

Ці рівняння можуть бути покладені в основу математичної моделі, однак реалізувати їх в такому вигляді досить важко, оскільки ускладнене визначення струмів в контурах. Для їх визначення необхідно попередньо розв'язати систему рівнянь поточкозчеплень відносно струмів в контурах. При цьому, враховуючи відносні одиниці, отримаємо проєкції напруг на осі d q:

$$U_d = \cos(t + \pi/2 - y_0), \quad U_q = \cos(t - y_0), \quad (5)$$

де  $y_0$  – кут між магнітною віссю фази та поздовжню віссю ротора d.

Розв'язавши системи рівнянь (1) – (5) відносно поточкозчеплень за допомогою пакета прикладних програм MathCAD, отримуємо такі графіки залежностей кутової швидкості  $\omega$ , струмів  $I_d$ ,  $I_q$ ,  $I_f$  в часі при різних режимах роботи синхронного двигуна (рис. 1 – 4). Електричні машини можуть працювати в різних режимах. За основні режими приймемо: пуск-режим, в якому кутова швидкість змінюється від 0 до  $\omega_{ном}$ ; статика-режим, в якому кутова швидкість залишається сталою  $\omega_{ном}$ ; ударне навантаження – раптова зміна моменту опору на валу на короткий проміжок часу; повторно-динамічний режим-вимкнення-вмикання двигуна під час його руху на короткий проміжок часу; самогальмування – гальмування вимкненого СМ, спричинене дією моменту опору на його валу.

На рис. 1 – 4. показані такі режими роботи 0- $t_1$  – пуск;  $t_1$ - $t_2$  – статика;  $t_2$ - $t_3$  – ударне навантаження;  $t_3$ -  $t_4$  – повторно-динамічний режим;  $t_4$ -  $t_k$  – самогальмування.

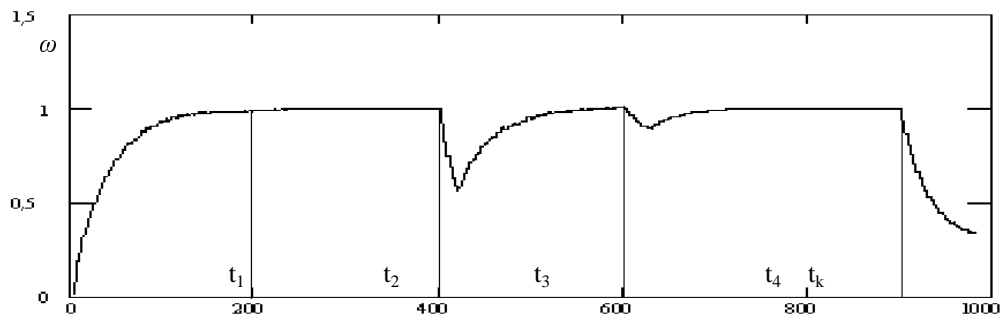


Рис. 1. Залежність кутової швидкості  $\omega(t)$  при різних режимах роботи СМ

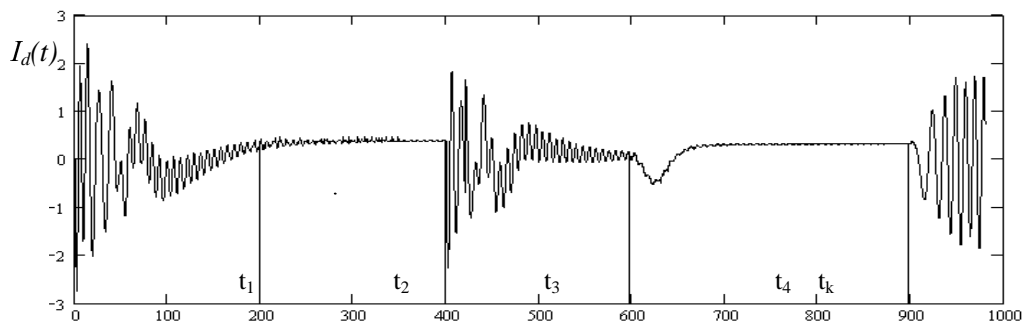


Рис. 2. Залежність струму  $I_d(t)$  при різних режимах роботи СМ

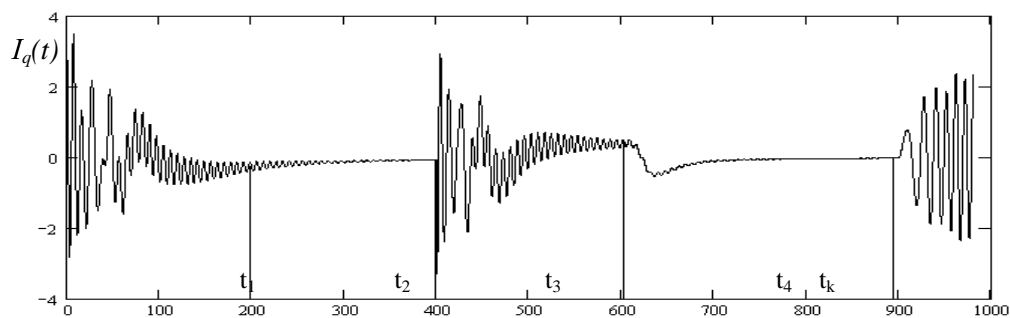


Рис. 3. Залежність струму  $I_q(t)$  при різних режимах роботи СМ

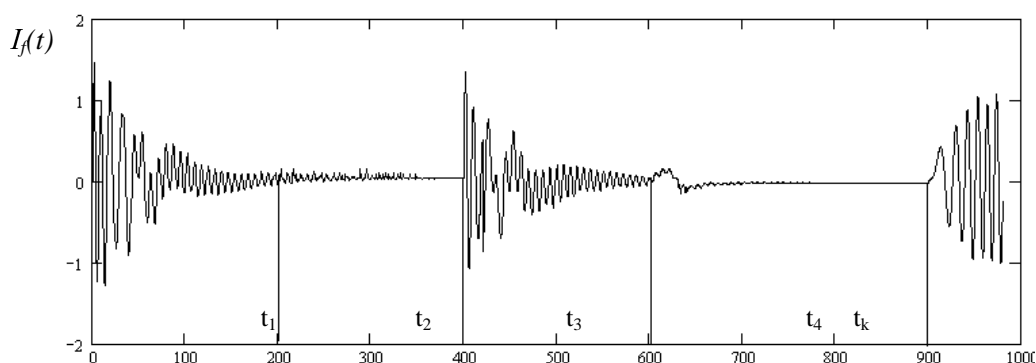


Рис. 4. Залежність струму  $I_f(t)$  при різних режимах роботи СМ

Для дослідження впливу внутрішніх параметрів використаємо апарат теорії чутливості [5]. Функція чутливості

$$\frac{\partial \bar{U}(t)}{\partial t} = \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{Y}} \bar{U}(t) + \frac{\partial \bar{F}}{\partial \bar{A}}, \quad (6)$$

де  $\bar{Y}$  – вектор стану досліджуваної системи;

$\bar{F}$  – вектор правої частини досліджуваної системи;

$\bar{A}$  – вектор внутрішніх параметрів стану об'єкта;

$\bar{U}$  – матриця функції чутливості.

Вектор стану  $\bar{Y}$ :

$$\bar{Y} = (\psi_d, \psi_q, \psi_f, \psi_{ed}, \psi_{eq}, \omega, y_0)^T. \quad (7)$$

Внутрішні параметри СМ запишемо у вигляді вектора

$$\bar{A} = \left( J; \quad M_o \right)^T, \quad (8)$$

де  $J$  – момент інерції;

$M_o$  – момент опору.

Дослідимо їх вплив на потокозчеплення та кутову швидкість обертання  $\omega(t)$ . Запишемо математичну модель СМ, використавши (7) та (8) у формі [4]:

$$\frac{d\bar{Y}}{dt} = \begin{bmatrix} Um \cdot \cos(t + \pi/2 - Y_6) - r_d \left( \frac{Y_0}{x_{2d}} - \frac{Y_2}{x_{2df}} - \frac{Y_3}{x_{2ded}} \right) + Y_1 Y_5 \\ Um \cdot \cos(t - Y_6) - r_q \left( \frac{Y_1}{x_{2q}} - \frac{Y_4}{x_{2qeq}} \right) - Y_0 Y_5 \\ Uf - r_f \left( \frac{Y_0}{-x_{2df}} + \frac{Y_2}{x_{2f}} - \frac{Y_3}{x_{2fed}} \right) \\ - r_{ed} \left( \frac{Y_0}{-x_{2ded}} - \frac{Y_2}{x_{2fed}} + \frac{Y_3}{x_{2ed}} \right) \\ - r_{eq} \left( \frac{Y_1}{-x_{2qeq}} + \frac{Y_4}{x_{2eq}} \right) \\ \frac{1}{Hj} \left[ \left[ Y_0 \left( \frac{Y_1}{x_{2q}} - \frac{Y_4}{x_{2qeq}} \right) - Y_1 \left( \frac{Y_0}{x_{2d}} - \frac{Y_2}{x_{2df}} - \frac{Y_3}{x_{2ded}} \right) \right] - M_c \right] \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} F_1; & F_2; & F_3; & F_4; & F_5 \end{pmatrix}^T, \quad (9)$$

де  $x_{2d}, x_{2q}, x_{2f}, x_{2df}, x_{2ded}, x_{2qeq}, x_{2fed}, x_{2ed}, x_{2eq}$  – розрахункові коефіцієнти.

Провівши необхідні перетворення, визначимо функції чутливості (6):

$$\frac{du_{11}}{dt} = -r_d \frac{u_{11}}{x_{2d}} + Y_5 u_{21} + r_d \frac{u_{31}}{x_{2df}} + r_d \frac{u_{51}}{x_{2ded}} + Y_1 u_{61} + \cos(t - Y_6) u_{71}$$

$$\frac{du_{21}}{dt} = -Y_5 u_{11} - r_q \frac{u_{21}}{x_{2q}} + r_q \frac{u_{51}}{x_{2qeq}} - Y_0 u_{61} + \sin(t - Y_6) u_{71}$$

$$\frac{du_{31}}{dt} = r_f \frac{u_{11}}{x_{2df}} - r_f \frac{u_{31}}{x_{2f}} + r_f \frac{u_{41}}{x_{2fed}}$$

$$\frac{du_{41}}{dt} = r_{ed} \frac{u_{11}}{x_{2ded}} + r_{ed} \frac{u_{31}}{x_{2fed}} - r_{ed} \frac{u_{41}}{x_{2ed}}$$

$$\frac{du_{51}}{dt} = r_{eq} \frac{u_{21}}{x_{2qeq}} - r_{eq} \frac{u_{51}}{x_{2eq}}$$

$$\frac{du_{61}}{dt} = \frac{1}{Hj} \left[ \left( \frac{Y_1}{x_{2q}} - \frac{Y_4}{x_{2qeq}} - \frac{Y_1}{x_{2d}} \right) u_{11} + \left( \frac{Y_0}{x_{2q}} - \frac{Y_0}{x_{2d}} + \frac{Y_2}{x_{2df}} + \frac{Y_3}{x_{2ded}} \right) u_{21} + Y_1 \frac{u_{31}}{x_{2df}} + Y_1 \frac{u_{41}}{x_{2ded}} - Y_0 \frac{u_{51}}{x_{2qeq}} - 1 \right]$$

$$\frac{du_{71}}{dt} = u_{61}$$

$$\frac{du_{12}}{dt} = -r_d \frac{u_{12}}{x_{2d}} + Y_5 u_{22} + r_d \frac{u_{32}}{x_{2df}} + r_d \frac{u_{52}}{x_{2ded}} + Y_1 u_{62} + \cos(t - Y_6) u_{72}$$

$$\frac{du_{22}}{dt} = -Y_5 u_{12} - r_q \frac{u_{22}}{x_{2q}} + r_q \frac{u_{52}}{x_{2qeq}} - Y_0 u_{62} + \sin(t - Y_6) u_{72} \quad (10)$$

$$\frac{du_{32}}{dt} = r_f \frac{u_{12}}{x_{2df}} - r_f \frac{u_{32}}{x_{2f}} + r_f \frac{u_{42}}{x_{2fed}}$$

$$\frac{du_{42}}{dt} = r_{ed} \frac{u_{12}}{x_{2ded}} + r_{ed} \frac{u_{32}}{x_{2fed}} - r_{ed} \frac{u_{42}}{x_{2ed}}$$

$$\frac{du_{52}}{dt} = r_{eq} \frac{u_{22}}{x_{2qeq}} - r_{eq} \frac{u_{21}}{x_{2eq}}$$

$$\frac{du_{62}}{dt} = \frac{1}{H_j} \left[ \left( \frac{Y_1}{x_{2q}} - \frac{Y_4}{x_{2qeq}} - \frac{Y_1}{x_{2d}} \right) u_{12} + \left( \frac{Y_0}{x_{2q}} - \frac{Y_0}{x_{2d}} + \frac{Y_2}{x_{2df}} + \frac{Y_3}{x_{2ded}} \right) u_{22} + Y_1 \frac{u_{32}}{x_{2df}} + Y_1 \frac{u_{42}}{x_{2ded}} - Y_0 \frac{u_{52}}{x_{2qeq}} - \left[ Y_0 \left( \frac{Y_1}{x_{2q}} - \frac{Y_4}{x_{2qeq}} \right) - Y_1 \left( \frac{Y_0}{x_{2d}} - \frac{Y_2}{x_{2df}} - \frac{Y_3}{x_{2ded}} \right) \right] - M_c \right]$$

$$\frac{du_{72}}{dt} = u_{62}.$$

Розв'язавши за допомогою пакета прикладних програм MathCAD систему рівнянь (9) – (10), знайдемо шукані функції чутливості.

На рис. 5 – 12 зображені функції чутливості в режимах: 0- $t_1$  – пуск;  $t_1$ - $t_2$  – статика;  $t_2$ - $t_3$  – ударне навантаження;  $t_3$ -  $t_4$  – повторно-динамічний режим;  $t_4$ -  $t_k$  – самогальмування.

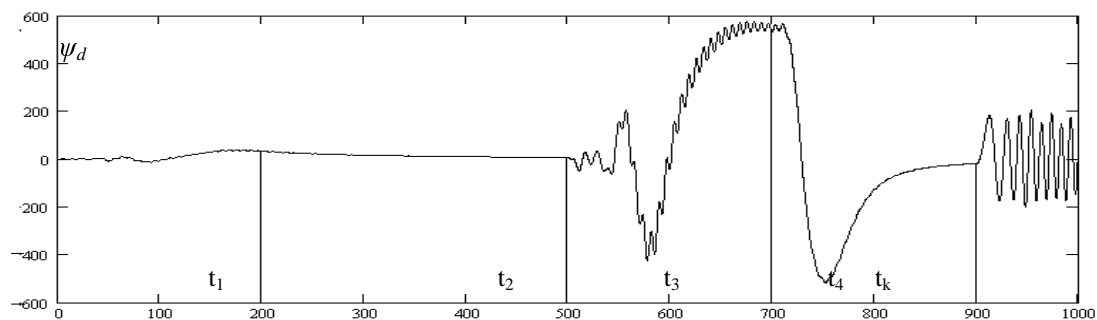


Рис. 5. Чутливість  $\psi_d$  за моментом опору  $M_o$

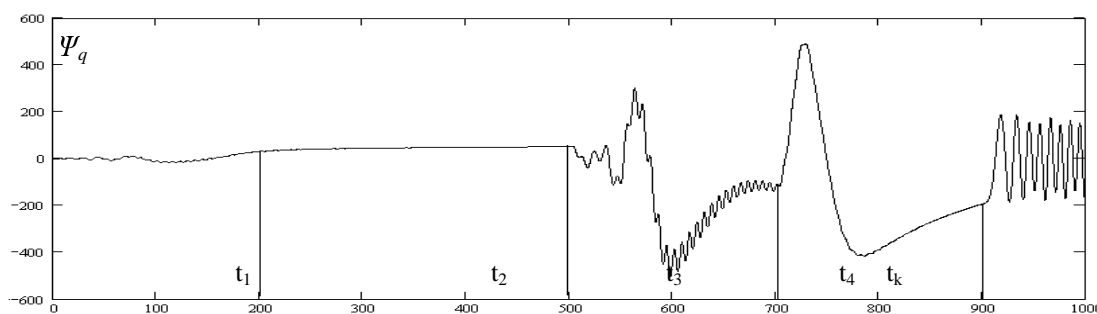


Рис. 6. Чутливість  $\psi_q$  за моментом опору  $M_o$

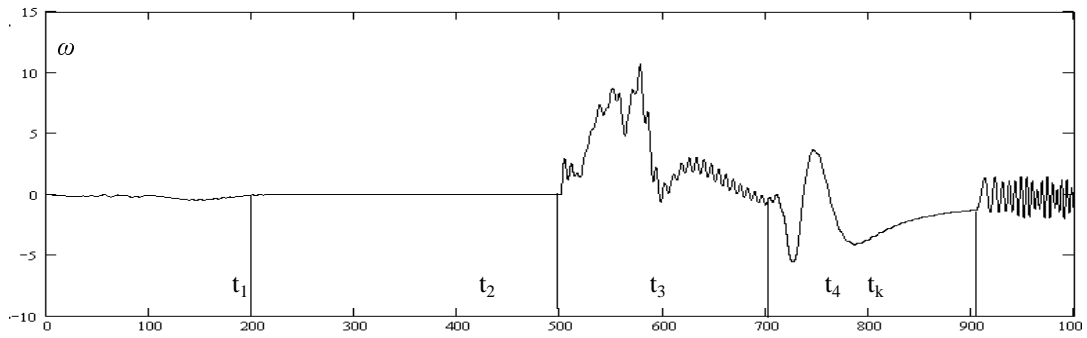


Рис. 7. Чутливість кутової швидкості  $\omega$  за моментом опору  $M_o$

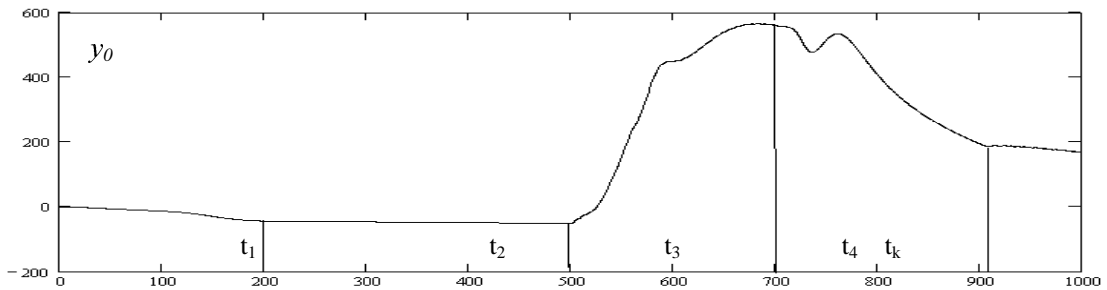


Рис. 8. Чутливість кута  $y_0$  за моментом опору  $M_o$

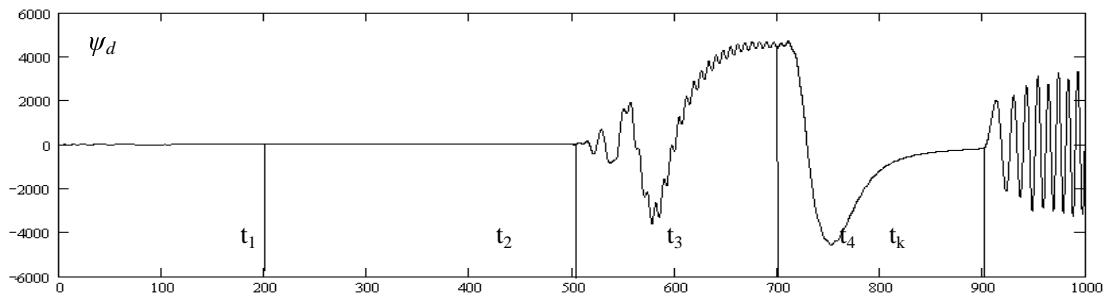


Рис. 9. Чутливість  $\psi_d$  за моментом інерції  $J$

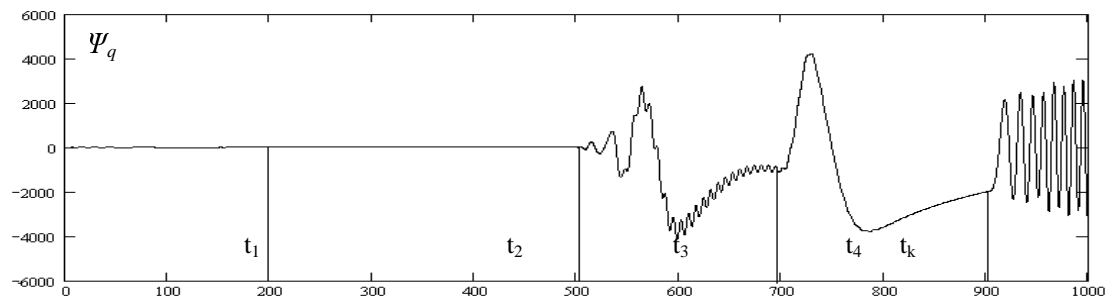


Рис. 10. Чутливість  $\psi_q$  за моментом інерції  $J$

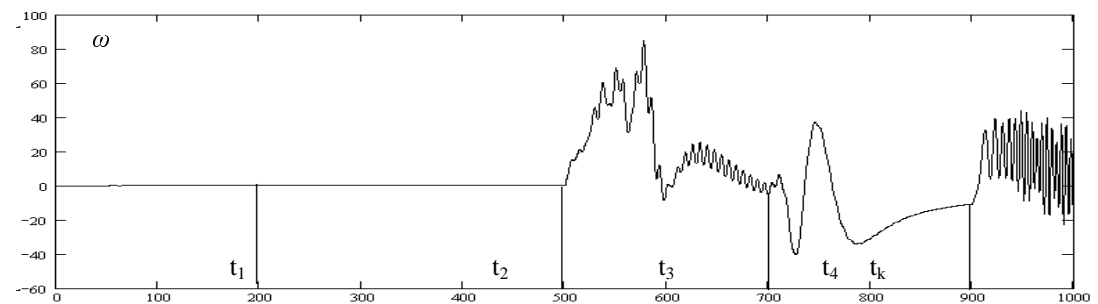


Рис. 11. Чутливість кутової швидкості  $\omega$  за моментом інерції  $J$

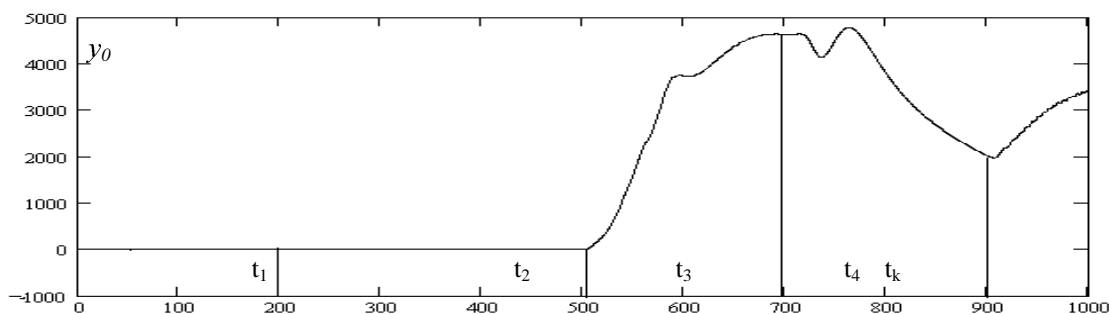


Рис. 12. Чутливість кута  $y_0$  за моментом інерції  $J$

Аналіз результатів моделювання дає можливість зробити такі висновки:

- Досліджено вплив внутрішніх параметрів моменту опору  $M_o$  і моменту інерції  $J$  СМ на його вхідні характеристики поточкозчеплення  $\psi_d \psi_q$ , кутову швидкість  $\omega$  та кут між магнітною віссю фази і поздовжньою віссю ротора  $y_0$  в різних режимах роботи (пуск, статика, ударне навантаження, повторно-динамічний режим, самогальмування).

- Проведений аналіз показав неоднакову ефективність визначення параметрів  $M_o$  і  $J$  в різних режимах роботи.

- Статичний режим є неефективним для визначення моменту опору  $M_o$  і моменту інерції  $J$ . Режим самогальмування є малоефективним для визначення параметрів  $M_o$  і  $J$ .

- Найбільш репрезентативними для визначення моменту опору  $M_o$  і моменту інерції  $J$  є режим ударного навантаження та повторно-динамічний режим, в яких функції чутливості носять великі значення.

- Функції чутливості за кутом між магнітною віссю фази та поздовжньою віссю ротора  $y_0$  мають великі значення і не носять коливального характеру, що вказує на можливість визначення всіх необхідних параметрів по процесу  $y_0(t)$ . Функції чутливості за поточкозчепленнями та кутовою швидкістю носять більш коливальний характер, що ускладнює процес отримання необхідних параметрів.

- У випадку обробки даних по поточкозчепленням та кутовій швидкості необхідно застосовувати додатковий математичний апарат із-за коливального характеру функцій чутливості, що значно ускладнює обробку результатів.

- В подальшому планується дослідити функції чутливості поточкозчеплень та струмів СМ за іншими внутрішніми параметрами, зокрема активними та індуктивними опорами статора і ротора, з метою знаходження найефективніших вихідних характеристик та режимів роботи електромотора для їх визначення.

1. Кучерук В.Ю. Про вибір робочих режимів електричної машини при визначенні її параметрів // *Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах*. – Хмельницький. – 1998. – №1. – С. 85 – 87. 2. Кучерук В.Ю., Поджаренко А.В., Селєзньова Р.В. Ідентифікація внутрішніх параметрів обмоток електричних машин за допомогою теорії чутливості // *Вісн. ДУ „Львівська політехніка”. “Автоматика, вимірювання та керування”*. – 2000. – №389. – С. 72 – 81. 3. Сипайлов Г.А., Кононенко Е.В., Хорьков К.А. *Электрические машины (специальный курс)*. – М., 1987. 4. *Моделювання електромеханічних систем: Підручник* / О.П. Чорний, А.В. Луговой, Д.Й. Родькін, Г.Ю. Сисюк, О.В. Садовой. – Кременчук, 2001. 5. Розенвассер Е.Н., Юсупов Р.М. *Чувствительность систем управления*. – М., 1981.