

УДК 621.01:621-868, 621.9.048.6.06(088.8)

**О.В. Гаврильченко, О.С. Ланець, Я.В. Шпак**

Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматизації та комплексної механізації машинобудівної промисловості

## **РОЗРАХУНОК НА МІЦНІСТЬ КОМБІНОВАНОЇ ВЕРТИКАЛЬНОЇ ПРУЖНОЇ СИСТЕМИ РЕЗОНАНСНОЇ ВІБРАЦІЙНОЇ ПРИТИРАЛЬНОЇ МАШИНИ З КУТОВИМИ КОЛИВАННЯМИ ПРИТИРАЛЬНОГО ДИСКА**

© Гаврильченко О.В., Ланець О.С., Шпак Я.В., 2003

**Наведений розрахунок на міцність комбінованої вертикальної пружної системи у вигляді ґратчастого та циліндричного торсіонів. Така пружна система використовується у вібраційній притиральній машині з кутовими коливаннями.**

**In article the calculation of strenght of complex vertical elastic systems as latticed and cylinder torsions are given. This elastic system is used in vibration lapping machine with angular oscillations.**

### **Вступ**

Ця стаття є другою незалежною частиною викладу цільної методики розрахунку комбінованої пружної системи резонансної вібраційної притиральної машини з кутовими коливаннями притирального диска, перша частина якої (розрахунок на жорсткість) опублікована в [1].

### **Постановка проблеми**

Створення ефективних і надійних резонансних вібраційних притиральних машин з кутовими коливаннями притирального диска вимагає окрім розрахунку комбінованої пружної системи на жорсткість, проведення розрахунку на міцність, який дає можливість перевірити пружну систему на здатність роботи при знакозмінних навантаженнях.

### **Аналіз останніх досліджень**

Проведений аналіз літературних джерел виявив елементи цільної методики розрахунку ґратчастого торсіону з вертикально розташованими плоскими пружними стрижнями [2, 3, 4], в яких наведено тільки основні проміжні та кінцеві формули, а тому не повністю зрозумілий хід виведення формул та їх фізичний та математичний зміст.

### **Постановка задачі**

У статті автори продовжують виклад цільної методики розрахунку комбінованої пружної системи резонансної вібраційної притиральної машини з кутовими коливаннями притирального диска. Для цього необхідно вивести кінцеві формули з розрахунку пружної системи на міцність. Визначення параметрів поперечних перерізів пружних елементів відбувається з умови, що максимальні напруження, які виникають у пружному елементі, не перевищують допустимих напружень на витривалість  $\sigma_{-1}$  при циклічних навантаженнях. Умову міцності пружної системи запишемо так:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma_{-1}]. \quad (1)$$

Тобто пружна система повинна мати високу довговічність, забезпечуючи необхідні амплітуди коливань, при яких в пружних елементах не створюватимуться напруження, які перевищуватимуть допустимі при симетричному циклічному навантаженні.

### Виклад основного матеріалу

Механічна коливна система вібраційної притиральної машини на базі гратчастого та центрального циліндричного торсіонів показана на рис. 1, де

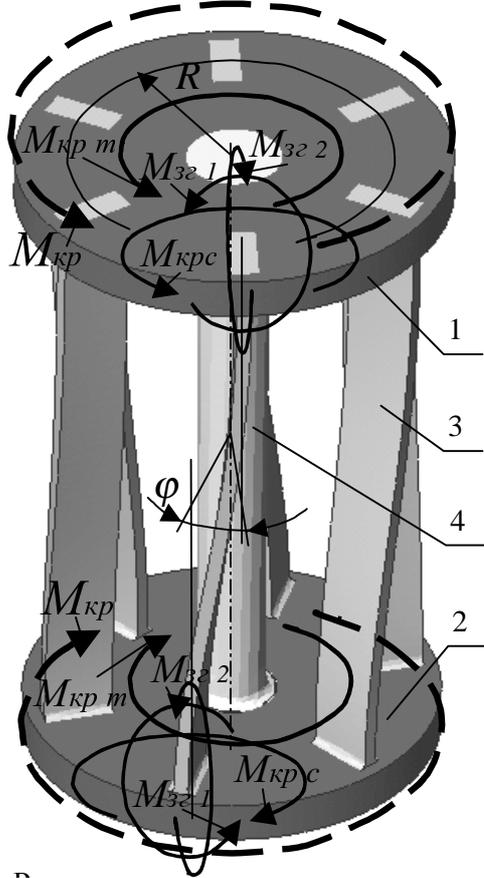


Рис. 1. Механічна коливна система у вигляді навантаженого крутним моментом  $M_{кр}$  гратчастого та центрального циліндричного торсіонів

Максимальні згинальні моменти  $M_{зг1}$  та  $M_{зг2}$  згідно з формулою (3), виведеною в [1], при жорсткому кріпленні пружного стрижня відповідно становлять

$$M_{зг1} = \frac{6EJ_{c1}\xi}{l_c^2}; \quad M_{зг2} = \frac{6EJ_{c2}\vartheta}{l_c^2}, \quad (2)$$

де  $E$  – модуль поздовжньої пружності;  $J_{c1} = \frac{hb^3}{12}$ ,  $J_{c2} = \frac{bh^3}{12}$  – моменти інерції поперечного перерізу пружного стрижня в напрямку дії відповідно моментів  $M_{зг1}$  та  $M_{зг2}$ , тут  $h$  і  $b$  – сторони прямокутного перерізу пружного стрижня;  $l_c$  – робоча довжина пружного стрижня;  $\xi = R \sin \varphi$ ,  $\vartheta = (R - R \cos \varphi)$  – відносні максимальні лінійні переміщення кінців плоского стрижня в напрямку дії відповідно моментів  $M_{зг1}$  та  $M_{зг2}$  (рис. 2);  $R$  – середній радіус розташування плоских пружних стрижнів по колу;  $\varphi$  – відносна амплітуда коливань верхньої 1 та нижньої 2 коливних мас (рис. 1).

Максимальні напруження в пружному стрижні при згинах під дією двох згинальних моментів

$$\sigma_{\max 1,2} = M_{зг1,2} / W_{1,2}, \quad (3)$$

1 та 2 – відповідно верхня та нижня коливні маси, що здійснюють в протифазі кутові коливання навколо вертикальної осі симетрії; 3 – плоскі пружні елементи гратчастого торсіону у вигляді “колеса білки”, що працюють на згин і кручення; 4 – центральний циліндричний торсіон, що працює на кручення. Плоскі пружні елементи 3 розташовуються рівномірно по колу паралельно та симетрично до центрального торсіона 4. Елементи 3 та 4 розташовані вертикально і жорстко закріплені до коливних мас 1 та 2, утворюючи статично невизначену систему.

Спочатку визначимо напруження, які виникають при крученні гратчастого торсіона у вигляді “колеса білки” в плоских пружних стрижнях 3. Для цього виділимо один плоский пружний стрижень 3, який жорстко закріплений по своїх кінцях. Оскільки стрижень під навантаженням на своїх двох кінцях зазнає як згину під дією двох взаємоперпендикулярних згинальних моментів  $M_{зг1}$  та  $M_{зг2}$ , так і кручення під дією крутного моменту  $M_{крс}$ , користуючись принципом суперпозицій, визначимо окремо напруження на згин та кручення.

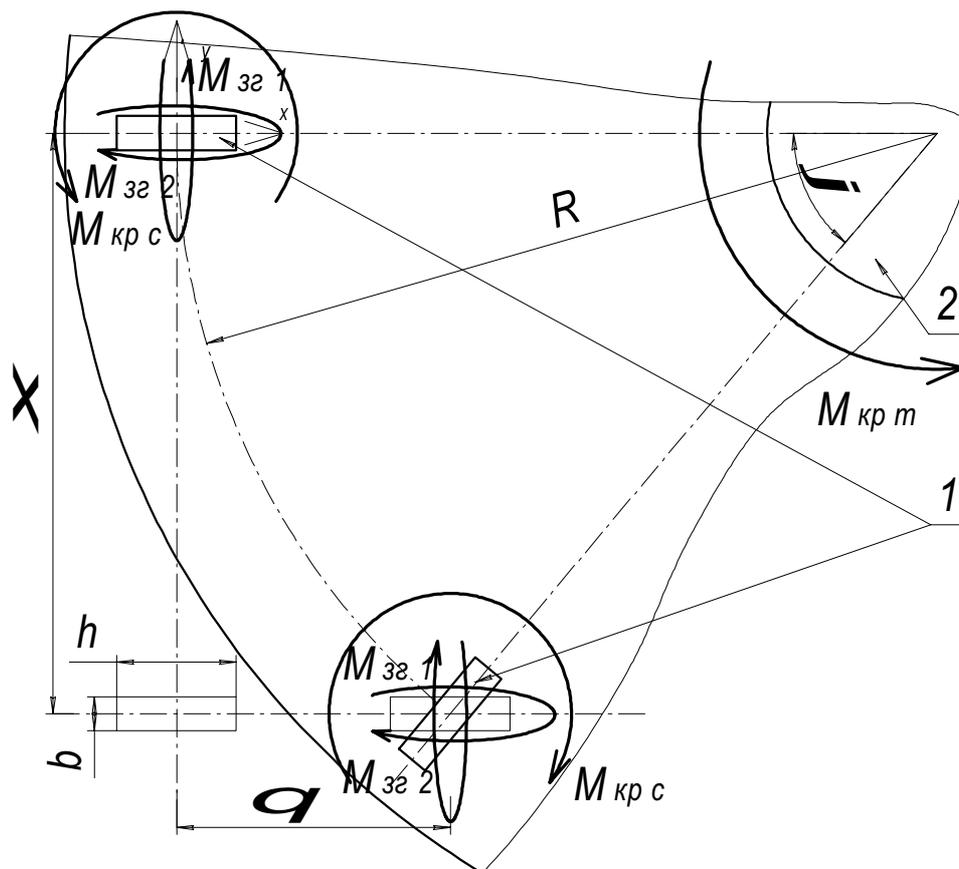


Рис. 2. Геометрія руху одного кінця плоского пружного стрижня відносно другого (видяк зверху): 1 – верхній та нижній кінці пружного стрижня; 2 – циліндричний торсіон

де  $W_{1,2}$  – моменти опору поперечного перерізу пружного стрижня в напрямку дії відповідно моментів  $M_{зг 1}$  та  $M_{зг 2}$ . У нашому випадку

$$W_1 = hb^2/6, \quad W_2 = bh^2/6. \quad (4)$$

Після підстановки (2) та (4) у формулу (3) отримаємо вирази для визначення нормальних напружень у пружному стрижні:

$$\sigma_{\max 1} = \frac{3EbR \sin \varphi}{I_c^2}; \quad \sigma_{\max 2} = \frac{3EhR(1 - \cos \varphi)}{I_c^2}. \quad (5)$$

При чистому скручуванні крутний момент в стрижні дорівнюватиме [5]

$$M_{кр с} = \varphi G \beta h b^3 / I_c, \quad (6)$$

де  $\beta$  – коефіцієнт, що залежить від співвідношення сторін  $h$  і  $b$ ;  $G$  – модуль пружності при крученні.

Максимальне напруження в пружному стрижні при крученні:

$$\tau_{\max с} = M_{кр с} / W_{кр}, \quad (7)$$

де  $W_{кр}$  – момент опору прямокутного перерізу пружного стрижня при крученні:

$$W_{кр} = \alpha h b^2. \quad (8)$$

Значення коефіцієнта  $\alpha$  залежить від співвідношення сторін  $h$  і  $b$  [5]. Підставивши (6) і (8) в (7), отримаємо:

$$\tau_{\max c} = \frac{\varphi G \beta b}{l_c \alpha}. \quad (9)$$

Згідно з третьою теорією міцності

$$\sigma_{\text{екв III}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_{-1}] \quad (10)$$

максимальне напруження  $\sigma_{\max}$  в поперечному перерізі пружного стрижня визначатиметься за формулою

$$\begin{aligned} \sigma_{\max} &= \sqrt{\left( \sqrt{(\sigma_{\max 1})^2 + (\sigma_{\max 2})^2} \right)^2 + 4\tau_{\max c}^2} = \\ &= \sqrt{\left( \sqrt{\left( \frac{3EbR \sin \varphi}{l_c^2} \right)^2 + \left( \frac{3EhR(1-\cos \varphi)}{l_c^2} \right)^2} \right)^2 + 4 \left( \frac{\varphi G \beta b}{l_c \alpha} \right)^2} = \\ &= \frac{1}{l_c^2} \sqrt{\left( 3ER \sqrt{(b \sin \varphi)^2 + (h(1-\cos \varphi))^2} \right)^2 + 4(\varphi G \beta b l_c / \alpha)^2}. \end{aligned} \quad (11)$$

Враховуючи те, що при малих значеннях кута  $\varphi$  значення  $\cos \varphi \approx 1$  та  $\sin \varphi \approx \varphi$ , спрощена формула для розрахунку максимального напруження  $\sigma_{\max}$  в плоскому пружному стрижні становитиме

$$\sigma_{\max} = \frac{1}{l_c^2} \sqrt{(3ERb\varphi)^2 + 4 \left( \frac{\varphi G \beta b l_c}{\alpha} \right)^2}. \quad (12)$$

Максимальне напруження  $\tau_{\max T}$  в поперечному перерізі циліндричного торсіона визначатиметься за формулою

$$\tau_{\max T} = \frac{M_{\text{кр T}}}{W_p}, \quad (13)$$

де  $M_{\text{кр T}}$  – крутний момент, що діє на кінцях циліндричного торсіона

$$M_{\text{кр T}} = \frac{G\varphi J_p}{l_c}, \quad (14)$$

де  $J_p$  – полярний момент інерції поперечного перерізу циліндричного торсіона. Для суцільного стрижня діаметром  $d$  полярний момент інерції виражається формулою

$$J_p = \frac{\pi \cdot d^4}{32}. \quad (15)$$

$W_p$  – полярний момент опору поперечного перерізу циліндричного торсіона

$$W_p = \frac{\pi \cdot d^3}{16}. \quad (16)$$

Підставляючи (14), (15) і (16) в (13), отримаємо формулу для розрахунку максимального напруження  $\tau_{\max T}$  в поперечному перерізі циліндричного торсіона

$$\tau_{\max T} = \frac{G\varphi d}{2l_c}. \quad (17)$$

### Висновок

Отже, проведений розрахунок комбінованої пружної системи резонансної вібраційної притиральної машини з кутовими коливаннями притирального диска на міцність дає можливість перевірити її на здатність роботи в циклічних режимах.

1. Гаврильченко О.В., Ланець О.С., Шпак Я.В. Розрахунок на жорсткість комбінованої вертикальної пружної системи резонансної вібраційної притиральної машини з кутовими коливаннями // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні. Український міжвід. наук.-техн. зб. – Львів: НУ “Львівська політехніка”, 2003. – Вип. 38. 2. Повидайло В.А., Щигель В.А. Конструкция и расчет вибрационных бункерных питателей с гиперболическим решатчатым торсионом // Автоматизация производственных процессов в машиностроении и приборостроении. – Львов: Изд-во Львов. ун-та. 1972. – Вип. 12. – С. 115 – 122. 3. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Под ред. Э.Э. Лавендела. – М.: Машиностроение, 1981. – Т. 4: Вибрационные процессы и машины. – 509 с. 4. Автоматическая загрузка технологических машин. Справочник / Под общ. ред. Клузова И.А. – М.: Машиностроение. 1990. 5. Писаренко Г.С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів. За ред. Г.С. Писаренко. – К.: Вища школа, 1993.

УДК 621.01:621-868

О.В. Гаврильченко, С.А. Таянов, Р.В. Чубик  
Національний університет “Львівська політехніка”,  
кафедра автоматизації та комплексної механізації

## АНАЛІЗ ПОХИБКИ ФОРМИ ТА ЧАСТОТИ ПРИ ФОРМУВАННІ СИНУСОЇДАЛЬНОГО СИГНАЛУ ЗА ДОПОМОГОЮ ШІМ ДЛЯ СИСТЕМИ КЕРУВАННЯ ВІБРОТРАНСПОРТЕРОМ

© Гаврильченко О.В., Таянов С.А., Чубик Р.В., 2003

**Проаналізовано зміни похибок форми, частоти та коефіцієнта нелінійних спотворень (гармонік) синусоїдального сигналу різної частоти, отриманого за допомогою розрідження еталонного масиву тривалостей імпульсів ШІМ.**

**In this article the analysis of change of form errors, frequency and the nonlinear distortions coefficient for different frequency sinus signal, that was obtained with the help of rarefaction of duration array of latitudinal-impulsive modulation impulses.**

### Вступ

*Постановка проблеми.* У зв'язку із розвитком сучасної вібротехніки виникає потреба в адаптивних самоналогджуваних системах керування для одержання максимально ефективних режимів роботи, а також для забезпечення стабільної продуктивності при зміні маси завантаження вібромашини або вібротранспортера.

*Аналіз останніх досліджень.* Для керування вібробудником в таких системах доцільно використовувати мікропроцесор або мікроконтролер. Застосування широтно-імпульсної модуляції (ШІМ) [1] дає можливість отримувати синусоїдальний сигнал великої потужності та різної частоти.

При реалізації системи керування на мікропроцесорах з тактовою частотою не вище 12 МГц (КР1816ВЕ51) [2] виникає проблема перерахунку тривалостей імпульсів ШІМ модульованої синусоїди в реальному часі.