

(10). Для розв'язання даної задачі можна використати методи нелінійного програмування, зокрема метод прямого пошуку за Хуком і Джівсом [6].

1. Бартенев Г.М. *Механические свойства и тепловая обработка стекла.* – М.: Стройиздат, 1960. – 283 с. 2. Махненко В.И. *Расчетные методы исследования кинетики сварочных напряжений и деформаций.* – К.: Наук. думка. – 320 с. 3. Сандитов Д.С., Бартенев Г.М. *Физические свойства неупорядоченных структур.* – М.: Наука, 1982, – 258 с. 4. Асташкін В.І. *Моделювання і розрахунок фазового складу сталей при нерівномірному нагріві-охолодженні.* – Львів, АН України. Фізико-механічний інститут. Препринт № 191. 1994. – 28с. 5. Зенкевич О., Морган К. *Конечные элементы и аппроксимация.* – М.: Мир, 1986. – 319с. 6. Химмельблау Д. *Прикладное нелинейное программирование.* – М.: Мир, 1975. – 532с.

УДК 621.9.048.6

В.М. Боровець, В.О. Коломієць, О.В. Гаврильченко

## ДИНАМІКА МОДЕЛІ РОБОЧОГО СЕРЕДОВИЩА У ВІБРАЦІЙНІЙ МАШИНІ ОБ'ЄМНОЇ ОБРОБКИ ДЕТАЛЕЙ

© Боровець В.М., Коломієць В.О., Гаврильченко О.В., 2001

**In the present paper the mathematical model of the volume treatment vibration machine is investigated. The system of equations describing dynamics of the machine are received. The angular velocity of treating mixture and other parameters characterizing the working regime of the machine are calculated numerically arguments with a help of the software package MathCAD.**

Об'ємна вібраційна обробка деталей внаслідок ряду її переваг є перспективним напрямком технології викінчувальної обробки.

Незалежно від конкретного способу реалізації, її ефект безпосередньо пов'язаний з взаємним рухом робочого середовища (РС) та оброблюваних деталей. Отже, вивчення руху РС є одним з основних завдань при аналізі роботи машин об'ємної обробки.

РС є складним об'єктом, що поєднує властивості сипучих абразивних матеріалів та в'язких рідин, тому строгий математичний опис його неможливий, і при вивченні динаміки доцільно застосовувати модельний підхід. Вибір моделі РС здійснюється з врахуванням характеру руху робочої камери (контейнера) машини і самого РС, його властивостей, способу введення деталей в робочий об'єм машини, їх просторового розташування тощо [1, 2].

Як показують дослідження [1, 2], об'ємна вібраційна обробка в більшості випадків здійснюється в робочій камері з завантаженням по об'єму  $\eta_3=0,6-0,75$  (коефіцієнт заповнення  $\eta_3 = V_{pc} / V_k$ ).

Для РС в даному розрахунку приймаємо одномасну модель. Даний вибір моделі зумовлюється тим, що ефект обробки в машині з обкатником, яку ми розглядаємо, пов'язаний, в основному, з рухом певного “активного” шару, оскільки інша частина об'єму РС відіграє порівняно другорядне значення [3, 4]. Враховуючи те, що в багатьох випадках до складу РС входять рідкі компоненти, в даному розрахунку приймаємо, що РС має властивості в'язкої рідини, зберігаючи також певні властивості сипучого матеріалу.

Розрахунки динаміки системи виконаємо в нерухомій системі координат, початок якої збігається з положенням проекції повздовжньої осі робочої камери в стані спокою. Позначимо  $x_k, y_k, x_3, y_3$  – координати центра мас і робочого середовища. Робоча камера виконана у вигляді циліндра, привідне зусилля до якого прикладається за допомогою дебалансних вібробудників, вісь обертання котрих збігається з віссю контейнера, що через пружні муфти з'єднані з електродвигунами. За рахунок ефекту самосинхронізації дебаланси обертаються синхронно з постійною кутовою швидкістю, тобто впливом руху контейнера на їх обертання нехтуємо.

В стані спокою РС займає переважно нижню частину контейнера, при цьому  $x_3 = x_{30} = 0$ ,  $y_3 = y_{30} \neq 0$ . Для оцінки приймаємо  $y_{30} \approx R_k(\eta_3 - 1)$ ,  $R_k$  – радіус камери контейнера.

Основний інтерес при вивченні руху РС становить рух його зовнішнього шару, прилеглого до стінки контейнера, оскільки саме в цьому шарі відбувається обробка деталей (рис. 1). Тому для характеристики руху РС введемо кутову швидкість обертання поверхневого шару РС  $\dot{\psi}_3^n$ .

Для оцінки кінетичної енергії РС, пов'язаної з його обертанням, приймемо, що в області, прилеглої до центра мас РС, обертання відсутнє, а в напрямку від центра мас до зовнішнього шару кутова швидкість обертання змінюється за лінійним законом:

$$\dot{\psi}_{(r)} = \dot{\psi}_3^n \frac{r}{R_3}, \quad (1)$$

де  $R_3 = \sqrt{\eta_3} \cdot R_k$  – радіус циліндра, яким ми умовно замінюємо при цьому РС.

Для сили тертя між зовнішнім шаром РС та стінкою контейнера, враховуючи наявність властивостей рідини, приймаємо:

$$F_T \approx \eta_1 \cdot S \cdot \Delta V, \quad (2)$$

де  $\eta_1$  – коефіцієнт тертя;  $S$  – площа поверхні контакту РС та стінки контейнера;  $\Delta V$  – різниця дотичних складових лінійних швидкостей поверхні контейнера та прилеглого шару РС.

Згідно із припущенням про залежність кутової швидкості шарів РС для шару, що знаходиться на відстані  $r$  від осі обертання “циліндра” РС, маємо:

$$V_{(r)} = r \cdot \dot{\psi}_{(r)} = \frac{r^2}{R_3} \cdot \dot{\psi}_3^n. \quad (3)$$

Тоді кінетична енергія обертового руху РС дорівнює:

$$T_{pc}^{об} = \frac{d_3 \cdot L}{2} \int_0^{R_3} \int_0^{2\pi} V^2(r) \cdot r \cdot dr \cdot d\alpha = \frac{I_3 \cdot (\dot{\psi}_3^n)^2}{3}, \quad (4)$$

де  $I_3 = \frac{M_3 \cdot R_3^2}{2}$  – момент інерції “циліндра” РС;  $d_3$  – об'ємна густина РС ( $d_3 \approx 2,2-2,4 \cdot 10^3$  кг·м<sup>-3</sup>);

$L$  – довжина контейнера ( $L=0,7$  м);  $M_3$  – маса завантаження РС ( $M_3 \approx 300$  кг).

Повна кінетична енергія РС дорівнює

$$T_{pc} = \frac{M_3 \cdot (\dot{x}_3^2 + \dot{y}_3^2)}{2} + \frac{1}{3} \cdot I_3 \cdot (\dot{\psi}_3^n)^2. \quad (5)$$

Кінетична енергія контейнера:

$$T_k = \frac{M_k \cdot (\dot{x}_k^2 + \dot{y}_k^2)}{2} + \frac{1}{2} \cdot I_k \cdot \dot{\phi}^2, \quad (6)$$

де  $M_k$  – маса контейнера ( $M_k = 96$  кг);  $I_k$  – момент інерції контейнера ( $I_k = 13,2$  кг·м<sup>2</sup>).

Кріплення контейнера до рами машини здійснюється за допомогою пружних елементів, що еквівалентно характеризуються лінійними жорсткостями  $c_x=10^5 \text{ н}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $c_y=5\cdot 10^5 \text{ н}\cdot\text{м}^{-1}$  та кутовою жорсткістю  $c_\varphi=1000 \text{ н}$ ; для коефіцієнтів затухання приймаємо відповідно  $k_x=k_y=80 \text{ н}\cdot\text{с}\cdot\text{м}^{-1}$ ,  $k_\varphi=20 \text{ н}\cdot\text{с}$ .

При обчисленні сили тертя між поверхневим шаром РС та стінкою контейнера розрахунок площі поверхні дотику необхідно враховувати взаємний рух контейнера та РС, а також наявність порожнини внаслідок неповного заповнення контейнера ( $\eta_3 < 1$ ).

Робоче середовище рухається відносно контейнера в напрямку вектора

$$\bar{V}_{3K} = (\dot{x}_3 - \dot{x}_K, \dot{y}_3 - \dot{y}_K) = \bar{V}_3 - \bar{V}_K, \quad (7)$$

де

$$\bar{V}_3 = (\dot{x}_3, \dot{y}_3), \quad \bar{V}_K = (\dot{x}_K, \dot{y}_K).$$

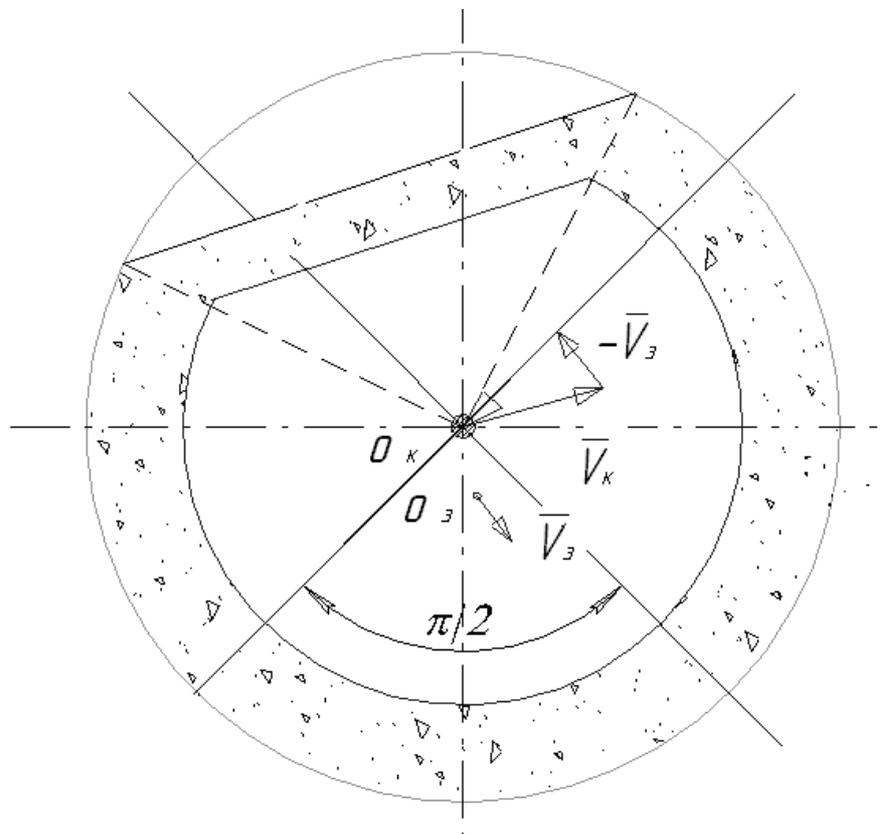


Рис. 1. Схема поверхні контакту РС і контейнера

Поверхня контакту РС обмежена кутами  $\delta_a$ ,  $\delta_b$  (рис. 1). Для зображеного на рис. 1 випадку маємо:

$$\delta_b = \min\left(\gamma_{3K} + \frac{\pi}{2}, \gamma_3\right); \quad (8)$$

$$\delta_a = \max\left(\pi \eta_3, \gamma_{3K} - \frac{\pi}{2}\right). \quad (9)$$

$$\text{де } \gamma_3 = \arctg \frac{y_3 - y_3^0}{x_3 - x_3^0}, \quad \gamma_{3K} = \arctg \frac{\dot{y}_3 - \dot{y}_K}{\dot{x}_3 - \dot{x}_K}.$$

При обчисленні значень кутів  $\gamma_3$  та  $\gamma_{3к}$ , що характеризують відносне зміщення центра мас завантаження від початкового положення та напрямку руху РС відносно контейнера, потрібно враховувати знаки проекцій відповідних векторів на осі координат і використовувати лише додатні значення кутів.

Опис динаміки системи виконаємо за допомогою рівнянь Лагранжа II роду. Знайдемо вирази для складових сили тертя в області контакту РС та контейнера. Виділимо кути  $\alpha$ ,  $\Delta\alpha$  в межах зони контакту. Швидкість поверхні контейнера в межах кута  $\Delta\alpha$  складається з швидкості його власного обертання та швидкості плоского руху  $\bar{V}_K$ .

Проекція сумарної швидкості виділеної ділянки контейнера на вектор дотичної, проведеної в точці, що відповідає куту  $\alpha$ , дорівнює:

$$V_{K\alpha}^T = R_K \cdot \dot{\phi} - \dot{x}_K \cdot \sin \alpha + \dot{y}_K \cdot \cos \alpha. \quad (10)$$

Різниця дотичних складових швидкостей РС та контейнера для кута  $\alpha$  дорівнює:

$$R_K \cdot \dot{\phi} - R_3 \cdot \dot{\psi}_3^n = (\dot{x}_K - \dot{x}_3) \cdot \sin \alpha + (\dot{y}_K - \dot{y}_3) \cdot \cos \alpha. \quad (11)$$

Проекції рівнодійної сили тертя, яку можна вважати прикладеною в точці, що відповідає куту  $\delta_3 = \frac{\delta_a + \delta_b}{2}$ , знаходимо, інтегруючи в межах поверхні контакту:

$$F_{TX}^K = \eta_1 \cdot L \cdot R_K \int_{\delta_a}^{\delta_b} [R_K \cdot \dot{\phi} - R_3 \cdot \dot{\psi}_3^n - (\dot{x}_K - \dot{x}_3) \sin \alpha + (\dot{y}_K - \dot{y}_3) \cos \alpha] \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha =$$

$$= -\eta_1 \cdot L \cdot R_K \left\{ \begin{aligned} &2(R_K \cdot \dot{\phi} - R_3 \cdot \dot{\psi}_3^n) \cdot \sin \delta_3 \cdot \sin \frac{\delta}{2} + \frac{1}{2} (\dot{x}_K - \dot{x}_3) \delta + \\ &+ \frac{1}{2} \sin \delta [(\dot{x}_K - \dot{x}_3) \cos 2\delta_3 + (\dot{y}_K - \dot{y}_3) \sin 2\delta_3] \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

$$F_{Ty}^K = \eta_1 \cdot L \cdot R_K \int_{\delta_a}^{\delta_b} [R_K \cdot \dot{\phi} - R_3 \cdot \dot{\psi}_3^n - (\dot{x}_K - \dot{x}_3) \sin \alpha + (\dot{y}_K - \dot{y}_3) \cos \alpha] \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha =$$

$$= -\eta_1 \cdot L \cdot R_K \left\{ \begin{aligned} &2(R_K \cdot \dot{\phi} - R_3 \cdot \dot{\psi}_3^n) \cdot \cos \delta_3 \cdot \sin \frac{\delta}{2} + \frac{1}{2} (\dot{y}_K - \dot{y}_3) \delta + \\ &+ \frac{1}{2} \sin \delta [(\dot{y}_K - \dot{y}_3) \cos 2\delta_3 + (\dot{x}_K - \dot{x}_3) \sin 2\delta_3] \end{aligned} \right\} \quad ; (13)$$

$$\delta = \delta_b - \delta_a$$

Інтегруючи момент, що створює дотична складова сили тертя, в межах  $(\delta_a, \delta_b)$ , для сумарного моменту сили тертя, що діє на контейнер, одержимо:

$$M_T^K = -\eta_1 \cdot L \cdot R_K^2 \cdot \left\{ \begin{aligned} &(R_K \cdot \dot{\phi} - R_3 \cdot \dot{\psi}_3^n) \cdot \delta + \\ &+ 2 \sin \frac{\delta}{2} [(\dot{x}_K - \dot{x}_3) \sin \delta_3 + (\dot{y}_K - \dot{y}_3) \cos \delta_3] \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Проекції сил тертя, що діють на РС, рівні за величиною і протилежні за знаком до відповідних проекцій сил, що діють на контейнер. Момент сил тертя, прикладений до РС, дорівнює:

$$M_T^3 = -\frac{R_3}{R_K} \cdot M_T^K. \quad (15)$$

Враховуючи, що коефіцієнт заповнення  $\eta_3$  практично ближчий за значенням до 0,5, ніж до 1, приймаємо додатково ще одну умову наявності контакту, а саме, будемо нехтувати контактною взаємодією, якщо маса РС “зависає” в об’ємі контейнера, що має місце у випадку, коли відстань від центра мас РС до центра мас контейнера менша від її величини в стані спокою. Для цього введемо функцію:

$$B = B(x_3, y_3, x_K, y_K) = \frac{1}{2} \left\{ \text{sign} \left[ \sqrt{(x_K - x_3)^2 - (y_K - y_3)^2} - |y_3^0| \right] + 1 \right\} \quad (16)$$

( $x_3^0 = 0$ )

У вказаному випадку значення функції  $B$  дорівнює нулю.

Позначимо через  $Q_X^K, Q_Y^K, Q_X^3, Q_Y^3, Q_\phi, Q_\psi$  узагальнені сили, що відповідають координатам  $x_K, y_K, x_3, y_3, \phi, \psi_3^n$ .

Враховуючи наявність у РС властивостей пружного середовища при обчисленні віртуальної роботи, пов’язаної зі зміною однієї з лінійних координат, роботу проти сил опору будемо розраховувати, як роботу деформації:

$$\delta A_q = E \cdot S \cdot \delta q, \quad (17)$$

де  $E$  – коефіцієнт, що характеризує пружні властивості РС.

Враховуємо також, що при відокремленні РС від поверхні робочої камери в ньому виникає розшарування, що проникає на деяку глибину  $d_0$  ( $d_0 \approx 2$  см). Тому при обчисленні роботи деформації величину  $E$  будемо розраховувати за формулою:

$$E = E(d) = E_0 \left( 1 - e^{-\frac{d}{d_0}} \right), \quad (18)$$

де  $d = \sqrt{(x_K - x_3)^2 + (y_K - y_3)^2} - |y_3^0|$  – оцінка деформації.

Випадок  $d < 0$  враховується за допомогою введеної вище функції  $B$ .

Залежність величини  $E$  від швидкості деформації не враховуємо.

Площа поверхні, по якій має місце деформація зовнішнього шару РС, є складною функцією, що залежить від відносного руху РС та контейнера і має різні значення залежно від вибраної узагальненої координати. Вираз для даної функції є досить громіздкий і в остаточному результаті уточнення його несуттєво впливає на значення величин  $x_K, y_K, x_3, y_3$ .

Оскільки основним в даному розрахунку є знаходження швидкості поверхневого шару РС  $\psi_3^n$ , приймаємо наближено у всіх випадках для площі поверхні деформації:

$$S = \pi \cdot R_K \cdot L.$$

Для внутрішнього тертя між шарами РС, враховуючи наявність властивостей рідини, приймаємо:

$$F_T \approx \mu \cdot \frac{dV}{dr},$$

де  $\mu$  – коефіцієнт тертя.

Тоді для моменту сил внутрішнього тертя можна одержати:

$$L_3 = 2\mu \cdot \frac{M_3}{d_3} \cdot \dot{\psi}_3^n.$$

Отже, записуючи рівняння руху системи у вигляді рівнянь Лагранжа II роду, одержимо:

$$\begin{cases} M_K \ddot{x}_K = -c_x x_K - k_x \dot{x}_K + B \cdot S \cdot E \cdot \cos \gamma_K \cdot \text{sign}(\dot{x}_3 - \dot{x}_K) + F_{TX}^K ; \\ M_K \ddot{y}_K = -c_y y_K - k_y \dot{y}_K + B \cdot S \cdot E \cdot \sin \gamma_K \cdot \text{sign}(\dot{y}_3 - \dot{y}_K) + F_{TY}^K ; \\ I_K \ddot{\phi} = -c_\phi \phi - k_\phi \dot{\phi} + M_T^K ; \\ M_3 \ddot{x}_3 = B \cdot S \cdot E \cdot \cos \gamma_{31} \cdot \text{sign}(\dot{x}_K - \dot{x}_3) - F_{TX}^K ; \\ M_3 \ddot{y}_3 = B \cdot S \cdot E \cdot \sin \gamma_{31} \cdot \text{sign}(\dot{y}_K - \dot{y}_3) - F_{TY}^K ; \\ \frac{2}{3} I_3 \ddot{\psi}_3^n = M_T^3 - L_3 . \end{cases} \quad (20)$$

де  $\gamma_{31} = \arctg \frac{\dot{y}_3}{\dot{x}_3}$ .

Розв'язання одержаної системи рівнянь (20) виконуємо числовим методом за допомогою пакета MathCAD. Результати обчислень показані на рис.2 – 4.

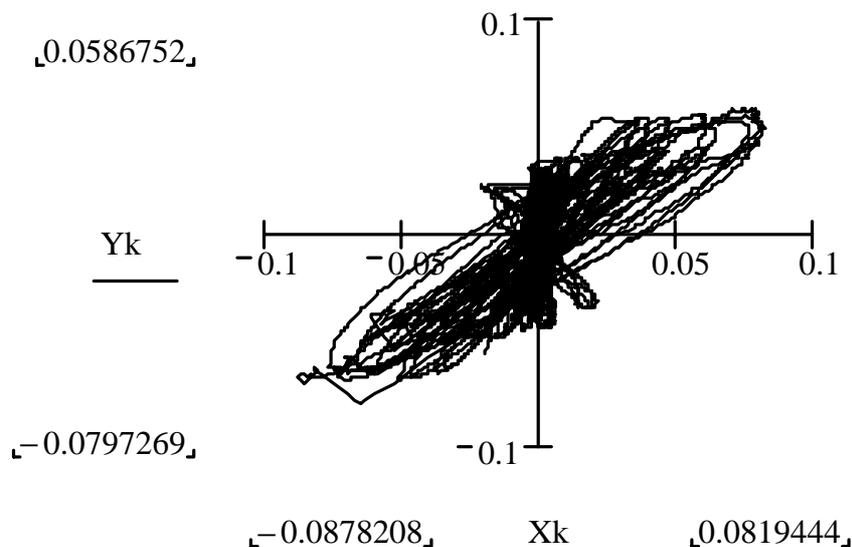


Рис. 2. Коливання центра мас робочої камери

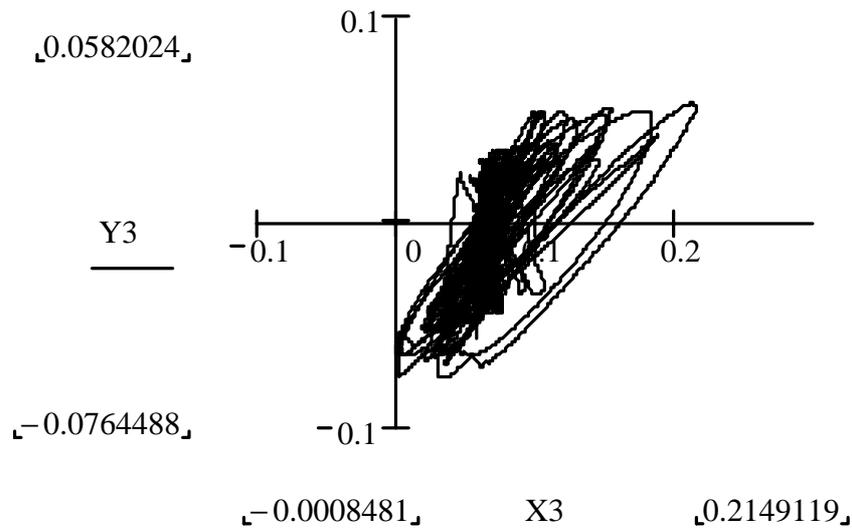


Рис. 3. Коливання центра мас робочого середовища

Як видно з графіків, центр мас контейнера та РС коливаються за траєкторіями, відмінними від еліптичних, при цьому максимальні відхилення становлять  $\approx 5$  мм та  $\approx 3$  мм. Швидкість руху поверхневого шару РС становить 10–25 см/с, що відповідає експериментальним даним і приблизно лінійно залежить від амплітуди коливань контейнера, та протягом часу  $t \approx 25$  с виходить на встановлений режим переміщення. Зміна амплітуди характеризується коефіцієнтом регулювання дебалансних вузлів ( $k_d=0-1$ ).

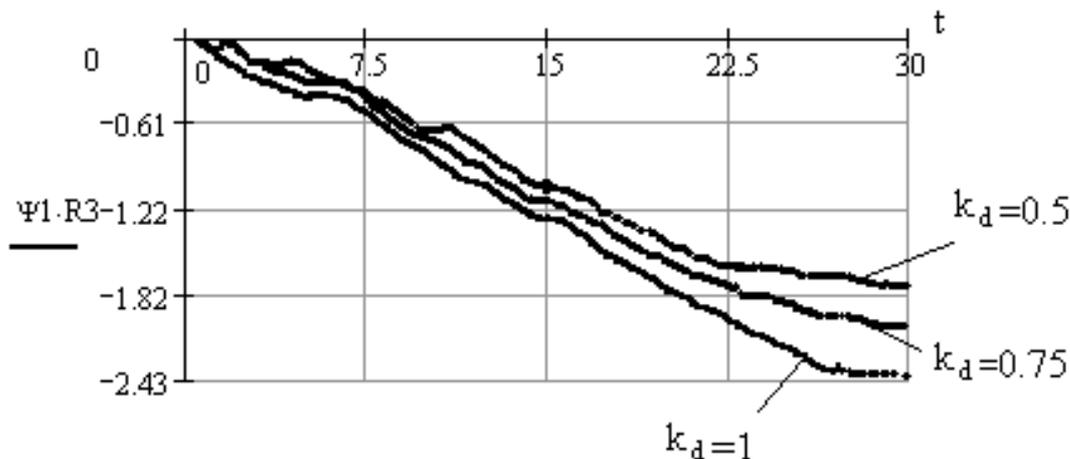


Рис. 4. Графік залежності швидкості руху робочого середовища ( $\Psi 1 \cdot R 3$ ) в робочій камері від часу при різних значеннях  $k_d$

Робоче середовище, згідно з одержаними значеннями  $x_3$ ,  $y_3$ , при роботі машини займає положення в нижній частині контейнера, що свідчить про обґрунтованість припущень прийнятих при розрахунку поверхні деформації РС при його контакті зі стінкою камери.

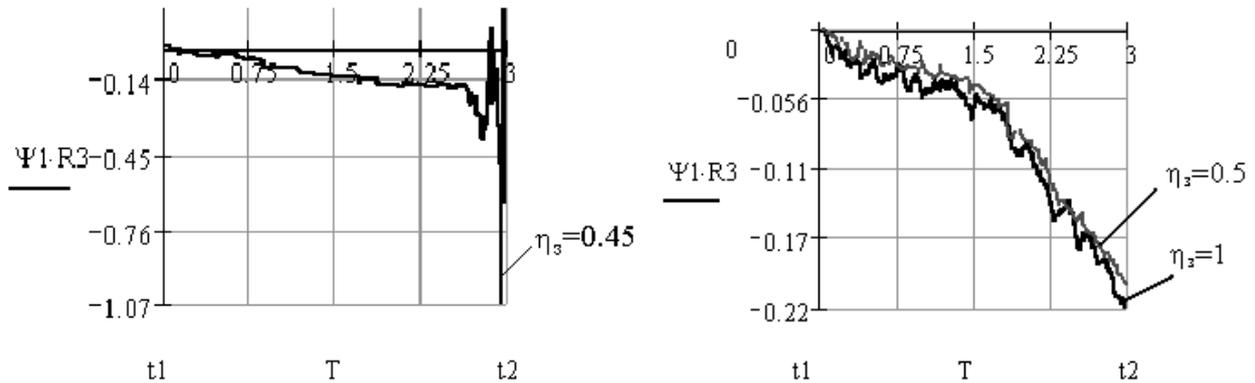


Рис. 5. Графік залежності швидкості руху робочого середовища ( $\Psi_1 \cdot R_3$ ) від часу при різних значеннях коефіцієнта завантаження  $\eta_3$

Із результатів досліджень (рис. 3) випливає, що рівняння правильно описують рух робочої камери і середовища в межах завантаження камери  $\eta_3=0,5 - 1$ .

1. Субач А.П. Динамика процессов и машин объемной вибрационной и центробежной обработки насыпных деталей. – Рига: Зинатне, 1991. – 400 с. 2. Карташов И.Н., Шаинский М.Е., Власов В.А. Обработка деталей свободными абразивами в вибрирующих резервуарах. – К.: Вища школа, 1975. – 189 с. 3. Топільницький В.Г. Моделювання руху шару середовища робочого контейнера вібраційної машини об'ємної обробки деталей // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль в машинобудуванні. – 2000. – № 394. – С. 104. 4. Боровець В.М., Гаврильченко О.В., Коломієць В.О. Аналіз динаміки вібраційних машин об'ємної обробки деталей // Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль в машинобудуванні. – 2000. – № 412. – С 54–60.

УДК 681.624

М.І. Верхола, І.Б. Гук, В.М. Бабінець

## КОЛОВЕ І ОСЬОВЕ РОЗКОЧУВАННЯ ФАРБИ У ФАРБОВІЙ СИСТЕМІ З ТРЬОМА НАКОЧУВАЛЬНИМИ ВАЛИКАМИ

© Верхола М.І., Гук І.Б., Бабінець В.М., 2001

**The mathematical model is designed and the alarm graph circular both axial is considered of paint and her reliefs by colorful system with three rolling cylinders is constructed.**

Нанесення фарби на форму з метою подальшої її передачі на паперову стрічку в друкарських машинах реалізується за допомогою фарбових систем різних структур.

Для машин офсетного і високого друку фарба розкочується і передається на форму фарбовими апаратами дукторного типу, які складаються з фарбоподаючої, розкочувальної та накочувальної груп. До складу апаратів входить різна кількість металевих циліндрів і еластичних валиків. Дуктор і металеві циліндри мають примусовий рух, а еластичні валики – фрикційний.

Розкочувальні (розтиральні) металеві циліндри, крім обертового руху здійснюють осьове переміщення [1, 8]. Наявність останніх спричиняє перемішування відносно незалеж-