

Рис. 7. Вихідний сигнал узгодженого фільтра для коду Баркера

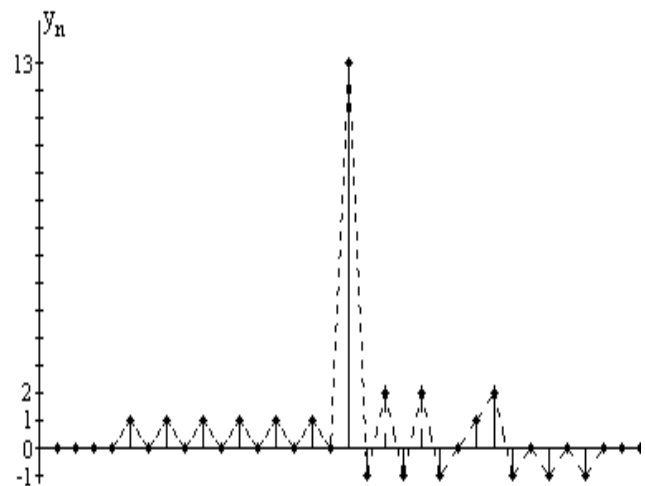


Рис. 8. Вихідний сигнал узгодженого фільтра для ЗДМ-коду

послідовностей, зокрема, шумоподібних. На основі проведеного аналізу запропонованого методу вироблено рекомендації до вибору параметрів шумоподібних кодів, згладжуючого фільтра та ЗДМ-кодера з метою отримання мінімальної ширини спектра створюваного аналогового сигналу та неспотвореного результату узгодженої фільтрації.

1. Pogribny W., Rozhankiwsky I., Drzycimski Z., Milewski A., Lozynsky V. *Differential processing of location signals in time domain. Abstract book of the EOS/SPIE Symposium, Barcelona, Spain, 2000.* 2. Погрибно́й В.А. Дельта-модуляція в цифровій обробці сигналів. – М.: Радио и Связь, 1990. – 216 с. 3. Oppenheim A.V. and Schaffer R.W. *Digital signal processing, Prentice – Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1975.* – 416 p. 4. Spilker J.J. *Digital Communications by Satellite. Prentice – Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, 1977.* – 592 p.

УДК 621.372

П.В. Тимошук

## МАКРОМОДЕЛІ АМПЛІТУДНО- ТА ЧАСТОТНОНЕЗАЛЕЖНОГО ПОМНОЖУВАЧА ЧАСТОТИ ГАРМОНІЧНИХ СИГНАЛІВ

© Тимошук П.В., 2001

**The amplitude and frequency independent analogue and discrete macromodels of harmonic signals frequency multiplier on three has been built. The analogue macromodel has been designed in the rational function form with the influences and their integrals as the arguments. The discrete macromodel has been obtained in the appropriate discrete equation aspect.**

### Вступ

Існують різні методи побудови математичних моделей помножувачів частоти гармонічних сигналів з метою розв'язання відповідних задач синтезу. Наприклад, в [1] описано методуку моделювання помножувачів частоти в цілу кількість разів у вигляді

нерекурсивних алгоритмів для випадку детермінованих сигналів. Підхід, однак, передбачає визначення спряжених сигналів за допомогою додаткового ідеального амплітудно- та частотнонезалежного фазообертача, який повинен забезпечувати точний зсув на  $90^\circ$ . При реалізації такого фазообертача виникають проблеми не лише практичного [2], але й теоретичного характеру [3].

На практиці широко застосовуються помножувачі, виконані на інтегральних мікросхемах. Однак такі помножувачі є амплітудозалежними і вимагають відфільтровування постійної складової вихідних сигналів [4]. Традиційні помножувачі на варакторах є амплітудно- та частотнозалежними. Тому актуальним залишається розв'язання задачі побудови математичних моделей помножувачів частоти, структура і параметри яких не залежать від амплітуди та частоти вхідних сигналів, а вихідні сигнали помножувачів не потребують фільтрації.

### Основна частина

Розглянемо розв'язання задачі побудови макромоделей прецизійного амплітудно- та частотнонезалежного в широких діапазонах зміни амплітуди та частоти гармонічних сигналів помножувача частоти. Розв'язки задачі знайдемо на основі побудови математичних макромоделей помножувача у вигляді дробово-раціональної функції, аргументами якої є вхідні сигнали та їх інтеграли, а також відповідного їй дискретного рівняння.

Нелінійні електронні кола можна описувати макромоделями у вигляді алгебро-диференціальних рівнянь в неявній формі:

$$F[x(t), x'(t), \dots, x^{(m)}(t), y(t), y'(t), \dots, y^{(n)}(t)] = 0, \quad (1)$$

де  $x^{(m)}(t), y^{(n)}(t)$  – часові залежності  $m$ -ї похідної зовнішньої дії та  $n$ -ї похідної відповідної реакції кола,  $F[\dots]$  – нелінійна функція всіх аргументів, яка явно не залежить від часу [5]. Однак коло може описуватись також інтегральним рівнянням. Для отримання макромоделі в формі інтегрального рівняння замінимо в рівнянні (1) похідні від дій та реакцій кола при нульових початкових умовах їх відповідними інтегралами. За мету такої заміни поставимо підвищення ефективності макромодельовання. Зокрема, для аналогових помножувачів частоти, які широко застосовуються, наприклад, в передаючих пристроях і працюють на високих частотах, очевидною є доцільність переходу в їх макромоделях від похідних до інтегралів для забезпечення можливості переходу у відповідних схемах помножувачів від диференціаторів до інтеграторів.

В результаті виконання вказаної заміни вираз (1) набуде форми такого інтегрального рівняння:

$$\Psi \left[ x(t), \int x(t) dt, \iint x(t) dt^2, \dots, \int \dots \int_m x(t) dt^m, \right. \\ \left. y(t), \int y(t) dt, \iint y(t) dt^2, \dots, \int \dots \int_n y(t) dt^n \right] = 0. \quad (2)$$

Згідно з результатами досліджень, рівнянням (2) можна описати аналогову макромодель помножувача частоти гармонічних сигналів. Разом з тим відомо, що інтегральні рівняння можна зводити до еквівалентних диференціальних. Виконаємо таке зведення для рівняння (2), для чого введемо заміни:

$$v(t) = \int \dots \int_m x(t) dt^m, \quad w(t) = \int \dots \int_n y(t) dt^n. \quad (3)$$

З врахуванням заміни (3) вираз (2) можна подати у вигляді еквівалентного диференціального рівняння відносно старшого інтегралу від реакції  $w(t)$ :

$$\Psi[v(t), v'(t), \dots, v^m(t), w(t), w'(t), \dots, w^n(t)] = 0. \quad (4)$$

Оскільки рівняння (4) за формою збігається з (1), застосуємо методику побудови макромоделей у вигляді алгебро-диференціальних рівнянь для випадку макромоделі (4), а отже, і (2).

Нехай електронне коло описується рівнянням (4), функція  $\Psi[\dots]$  якого є неперервною в певній області зміни своїх аргументів. Нехай також задано сигнали  $V(t) \in \{V_N(t)\}$ ,  $W(t) \in \{W_N(t)\}$ , де  $V(t) = [v(t), v'(t), \dots, v^m(t)]$ ,  $W(t) = [w(t), w'(t), \dots, w^n(t)]$ ,  $\{V_N(t)\}$ ,  $\{W_N(t)\}$  – компактні множини сигналів. Тоді для сигналів  $v(t), w(t)$  і значення  $\delta > 0$  згідно з теоремою Стоуна-Вейерштрасса завжди знайдеться такий алгебраїчний многочлен, зокрема, багатовимірний степеневий поліном  $L[\dots]$  скінченного степеня  $(k_0 + \dots + k_m + k_{m+1} + \dots + k_s) > \infty$ , що буде виконуватись нерівність

$$|L(\cdot) - \delta|, \quad (5)$$

де

$$L(\cdot) = \sum_{k_0=0}^{k_0} \dots \sum_{k_m=0}^{k_m} \sum_{k_{m+1}=0}^{k_{m+1}} \sum_{k_s=0}^{k_s} C_{k_0 \dots k_m k_{m+1} \dots k_s} [v(t)]^{k_0} \dots [v^m(t)]^{k_m} [w(t)]^{k_{m+1}} \dots [w^n(t)]^{k_s}, \quad (6)$$

$C_{k_0 \dots k_m k_{m+1} \dots k_s}$  – коефіцієнти полінома,  $s = m + n + 2$ . Отже, функцію  $\Psi[\dots]$  в області зміни її аргументів можна апроксимувати за певною системою базисних функцій з будь-якою наперед заданою точністю алгебраїчним многочленом, зокрема, багатовимірним степеневим поліномом (6). В результаті апроксимаційний вираз в узагальненій формі буде мати вигляд:

$$c_0 f_0(\cdot) + c_1 f_1(\cdot) + c_2 f_2(\cdot) + \dots + c_q f_q(\cdot) = 0, \quad (7)$$

де  $f_i(\cdot)$  ( $i = 0, 1, 2, \dots, q$ ) – деяка система базисних апроксимуючих багатовимірних функцій, аргументами яких є дії, реакції кола та їх інтеграли. Очевидно, що така система функцій є лінійно залежною. Позбудемось від лінійної залежності, для чого пронормуємо рівняння (7), поділивши його почленно на один з коефіцієнтів, для визначеності, наприклад, на  $c_0$  і віднімемо від (7)  $f_0(\cdot)$ . В результаті отримується такий апроксимаційний вираз:

$$c_1^* f_1(\cdot) + c_2^* f_2(\cdot) + \dots + c_q^* f_q(\cdot) = -f_0(\cdot), \quad (8)$$

де система функцій  $f_j(\cdot)$  ( $j = 1, 2, \dots, q$ ) – лінійно незалежна.

Відмітимо, що неявне рівняння (4) при врахуванні всіх його розв'язків в деякій області зміни аргументів можна звести до  $\chi$  незалежних рівнянь в явній формі:

$$w_i^n(t) = \varphi_i[v(t), \dots, v^m(t); w(t), \dots, w^{n-1}(t)], \quad i = 1, \dots, \chi. \quad (9)$$

При цьому кожне з рівнянь (9) буде частковим випадком (4).

Застосування методики розглянемо на прикладі побудови макромоделей прецизійного помножувача частоти гармонічних сигналів на три в формі інтегрального та відповідного йому дискретного рівняння. Для цього як аргументи аналогової макромоделі використаємо

дії, реакції помножувача та їх інтеграли. Аналогову макромодель визначимо числовим методом за вхідними та вихідними часовими характеристиками помножувача. Дискретну макромодель отримаємо, перейшовши за допомогою відомих методів від інтегрального до дискретного рівняння.

Нехай помножувач повинен перетворювати множину вхідних дій  $x(t)$ , де  $A \in [0,5; 12]$ ,  $\omega \in [10; 80]$ ,  $t \in [0; 2\pi/\omega]$  в множину вихідних реакцій  $y(t) = K A \sin 3\omega t$ , де  $K=1,2$ . Задамо значення  $A$ ,  $\omega$ ,  $t$  дискретно з кроком 0.5, 10,  $0.2\pi/\omega$  відповідно. Прийнемо, що аналогова макромодель помножувача описується п'ятивимірним поліномом другого порядку з аргументами:

$$x(t), \int x(t)dt, \iint x(t)dt^2, y(t) \text{ та } \int y(t).$$

Для заданих дискрет  $A$ ,  $\omega$ ,  $t$  за допомогою аналітичного інтегрування  $x(t), y(t)$  обчислимо відповідні дискрети інтегралів від  $x(t)$ ,  $y(t)$  та подвійних інтегралів від  $x(t)$ . Знайдемо коефіцієнти полінома в результаті розв'язання в середньоквадратичній метриці такої апроксимаційної задачі:

$$\left\{ \sum_{k_1=0}^2 \sum_{k_2=0}^2 \sum_{k_3=0}^1 \sum_{k_4=0}^1 \sum_{k_5=0}^1 C_{k_1 \dots k_5} [x(t)]^{k_1} \left[ \int x(t)dt \right]^{k_2} \times \right. \\ \left. \times \left[ \iint x(t)dt^2 \right]^{k_3} [y(t)]^{k_4} \left[ \int y(t)dt \right] \right\}^2 \rightarrow \min_C.$$

При цьому пронормуємо коефіцієнт полінома при  $x(t) \left[ \int x(t)dt \right]^2$  шляхом переборів за критерієм задовольняє точності апроксимації.

### Результати

У результаті розв'язання задачі апроксимації методом найменших квадратів після нехтування малими значеннями знайдених коефіцієнтів отримується макромодель помножувача у формі такого рівняння:

$$\begin{bmatrix} 0,2773 \left[ \int x(t)dt \right]^2 y(t) - 0,2781 x(t) \iint x(t)dt^2 y(t) - \\ - 0,3342 [x(t)]^2 \iint x(t)dt^2 \end{bmatrix} = 0.$$

Знайдена макромодель в явній формі має вигляд:

$$y(t) = \frac{x(t) \left[ \int x(t)dt \right]^2 + 0,3342 [x(t)]^2 \iint x(t)dt^2}{0,2773 \left[ \int x(t)dt \right]^2 - 0,2781 x(t) \iint x(t)dt^2}.$$

Дискретизація останнього співвідношення приводить до відповідного дискретного рівняння:

$$y(k) = \{x(k)[Ix(k)]^2 + 0.3342[x(k)]^2 I^2 x(k)\} / \{0.2773[Ix(k)]^2 - 0.2781x(k)I^2 x(k)\},$$

де

$$Ix(k+1) = Ix(1) + \sum_{i=1}^k (x(i) + x(i+1))/2;$$

$$I^2 x(k+1) = I^2 x(1) + \sum_{i=1}^k (Ix(i) + Ix(i+1))/2; Ix(1) = -A/(\omega \Delta t); I^2 x(1) = 0;$$

$\Delta t$  – крок дискретизації по часу. Максимальні відносні відхилення реакцій знайдених макромоделей від необхідних реакцій помножувача та середньоквадратичні похибки для  $\Delta t = 0,002\pi/\omega$  відповідно рівні:  $\varepsilon = 1,780 \cdot 10^{-3}$ ,  $\delta = 2,376 \cdot 10^{-4}$  та  $\varepsilon^* = 1,881 \cdot 10^{-3}$ ,  $\delta^* = 2,378 \cdot 10^{-4}$ .

Як видно з отриманих результатів, знайдені макромоделі помножувача забезпечують достатньо високу точність перетворення “вхід-вихід”. Як свідчать результати досліджень, спотворення вихідних сигналів макромоделей  $y(t)$  для довільних гармонічних сигналів  $x(t)$  з заданих меж їх зміни без застосування додаткової фільтрації  $y(t)$  є незначними.

На основі отриманих макромоделей прямим моделюванням реалізуються відповідні функціональні схеми аналогового та цифрового помножувачів частоти на три на базі інтеграторів, суматорів, помножувачів, подільників та ланок затримки.

За наведеною методикою задача може бути розв'язана для будь-яких інших меж зміни амплітуди та частоти сигналів. На основі розроблених засобів можна конструювати алгоритми виконання операції множення частоти гармонічних сигналів в  $3^n$  разів. Це здійснюється за допомогою повторення описаних процедур  $n$  разів.

### **Висновки**

Отже, у результаті застосування вищеописаного підходу отримуються амплітудно- та частотнезалежні в широких діапазонах зміни параметрів вхідних сигналів макромоделі помножувачів, які не передбачають здійснення додаткової фільтрації вихідних сигналів. Такі макромоделі дають змогу порівняно просто здійснювати операцію множення частоти гармонічних сигналів. При цьому величини похибок виконання макромоделями перетворення “вхід-вихід” для множин вхідних сигналів  $x(t)$  є достатньо малими.

1. Ланнэ А.А., Малоземов В.Н. *Оптимальный синтез одного класса нелинейных схем при гармонических воздействиях* // *Техническая кибернетика*. – 1982. – № 4. – С.58–66.
2. Тутце У., Шенк К. *Полупроводниковая схемотехника*. – М., 1982.
3. Финк Л.М. *Сигналы, помехи, ошибки*. – М., 1984.
4. Якубовский С.В., Баркалов И.А., Кудряшов Б.И. *Аналоговые и цифровые интегральные схемы*. – М., 1979.
5. Tymoshchuk P.V., Shapovalov Y.I. *Synthesis of electronic devices on the determination and digitization of implicit algebra-differential equations base*. *Radioelectronics and Communications Systems*. – 1998. – Vol.41. – № 4. – P.41–43.