

УДК 621.81

І.Б. Гевко, Р.В. Комар

Тернопільський державний технічний університет імені Івана Пулюя,  
кафедра технології машинобудування

## ДИНАМІЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОБОТИ ПРИВОДУ З БАГАТОФУНКЦІОНАЛЬНОЮ КОМПЕНСУЮЧОЮ МУФТОЮ

© Гевко І.Б., Комар Р.В., 2003

**Обчислено динамічні навантаження в приводі із запобіжно-компенсуючою муфтою на прикладі узагальненої динамічної моделі. Досліджено вплив конструктивно-силових параметрів елементів приводу на характер виникнення динамічних навантажень, а також дані рекомендації для збільшення довговічності елементів зачеплення муфти.**

**Calculation of dynamic loads in a drive from protections-compensating clutch on an example of the generalized dynamic model is carried out. Influence of constructive - power parameters of elements of a drive on character of origin of dynamic loads is investigated, and also given the recommendation for increase of longevity of elements of ganging of a clutch.**

Використання компенсуючих муфт має важливе значення для сучасного машинобудування. Пружно-компенсуючі муфти мають здатність пом'якшувати поштовхи та ударні навантаження, а також служать засобами захисту від резонансних коливань. Завдяки відповідній конструкції ці пристрої забезпечують компенсацію зміщень валів у широкому діапазоні.

Теорія коливання пружних систем, якими є приводи з використанням пружно-компенсуючих муфт, **розглянута** у працях Комарова М.С., Вейнца В.Л., Полякова, І.Д. Барбаша та О.А. Ряховського [1, 2, 3]. Динамічні навантаження, що виникають при експлуатації приводів машин, незважаючи на активний пошук способів їх зниження чи компенсації залишаються недостатньо вивченими, **проблемним питанням** є те, що динамічні навантаження значно знижують функціональні та експлуатаційні характеристики як муфт, так і машин загалом і суттєво впливають на їх надійність.

Тому **метою** наших досліджень є встановлення режимів роботи та умов, що сприяють зменшенню динамічних навантажень та збільшують ресурс запобіжно-компенсуючої муфти [4]. Розв'язання цієї задачі проводилося у межах цільової комплексної програми "Національна програма розробки і впровадження технологічних комплексів машин" затвердженої Кабінетом міністрів України від 7 березня 1996 року.

Основними інерційно-силовими параметрами приводу є зведені моменти інерції  $J_1, J_2, J_3, J_4, J_5$  та відповідні навантаження у вигляді моментів  $T_\delta$  і  $T_o$ , що створюються двигуном та робочим органом. При передачі обертового моменту, при відповідній жорсткості елементів приводу та муфти  $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5$  відбувається певна пружна деформація складових системи, під дією моментів  $T_\delta$  і  $T_o$ , яка характеризується кутами закручування  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5$ .

Під час роботи механізму можна виділити деякі характерні моменти для роботи даної муфти в запобіжному режимі. На першому етапі роботи муфта забезпечує передачу обертового моменту без спрацювання,  $T_\delta \approx T_o$ . На другому етапі, при перевантаженні, відбувається

провертання півмуфт відносно обойми  $T_\delta > T_o$  або  $T_\delta < T_o$ . Зведена жорсткість підтискних пружин на обох півмуфтах

$$C_3 = \sum_{i=1}^4 C_i; C_4 = \sum_{i=1}^4 C_i, \quad (1)$$

де  $C_i$  – жорсткість однієї пружини.

Узагальнену динамічну модель приводу, до кінематичного ланцюга якого входить компенсуюча муфта, яка має додаткові функції запобіжної, можна зобразити відповідною системою зведених мас (рис.1).

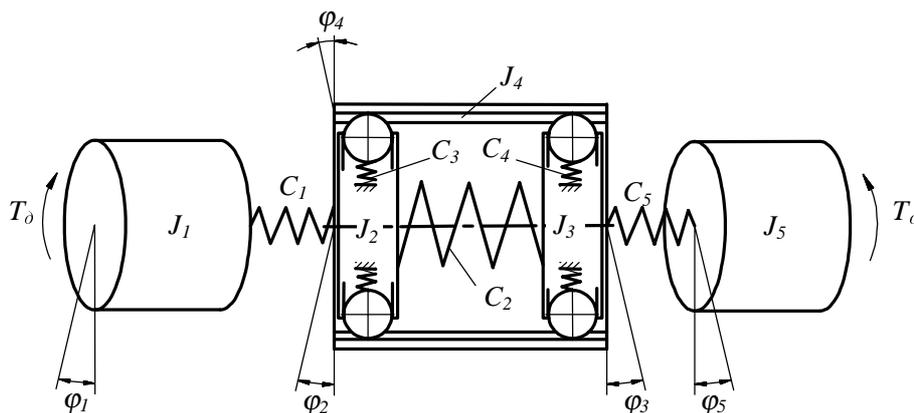


Рис. 1. Розрахункова динамічна модель приводу з компенсуючою муфтою, що має функції запобіжної

Після виходу кульок із зачеплення, при подальшому збільшенні навантаження, відбувається ударна взаємодія кульок з робочими поверхнями пазів. Даний етап функціонування компенсуючої муфти у запобіжному режимі можна описати такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_1 = T_\delta - C_1(\varphi_1 - \varphi_2) \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = C_1(\varphi_1 - \varphi_2) - C_3(\varphi_2 - \varphi_4) \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 = C_3(\varphi_2 - \varphi_4) - C_4(\varphi_4 - \varphi_3) \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 = C_4(\varphi_4 - \varphi_3) - C_5(\varphi_3 - \varphi_5) \\ J_5 \ddot{\varphi}_5 = C_5(\varphi_3 - \varphi_5) - T_o. \end{cases} \quad (2)$$

Якщо вважати, що  $T_\delta = T_o = const$ , то розв'язання можна здійснити звичайним аналітичним методом. Проте доцільно дослідити динамічні навантаження в системі, коли відбувається раптове зростання моменту опору до максимального значення.

Аналітичним розв'язком системи рівнянь (2), шляхом введення відповідних заміन, можна визначити динамічні навантаження, що діють на муфту з боку двигуна та робочого органа машини. Внаслідок таких перетворень отримаємо рівність

$$\begin{aligned} & \ddot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_1 \left( C_1 \frac{(J_1 + (J_2 + J_3 + J_4))}{J_1(J_2 + J_3 + J_4)} + C_5 \frac{(J_5 + (J_2 + J_3 + J_4))}{J_5(J_2 + J_3 + J_4)} \right) + \\ & + \gamma_1 \left[ C_5 C_1 \left( \frac{(J_1 + (J_2 + J_3 + J_4))(J_5 + (J_2 + J_3 + J_4))}{J_1 J_5 (J_2 + J_3 + J_4)^2} - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{1}{(J_2 + J_3 + J_4)^2} \right) \right] = \frac{T_o C_5}{J_5 (J_2 + J_3 + J_4)} + \frac{T_\delta (J_5 (J_2 + J_3 + J_4))}{J_1 J_5 (J_2 + J_3 + J_4)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Для розглядуваного випадку, коли  $T_0 = T_o$  і позначивши відповідні вирази через коефіцієнти

$$k_1 = \left( C_1 \frac{(J_1 + (J_2 + J_3 + J_4))}{J_1(J_2 + J_3 + J_4)} + C_5 \frac{(J_5 + (J_2 + J_3 + J_4))}{J_5(J_2 + J_3 + J_4)} \right);$$

$$k_2 = \left[ C_5 C_1 \left( \frac{(J_1 + (J_2 + J_3 + J_4))(J_5 + (J_2 + J_3 + J_4))}{J_1 J_5 (J_2 + J_3 + J_4)^2} - \frac{1}{(J_2 + J_3 + J_4)^2} \right) \right]; \quad (4)$$

$$k_3 = \frac{T_o C_5}{J_5 (J_2 + J_3 + J_4)} + \frac{T_o (J_5 (J_2 + J_3 + J_4))}{J_1 J_5 (J_2 + J_3 + J_4)},$$

можна привести рівняння (3) до такого вигляду:

$$\ddot{\gamma}_1 + \dot{\gamma}_1 k_1 + \gamma_1 k_2 = k_3. \quad (5)$$

Характеристичне рівняння  $r^4 + r^2 k_1 + k_2 = 0$  з урахуванням  $r^2 = Z$  набуде вигляду

$$z^2 + Z k_1 + k_2 = 0, \quad (6)$$

звідки  $Z_{1,2} = -\frac{k_1}{2} \pm \sqrt{\frac{k_1^2}{4} - k_2}$ . При  $Z_1$  і  $Z_2 < 0$  -  $r_1 = \sqrt{Z_1}$ ;  $r_1 = \sqrt{-Z_1}$ ;  $r_2 = \sqrt{Z_2}$ ;  $r_2 = \sqrt{-Z_2}$ ,

де  $r_1$  і  $r_2$  є частотами коливань системи.

У загальному випадку розв'язок системи є таким:

$$\gamma_1 = \gamma_{1заг} + \gamma_{1част}, \quad (7)$$

де відповідно

$$\gamma_{1заг} = A \sin r_1 t + B \cos r_1 t + C \sin r_2 t + D \cos r_2 t, \quad (8)$$

$$\gamma_{1част} = E. \quad (9)$$

Продиференціювавши рівняння (8), отримаємо

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_1 = r_1 (A \sin r_1 t - B \cos r_1 t) + r_2 (C \sin r_2 t - D \cos r_2 t); \\ \ddot{\gamma}_2 = r_1^2 (-A \sin r_1 t - B \cos r_1 t) + r_2^2 (-C \sin r_2 t - D \cos r_2 t); \\ \ddot{\gamma}_3 = r_1^3 (-A \cos r_1 t - B \sin r_1 t) + r_2^3 (-C \cos r_2 t - D \sin r_2 t). \end{cases} \quad (10)$$

З урахуванням початкових умов

$$\begin{cases} B + D + E = 0 \\ r_1 A + r_2 C = 0 \\ T_o / J_1 = -r_1^2 B - r_2^2 D \\ -r_1^3 A - r_2^3 C = 0 \end{cases} \quad (11)$$

отримаємо відповідну систему рівнянь

$$\begin{cases} B + D + E = 0 \\ T_o / J_1 = -r_1^2 B - r_2^2 D \end{cases} \quad (12)$$

Оскільки  $B = -D - E$ , то шляхом підстановки цієї залежності в друге рівняння системи (12) отримаємо

$$D = \frac{T_o / J_1 - r_1^2 E}{r_1^2 - r_2^2}, \quad (13)$$

$$B = \frac{\frac{T_o}{J_1} - r_1^2 \frac{k_3}{k_2}}{r_1^2 - r_2^2}. \quad (14)$$

Тоді відповідно

$$\gamma_1 = \frac{k_3}{k_2} + \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_1 t + \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_2 t. \quad (15)$$

Величину моменту, що характеризується різницею кутів закручування  $\gamma_1$  та жорсткістю ланок приводу  $C_1$ , можна виразити залежністю  $T_1 = C_1 \gamma_1$ . Відповідно максимальне навантаження з боку двигуна

$$T_{1\max} = C_1 \left[ \frac{k_3}{k_2} + \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_1 t + \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_2 t \right]. \quad (16)$$

Навантаження моментом кінцевої ланки приводу буде

$$\begin{aligned} T_{2\max} = C_5 & \left\{ \left[ -r_1 \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_1 t - r_2 \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_2 t + \right. \right. \\ & + C_1 \frac{(J_1 + (J_2 + J_3 + J_4))}{J_1 (J_2 + J_3 + J_4)} \left. \left( \frac{k_3}{k_2} + \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_1 t + \right. \right. \\ & \left. \left. + \left( \frac{\frac{T_0 - r_1^2 k_3}{J_1} \frac{k_2}{r_1^2 - r_2^2}}{\frac{k_3}{k_2}} \right) \cos r_2 t \right) - \frac{T_0}{J_1} \frac{J_2 + J_3 + J_4}{C_5} \right\}. \quad (17) \end{aligned}$$

Точніші значення величин максимальних обертовими моментами можна отримати введенням в дані рівняння відповідних коефіцієнтів зведення  $k_2, k_3$ .

При перевантаженні відбувається колове зміщення півмуфт відносно внутрішньої поверхні обойми. При цьому проходить радіальне переміщення кульок у певних межах, що залежить від глибини паза  $h_n$  та пов'язане з кутовим переміщенням півмуфт залежністю

$$(\varphi_2 - \varphi_1) = (\varphi_4 - \varphi_3) = \frac{h_n \cdot \text{ctg} \beta}{R_0}, \quad (18)$$

де  $\beta$  – кут підйому профілю паза в поперечному перерізі;  $R_0$  – радіус розміщення кульок.

Колова сила  $P_k$  дорівнює

$$P_k = P_n (\sin \beta + f_2 \cos \beta). \quad (19)$$

де  $P_n$  – нормальна сила, яка діє на поверхню паза;  $f_1, f_2$  – коефіцієнти тертя між кулькою і поверхнею посадкового отвору, кулькою і поверхнею паза, відповідно при радіальному переміщенні кульки та виході її з зачеплення.

Жорсткість підтискних пружин

$$C_3 = \frac{P_k [(\cos \beta - f_2 \sin \beta) - f_1 (\sin \beta + f_2 \cos \beta)]}{\Delta_1}. \quad (20)$$

де  $\Delta_1$  – величина попереднього підтиску пружин.

Додаткове навантаження також може створюватись амортизуючою пружиною жорсткістю  $C_2$ . Величину її можливого закручування, у разі значного осьового зміщення валів, коли коефіцієнт тертя досить високий, можна записати як  $C_{2\varphi} = (\varphi_3 - \varphi_2)$ . З врахуванням деформації амортизаційної пружини  $C_{2X}$ , попереднього підтиску  $\Delta_A$  та коефіцієнта тертя  $f_A$  витків пружини до торцевих поверхонь півмуфт, загальне навантаження запишеться як

$$T_A = C_{2\varphi}(\varphi_3 - \varphi_2) + f_A C_{2X} \Delta_A + |C_{2\varphi}(\varphi_3 - \varphi_2) - f C_{2X} \Delta_A|. \quad (21)$$

При різних значеннях жорсткостей  $C_3, C_4$  підтискних пружин відбувається спрацювання півмуфти з меншою жорсткістю підтискних пружин. В ідеальному варіанті, для забезпечення почергового спрацювання обох півмуфт, з метою збільшення ресурсу муфти, повинна виконуватись умова  $C_3 = C_4$ , тоді система, яка описує навантаження на муфту на другому етапі, буде складатися з трьох рівнянь. Проте в реальних умовах доцільно враховувати випадок, описаний системою (22), як системи рівнянь, яка описує спрацювання муфти в запобіжному режимі і яку можна записати як

$$\begin{cases} J_1 \ddot{\varphi}_2 = T_d - C_1(\varphi_1 - \varphi_2); \\ J_2 \ddot{\varphi}_2 = (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{h_n \operatorname{ctg} \beta}{R_0 \Delta_1} \cdot P_n [(\cos \beta - f_2 \sin \beta) - f_1 (\sin \beta - f_2 \cos \beta)] - \\ - [C_{2\varphi}(\varphi_3 - \varphi_4) + f_A C_{2X} \Delta_A]; \\ J_4 \ddot{\varphi}_4 = (C_3 - C_4) \frac{h_n \operatorname{ctg} \beta}{R_0}; \\ J_3 \ddot{\varphi}_3 = \frac{h_n \operatorname{ctg} \beta}{R_0 \Delta_2} \cdot P_n [(\cos \beta - f_2 \sin \beta) - f_1 (\sin \beta - f_2 \cos \beta)] - \\ - [C_{2\varphi}(\varphi_3 - \varphi_4) + f_A C_{2X} \Delta_A + (C_{2\varphi}(\varphi_3 - \varphi_2) - f_A C_{2X} \Delta_A) - C_5 \varphi_5] \end{cases} \quad (22)$$

Максимальне навантаження в ланках приводу можна розрахувати за відомою залежністю [2], яка в даному випадку набуде вигляду

$$T_{i\max} = C_i (\varphi_{i\max} - \varphi_{i\max}). \quad (23)$$

Об'єктами досліджень є параметри приводу (навантаження, кути закручування, жорсткість ланок) та їх вплив на перехідні режими роботи муфти. По отриманих результатах було побудовано графіки (рис. 2) залежності максимального динамічного навантаження  $T_{\max}$  від конструктивно-силових параметрів елементів муфти.

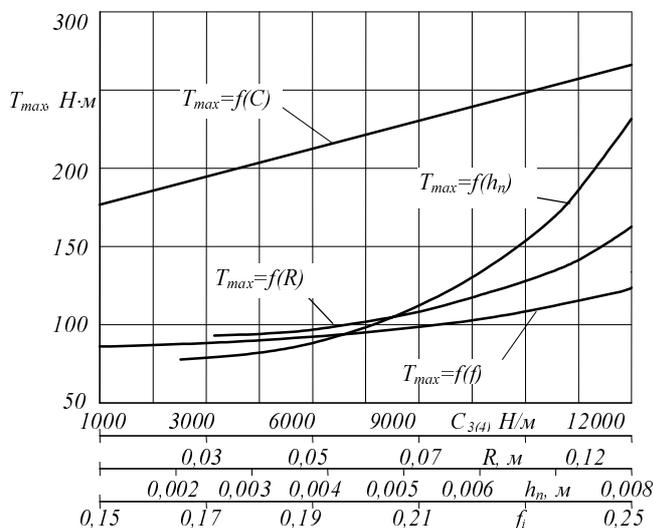


Рис. 2. Залежності максимального динамічного навантаження  $T_{\max}$  від конструктивно-силових параметрів елементів муфти

### Висновок

Внаслідок теоретичних досліджень встановлено, що коефіцієнт динамічності муфти дорівнює  $k_d = 1,07$ . Визначальними факторами, що впливають на спрацьовування муфти в динамічному режимі є жорсткість підтискних пружин  $C_3$ ,  $C_4$  і глибина паза  $h_n$ . Коефіцієнти тертя, радіус розміщення кульок та параметри амортизуючої пружини не мають істотного впливу на величину динамічного моменту і при розрахунках ними можна знехтувати. Дотримання умови  $C_3 = C_4$  забезпечить збільшення ресурсу напрацювання муфти в 1,8 – 2 рази.

1. Комаров М.С. Динамика машин и механизмов. – М.: Машиностроение, 1969. – 341 с.
2. Вейнц В.Л. Динамика машинных агрегатов. – Л.: Машиностроение, 1969. – 368 с.
3. Поляков В.С., Барбаш И.Д., Ряховский О.А. Справочник по муфтам. – Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-ние), 1974. – 352 с.
4. Пат. 43244 А, Україна, МКИ F16D3/22. Запобіжно-компенсуюча муфта. Б.В. Гупка, Р.В. Комар (Україна). – №2001042849. Заяв. 25.04.2001. Опубл. 15.11.2001, Бюл. № 10.

УДК 681.513: 519. 713

Р.Б. Дунець

Українська академія друкарства

## ВИЯВЛЕННЯ ТОПОЛОГІЙ “ДЕРЕВО” В СИСТЕМАХ, ЗВ’ЯЗКИ В ЯКИХ ЗАДАНІ МАТРИЦЯМИ СУМІЖНОСТЕЙ

© Дунець Р.Б., 2003

**Запропонований метод виявлення топологій “дерево” в комп’ютеризованих видавничо-поліграфічних системах, що базується на аналізі вмісту матриць суміжностей, які описують структуру зв’язків між складовими елементами таких систем.**

**This paper deals with the method of determination the “tree’s” topology of the computerized editing and printing systems, which is based on analyses of the adjacency matrix’s contain, which are described the connection’s structure between element’s of this systems.**

### Вступ

У сучасній поліграфії основна увага в процесі впровадження інформаційних технологій була зосереджена насамперед на розробці структур форматів даних, програмних пакетів верстання, опрацювання ілюстрацій, виведення інформації, у той час як розробці методів проектування комп’ютеризованих видавничо-поліграфічних систем приділялося недостатньо уваги. Відомо, що аналіз та синтез складних систем, а видавничо-поліграфічні системи належать до них, проводять окремо в класі (просторі) задач і в класі (просторі) станів [1]. Аналіз та синтез у класі задач зводиться до декомпозиції систем на підсистеми, які теж розбиваються на підсистеми і цей процес продовжується до тих пір, поки внаслідок поділу не будуть отримані елементарні системи. Методи розв’язання таких задач на сьогодні вже достатньо розроблені [2].

Аналіз та синтез у класі станів зводиться до моделі у вигляді орієнтованого графу станів, у якого вершини відповідають певним станам системи, а дуги – функціям і перехо-