$$t_1 \approx \frac{(m_0k_1 + uk_2) \pm \sqrt{\left(m_0k_1 + uk_2\right)^2 - 2\left(\Delta_2 - u\sigma_0\right)m_0k_1^2}}{m_0k_1^2}\,; \tag{20}$$

$$t_2 \approx \frac{(m_0k_1 - uk_2) \pm \sqrt{\left(m_0k_1 - uk_2\right)^2 - 2\left(\Delta_2 + u\sigma_0\right)m_0k_1^2}}{m_0k_1^2}\,. \tag{21}$$

Вибір лінійного чи квадратичного наближення зміни середнього значення параметра у процесі експлуатації здійснюється за допомогою зіставлення похибки наближення з вимогами до точності прогнозування надійності.

Наведені залежності відображають зв'язок між надійністю роботи пристроїв, початковими значеннями параметрів і закономірностями їх зміни в процесі експлуатації. Зрозуміло, що серед цих характеристик найбільше підлягають керуванню в процесі виробництва початкові значення параметрів, раціонально встановити які можна з урахуванням обґрунтованих виробничих допусків*.

УДК. 621.3.019.3 (075)

Лазько Оксана, Недоступ Леонід, Бобало Юрій

ДУ “Львівська політехніка”, кафедра теоретичної радіотехніки та радіовимірювань

ОЦІНКА ПОЛІВ РОЗСІЮВАННЯ ПАРАМЕТРІВ РАДІОЕЛЕКТРОННИХ ПРИСТРОЇВ ПРИ ЇХ КВАЗІНОРМАЛЬНИХ РОЗПОДІЛАХ

© Лазько Оксана, Недоступ Леонід, Бобало Юрій, 2000

У статті розглянуто вплив нестабільності процесів виробництва компонентів радіоелектронної апаратури на характеристики розподілів їх вихідних параметрів. Пропонується метод оцінки похибки визначення полів розсіювання параметрів при квазінормальних розподілах.

At the paper the influence of components production process nonstability on theirs output distributions characteristics. The parameters scattering fields determination error estimation method due to quasi-normal distributions is proposed.

Процеси проектування, виробництва і експлуатації апаратури та її компонентів характеризуються впливом на них різноманітних дестабілізуючих факторів, що мають випадковий характер.

Ці впливи відображаються на розподілах вихідних параметрів. Мінливість розподілів спричиняє мінливість полів розсіювання параметрів і ускладнює їх кількісну оцінку, тоді як

* *Левин Б.Р. Теория надежности радиотехнических систем. М., 1978.*

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

правильне встановлення тих чи інших характеристик розподілів є обов'язковим для розв'язання задач оцінки якості. Нехтування існуючими змінами характеристик реальних розподілів, що відбувається внаслідок нестабільності процесів виробництва та експлуатації, призводить до помилкових оцінок .

Сьогодні вже стало очевидним, що нормальний закон розподілу параметрів радіоелектронної апаратури в процесі виробництва і експлуатації є зручною ідеалізацією реальних статистичних закономірностей. Традиційне використання цього закону як математичної моделі для розв'язання задач оцінки і прогнозування надійності виробів обумовлене тим, що контролюють їх параметри завжди вибірково. Контрольовану частину виробів і їх параметрів треба розглядати як вибірку з теоретично нескінченної генеральної сукупності і тому, тільки при збільшенні обсягу контролю, значення статистик будуть збігатися за імовірністю з відповідними параметрами теоретичних розподілів. В реальних умовах таке збільшення обсягу контролю часто буває зовсім неможливим і тому виявленими відхиленнями отриманих розподілів від нормального закону просто нехтують, пояснюючи їх появу недоліками обмеженого вибіркового контролю.

Насправді, як це доведено численними дослідженнями [1,2], в процесі виробництва і експлуатації апаратури виникає ряд схемних, конструкційних і технологічних чинників, які зумовлюють відхилення реальних розподілів параметрів виробів від нормального закону. Нехтувати ними при проведенні аналізу і синтезу схемних і конструкційних рішень в процесі проектування без втрати точності просто неможливо.

Для характеристики розсіювання параметрів виробів у процесі виробництва і експлуатації часто користуються поняттям практично граничного поля розсіювання 2l, яке визначається з умови, що значення випадкової величини з імовірністю q знаходиться поза деяким інтервалом $\alpha_1 - \alpha_2$:

$$P\{x \le \alpha_1 \ \text{і} \ x \ge \alpha_2\} = q \ .$$

Додатковими умовами можуть бути деякі співвідношення, наприклад:

$$P\{x \le \alpha_1 \} = \frac{q}{2}; \quad P\{x \ge \alpha_2\} = \frac{q}{2},$$

де α_1 і α_2 – найменше і найбільше значення параметра x, які визначають границі поля розсіювання.

Отже

$$2l = |\alpha_1 - \alpha_2| \ .$$

Вихідні параметри виробів у довільний момент часу характеризується розсіюванням, що в загальному випадку визначається співвідношенням [1] :

$$l_i = u_p \sigma(t_i) \ ,$$

де l_i – половина ширини поля розсіювання вихідних параметрів; u_p – квантиль стандартного розподілу, що характеризується математичним сподіванням та дисперсією, які дорівнюють нулеві та одиниці відповідно; $\sigma(t_i)$ – вибіркове середнє квадратичне відхилення вихідних параметрів виробів в і-й момент часу.

Якщо розподіл нормальний, ширину поля розсіювання знаходять за допомогою відомих таблиць квантилів цього розподілу [1]. Якщо розподіли квазінормальні,

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

коефіцієнти асиметрії та ексцесу яких не дорівнюють нулю, квантилі u_{pi} можуть бути визначені за допомогою прийнятих моделей.

Оскільки реальні закони розподілу параметрів в тому чи іншому ступені можуть відхилятися від нормального і змінюватися в процесі виробництва та експлуатації, викликає практичний та теоретичний інтерес оцінка впливу цих відхилень та точність визначення полів розсіювання.

Як показано в [1], більшість квазінормальних розподілів, які характеризуються невеликими значеннями коефіцієнтів асиметрії A та ексцесу E із задовільною точністю можуть бути апроксимовані рядами Грамма-Шарльє та Еджворта, властивості яких, а також обмеження у використанні, викладені у працях авторів [5,6].

Обмежуючись членами вказаних рядів з центральними моментами розподілів, не більшими від четвертого, тобто враховуючи найсуттєвіші їх відхилення від нормального закону, подамо такі одномірні розподіли у вигляді

$$f_A(x) = (\sqrt{2\pi}\sigma)^{-1} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma^2}(x-m)^2\right\} \cdot \left[1 + \frac{A}{3!}H_3\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) + \frac{E}{4!}H_4\left(\frac{x-m}{\sigma}\right)\right]$$

де m, σ – математичне сподівання та середнє квадратичне відхилення.

A, E – коефіцієнти асиметрії та ексцесу, які можуть бути визначені як функції центральних моментів розподілу μ_s або як функції кумулянтів χ_s

$$A = \frac{\mu_3}{\sigma^3}; \qquad A = \frac{\chi_3}{\sqrt{\chi_2^3}};$$

$$E = \frac{\mu_4}{\sigma^3} - 3; \qquad E = \frac{\chi_4}{\chi_2^3};$$

де

$$\chi_2 = \mu_2 = \sigma^2; \chi_3 = \mu_3; \chi_4 = \mu_4 - 3\mu_2^2.$$

$H_3\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) = H_3(u) = u^3 - 3u$; $H_4\left(\frac{x-m}{\sigma}\right) = H_4(u) = u^4 - 6u^2 + 3$ – поліноми Ерміта третього та четвертого степеня.

Квантилі u_p розподілу параметра x з щільністю f(x, m, σ , A, E) є розв'язання рівняння

$$\int_0^{x_p} f_A(x)dx = P \quad \text{або} \quad \int_0^{u_p} f_A(u)du = P,$$

де P – імовірність невиходу параметра за встановлені межі.

Характеристики розподілів параметрів виробів можуть бути подані адитивними структурами вигляду:

$$m(t) = m_0 + m_t(t); \qquad A(t) = A_0 + A_t(t);$$

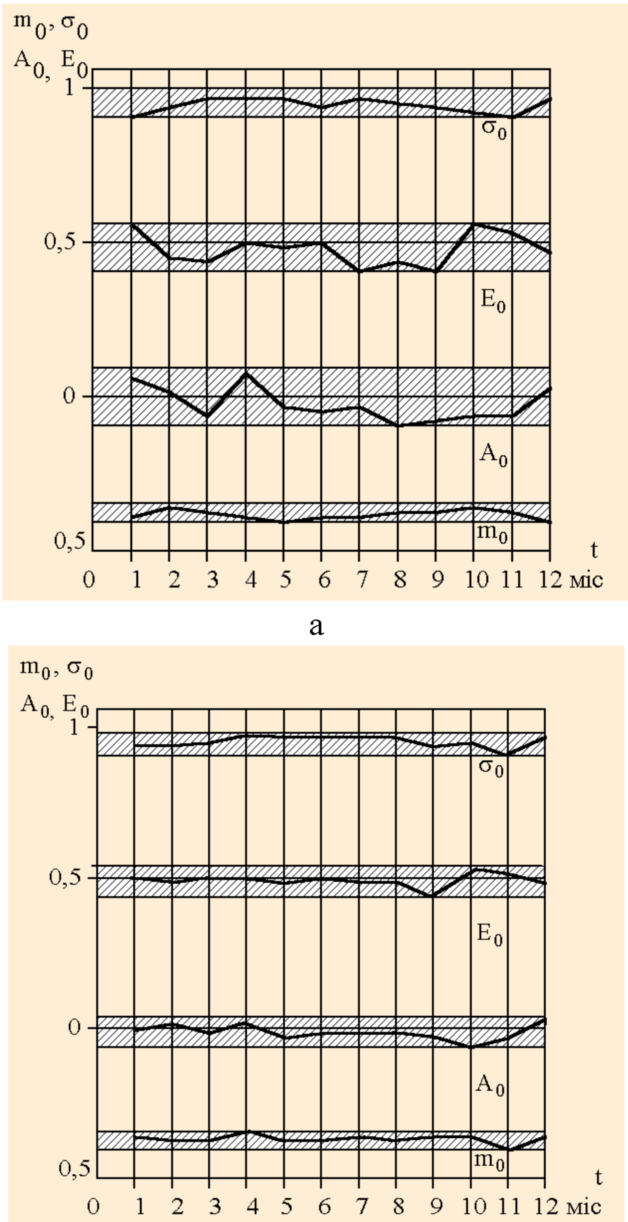
$$\sigma^2(t) = \sigma^2{}_0 + \sigma^2{}_t(t); \qquad E(t) = E_0 + E_t(t);$$

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

в яких m_0, σ_0 , A_0, E_0 – числові характеристики або параметри початкових розподілів, а $m_t(t)$, $\sigma_t(t)$, $A_t(t)$, $E_t(t)$ – їх додаткові зміни в процесі експлуатації. Практична доцільність дослідження функцій $m(t)$, $\sigma(t)$, $A(t)$, $E(t)$ у вигляді наведених структур наведена в [1].

Дослідження показують, що складні функції $m(t)$, $\sigma(t)$, $A(t)$, $E(t)$ не є детермінованими величинами. Їх початкові значення характеризуються деякими розсіюваннями. При експлуатації виробів під дією різних факторів випадкового характеру набувають і функції $m_t(t)$, $\sigma_t(t)$, $A_t(t)$, $E_t(t)$.

На рис.1. наведені графіки зміни характеристик m_0, σ_0, A_0 і E_0 початкових розподілів параметрів, отриманих протягом року.

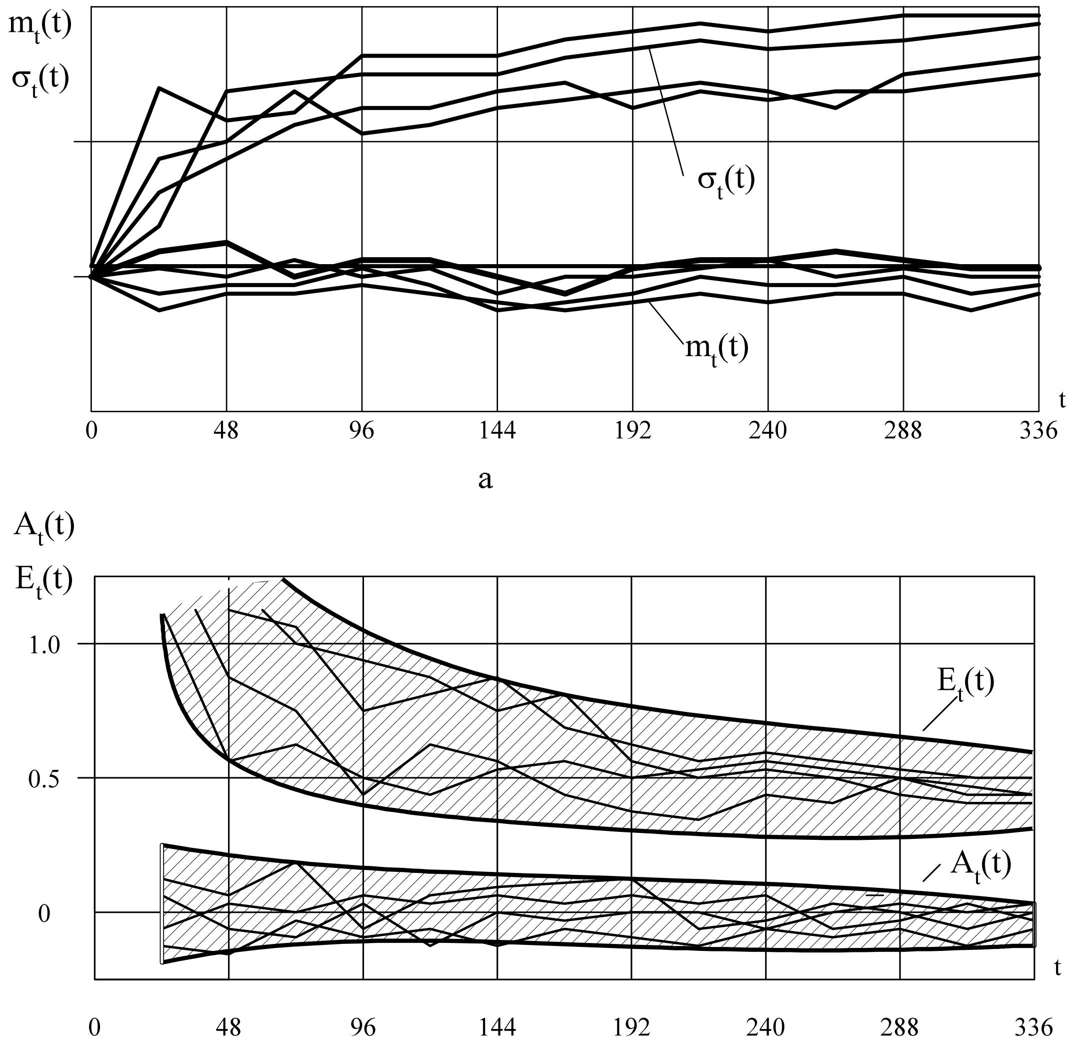


б

Рис.1. Зміна характеристик розподілу похибки кварцового генератора (а) та мікросхеми XL3000 фірми Xilinx (б) [7].

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

На рис.2. зображені графіки зміни в часі характеристик $m_t(t), \sigma_t(t), A_t(t)$ і $E_t(t)$ чотирьох контрольних партій при напрацюванні кожного приладу 336 год.



б

Рис.2. Зміни в часі характеристик розподілу похибок кварцового генератора.

Заштриховані області визначають розмах коливань характеристик в процесі виробництва. Як видно з рис.2., спостерігаються значні коливання асиметрії та ексцесу у початковому періоді експлуатації.

Проведені дослідження [1], показали, що в наведеному прикладі похибка при визначенні ширини поля розсіювання вихідних параметрів виробів є максимальною після завершення чотиридобового прогону (t=96 год) і досягає 29%.

Внаслідок цих розкидів квантиль $u_p = \psi\{\sigma(t), A(t), E(t)\}$ характеризується полем розсіювання $\Delta u_p(t)$.

$$\Delta u_p(t) = u_{p\,max}(t) - u_{p\,min}(t),$$

де $u_{p\,max}(t)$ і $u_{p\,min}(t)$ – відповідно максимальне і мінімальне значення квантиля , визначеного при прийнятій імовірності P.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

$$\Delta l(t) = \left[u_{max}(t) - u_{min}(t)\right]\left[\sigma_{max}(t) - \sigma_{min}(t)\right] = u_{max}(t)\sigma_{max}(t) - u_{min}(t)\sigma_{min}(t)$$

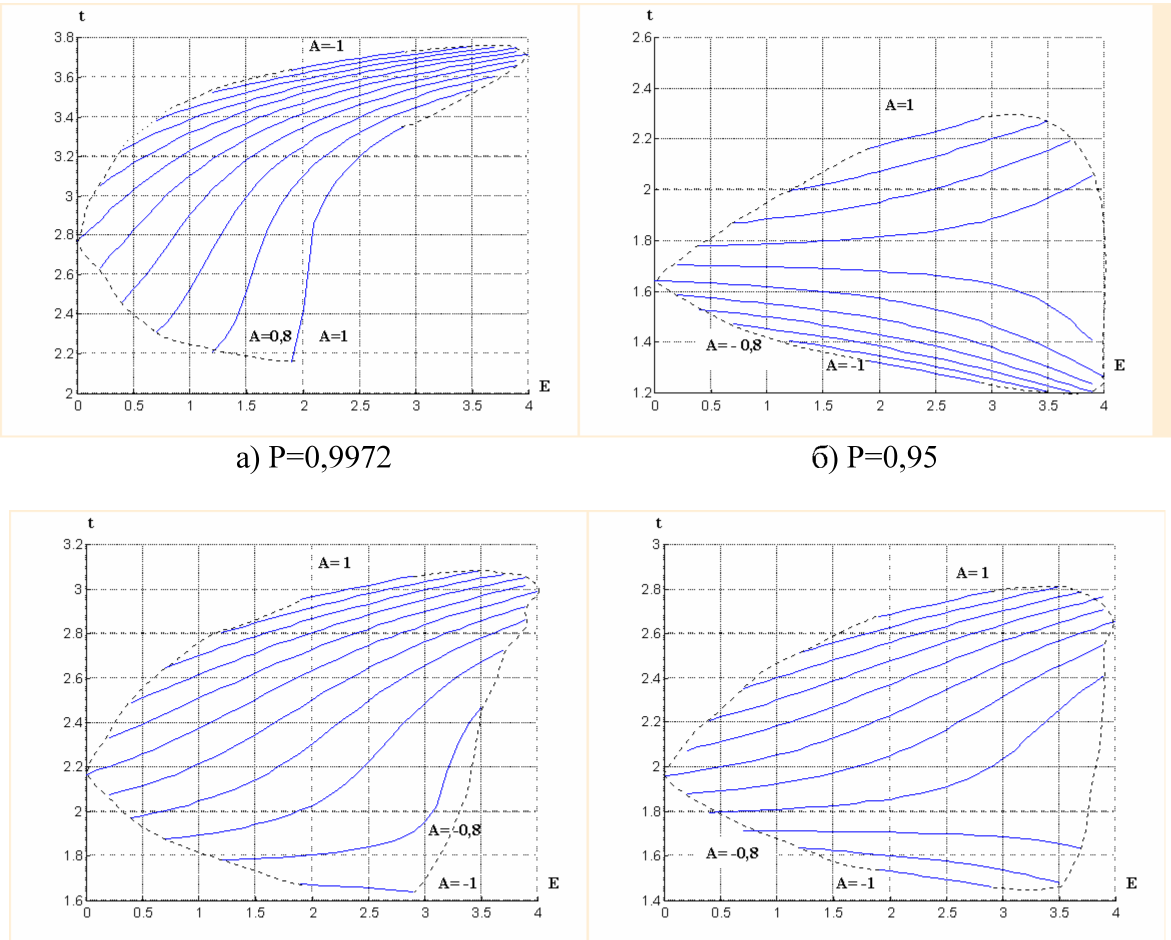
Отже, похибка половини граничного поля розсіювання параметрів виробів є також часовою функцією і визначається співвідношенням

$$\Delta l(t) = u_{max}(t)\sigma_{max}(t) - u_{min}(t)\sigma_{min}(t)$$

Якщо використовується усереднене значення середнього квадратичного відхилення параметрів у процесі виробництва і експлуатації $\sigma_{сер}(t)$, наведена залежність набуває вигляду:

$$\Delta l(t) = \left[u_{p\,max}(t) - u_{p\,min}(t)\right]\sigma_{сер}(t)$$

Підкреслимо, що у зв'язку з наявністю в рядах Грамма-Шарльє моментів вищих порядків, функція густини розподілу може перетинати вісь x. Області значень коефіцієнтів асиметрії та ексцесу, де вказаний недолік відсутній, визначено у [5,6]. Залежності квантилів від характеристик розподілів, які описуються рядами Грамма-Шарльє та Еджворта, наведені на рис.3.



а) P=0,9972 б) P=0,95

в) P=0,985 г) P=0,975

Рис.3. Залежність квантилів розподілу Грамма-Шарльє від асиметрії та ексцесу при використанні області їх допустимих значень при чотирьох значеннях імовірності P.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua

Використання обмежень, що накладаються на ряд Грамма-Шарльє у вигляді областей допустимих значень асиметрії та ексцесу, дають змогу підвищити точність та уникнути небажаних ефектів при моделюванні.

1. Недоступ Л.А. Оптимизация контроля, регулировки и технологической приработки приборов. К., 1987. 2. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М., 1962. 3. Пустыльник Е.И. Статистические методы анализа и обработки наблюдений. М., 1968. 4. Айрленд Э. Обеспечение качества и надёжности сложных электронных систем // Аппаратные и програмные средства. ТИИЭР. 1988. Т.76. №1. 5. Лазько О., Недоступ Л., Бобало Ю. Моделювання розподілів рядами Грамма-Шарльє та їх застосування в технологічних САПР // Радіоелектроніка та телекомуннікації. 2000. №387. С.59-65. 6. Недоступ Л.А., Лазько О.В., Бобало Ю.Я. Modeling of the distribution of product parameters using Gram-Charlier and Edeworth series // Electronics and Electrical Engineering. Каунас, 1999. № 4(22). С.54-57. 7. The Programmable Logic. Data Book, 1998.

Lviv Polytechnic National University Institutional Repository http://ena.lp.edu.ua