

взаємно незалежними та можуть містити різну інформацію. Лінії комунікації, через які поширюються ці сигнали, також взаємозалежні.

2. Показано, що динамічний оптичний сигнал, який поширюється в просторовій лінії комунікації, багатократно відтворюючись із статичного сигналу, існує до того часу, доки в часовій лінії комунікації існує статичний сигнал.

3. Встановлено, що процес добування інформації з прийнятих оптичного і акустичного сигналів є ієрархічно складним. Кожному з чотирьох ієрархічних рівнів складності властиві мікрофункції виявлення, селекції, розпізнавання та ідентифікації. На третьому та четвертому ієрархічних рівнях ще додаються мікрофункції ототожнення.

4. На основі введеного поняття інформаційного алфавіту розглянуто методику визначення основних інформаційних параметрів функцій розпізнавання ієрархічно ускладнених елементів опрацьованих сигналів.

1. Шенон К. *Работы по теории информации и кибернетике*. – М.: ИЛ, 1963 – 829 с. 2. Широков В.Д. *Інформаційна теорія лексикографічних систем*. – К.: „Довіра”, 1998 – 329 с. 3. Дирингер Д. *Алфавит*. – М.: ИЛ, 1963 – 531 с. 4. Чернавский Д.С. *Синергетика и информация*. – М.: “Едиториал УРСС”, 2004. – 287 с.

УДК 539.293

В.В. Гоблик, В.А. Павлиш, І.В. Ничай

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра електронних засобів інформаційно-комп’ютерних технологій

МОДЕЛЮВАННЯ ФОТОННИХ КРИСТАЛІВ ГІЛЛЯСТИМИ ЛАНЦЮГОВИМИ ДРОБАМИ

© Гоблик В.В., Павлиш В.А., Ничай І.В., 2007

Для опису фотонних кристалів запропоновано моделі у вигляді гіллястих ланцюгових дробів. Проаналізовано переваги таких моделей для задач дослідження інфокомунікаційних властивостей фотонних кристалів на базі модульованих нанорозмірних структур. Досліджено особливості розподілу поля одновимірного фотонного кристала на основі тонкої періодично-неоднорідної пластини. Розглянуто прикладні задачі використання результатів цього дослідження в перспективних інфокомунікаційних системах.

In given paper the models of photon crystals in the form of branchedcontinual fractions are offered. Advantages of such models for the problems of research of info-communicational properties of the photon crystals on the basis of modulated nano-dimensional structures are analysed. Features of a field distribution of the one-dimensional photon crystal on the basis of thin periodically - a non-uniform plate are investigated. Applied problems of results use of the given research in perspective info-communicational systems are considered.

Вступ. Задача освоєння нанорозмірної сфери для розв’язку актуальних проблем розвитку людства визначена як основні національні пріоритети провідних країн світу, в тому числі і України [1]. Тому розробка математичних моделей як ефективного інструмента дослідження фотонних кристалів на базі нанорозмірних структур є надзвичайно важливою науково-технічною проблемою.

Незважаючи на те, що поняття фотонного кристала введено в науку американським спеціалістом Еллі Яблоновичем ще в 1987 р. [2], інтерес до різних аспектів створення та дослідження "фотонних кристалів" значно посилюється. Лавиноподібне зростання публікацій як в періодичних наукових виданнях, так і в матеріалах авторитетних міжнародних науково-технічних симпозиумів та конференцій свідчать про те, що тема моделювання фотонних кристалів як антропогенного, так і природного походження для дослідження їх різноманітних властивостей, зокрема інфокомунікаційних, далеко ще не вичерпана. Річ у тім, що поняття "фотонний кристал" на сьогодні далеко вийшло за межі свого початкового змісту. Тепер воно охоплює величезний пласт як в історичному, так і в тематичному плані результатів досліджень в галузі радіофізики, радіотехніки, математичної фізики, зокрема теорії дифракції хвиль та інших фізико-технічних наук, актуальність яких для розвитку науки тільки посилюється. Саме тому багато методів та розв'язків задач дифракції електромагнітних хвиль, збудження періодично-неоднорідних електродинамічних структур, модульованих антенних решіток, створених під час освоєння метрового, сантиметрового та міліметрового діапазонів хвиль, виявились придатними для розробки математичних моделей фотонних кристалів на основі нанорозмірних структур. Коректність застосування макроскопічних рівнянь Максвелла в нанометровому діапазоні хвиль, де ще малопомітні квантові властивості речовини, енергії та їх просторово-часової організації, доведена в багатьох роботах методами теорії подібності [3] та масштабування фізичних явищ [4]. В оглядових роботах, наприклад в [4, 5], показано, що інфокомунікаційні властивості фотонних кристалів визначаються періодичним характером модуляції їх конструктивних параметрів. Така періодичність в просторово-часовій організації структури фотонного кристала проявляється в певний спосіб в структурах його математичних моделей. Наприклад, розв'язання задач електромагнітного збудження модульованих імпедансних та діелектричних структур в строгій електродинамічній постановці [6–14], як це відмічено в [15], зводяться до аналізу розв'язків, одержаних у вигляді математичних співвідношень, що описуються поняттям гіллястого ланцюгового дробу [16] і допускають дослідження методами, розвинутими в [17, 18]. Саме те, що гіллясті ланцюгові дроби описують інфокомунікаційні властивості деякого класу фотонних кристалів, визначило мету та завдання цього дослідження, які полягають в створенні та дослідженні математичних моделей у вигляді гіллястих ланцюгових дробів одновимірних фотонних кристалів на основі модульованих нанорозмірних діелектричних структур для задач створення перспективних інфокомунікаційних технологій. В роботі розроблені нові математичні моделі, які уможливають дослідити фундаментальні особливості формування просторового розподілу поля фотонних кристалів, що визначаються їх конструктивними параметрами та сформулювати рекомендації щодо застосування фотонних кристалів в інфокомунікаційних системах нового покоління.

Постановка завдання. Основні математичні співвідношення. Розглянемо одновимірний фотонний кристал, який є модульованою нанорозмірною діелектричною структурою (рис. 1) у вигляді тонкої пластини $b \leq \lambda$, (λ – довжина хвилі у вільному просторі), діелектрична проникливість якої $\varepsilon'(y)$ являє собою результат накладання постійної складової діелектричної проникливості ε'_{a0} та двох накладених одна на одну кратних періодичних послідовностей неоднорідностей діелектричної проникливості у вигляді прямокутних функцій завширшки Δ , причому величина неоднорідностей з періодом d_1 становить ε'_{aM_1} , а величина неоднорідностей з періодом $d_2 = nd_1$, ($n = 1, 2, \dots, N$) становить ε'_{aM_2} . Нанорозмірна структура знаходиться у вільному просторі з параметрами $\varepsilon_0, \mu_0, \sigma_E$ ($\sigma_E = 0$) та збуджується для конкретності ниткою магнітного струму, $J_x^M(y', z') = J_{x0}^M \delta(y' - 0) \delta(z' - 0)$, як показано на рис. 1 (випадок збудження електричних хвиль, що поширюються вздовж осі y).

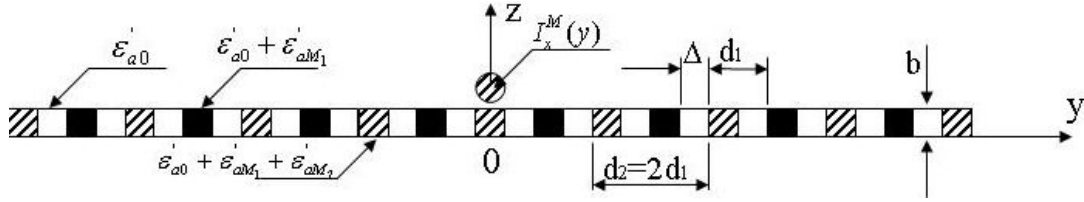


Рис. 1. Модульована нанорозмірна діелектрична структура

Задача допускає розташування нитки струму у будь-якій точці осі z , включаючи нескінченно віддалену точку. Задача аналізу у цій постановці полягає в розрахунку просторового розподілу поля у дальній зоні кристала як функції параметрів його конструкції та дослідженні особливостей формування спектра просторових гармонік поля, що поширюються над структурою кристала.

Для розв'язку цієї задачі аналізу скористаємось результатами роботи [14]. У цій роботі показано, що для найбільш загального випадку модуляції діелектричної проникливості накладеними одна на одну N кратних періодичних послідовностей прямокутних функцій, коли закон розподілу діелектричної проникливості $\varepsilon'(y)$ поданий формулою (1)

$$\varepsilon'(y) = \varepsilon'_{a0} + \sum_{i=1}^N \varepsilon'_{aM_i} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{y - nd_i}{\Delta}\right); \quad d_N = \prod_{i=1}^{N-1} p_i d_1, \quad \Delta \ll \lambda, \quad p_i \in \{N\}. \quad (1)$$

Спектральна густина поля модульованої нанорозмірної структури $\xi_N(\chi)$ (узагальнена діаграма спрямованості [19]) може бути описана гіллястим ланцюговим дробом, побудова якого здійснюється за рекурентною формулою (2) [15]

$$\xi_N(\mathcal{E}) \cong \xi_{N-1}(\mathcal{E}) - \frac{Z_N \sum_{n_N=-\infty}^{\infty} \xi_{N-1}(\mathcal{E} - n_N T_N) C_{n_N}}{\prod_{m=0}^N D_{m,\Delta}(\mathcal{E})}; \quad D_{N,\Delta}(\mathcal{E}) = 1 + Z_N \sum_{n_N=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n_N}}{\prod_{m=1}^N D_{m-1,\Delta}(\mathcal{E} - n_N T_N)}, \quad (2)$$

де

$$\begin{aligned} \xi_0(\mathcal{E}) &= F^E(\mathcal{E})/D_{0,\Delta}(\mathcal{E}); \quad D_{0,\Delta}(\mathcal{E}) = \sqrt{\mathcal{E}^2 - 1} - Z_0; \\ Z_N &= -\mathcal{E}'_{aM_N} \mathfrak{b} \Delta / d_N; \quad C_{n_N} = \text{sinc}(n_N \pi \Delta / d_{n_N}); \quad T_N = \lambda / d_N; \\ Z_0 &= \mathfrak{b} \mathcal{E}'_{a0}; \quad \mathfrak{b} = b / \lambda; \quad \mathcal{E}'_{a0} = \varepsilon'_{a0} / \varepsilon_0; \quad \mathcal{E}'_{aM1} = \varepsilon'_{aM1} / \varepsilon_0; \quad \mathcal{E} = \chi / k = \sin \theta^0; \end{aligned} \quad (3)$$

χ – просторова частота; кут θ^0 – відраховується від нормалі до структури.

Побудуємо за формулою (2) дві математичні моделі двох фотонних кристалів. Одну модель, що описує фотонний кристал з модуляцією діелектричної проникливості однією послідовністю прямокутних функцій ($N=1$). Другу модель, що описує фотонний кристал (рис. 1) з модуляцією діелектричної проникливості двома накладеними одна на одну кратними періодичними послідовностями прямокутних функцій ($N=2$).

Математична модель фотонного кристала, який є нанорозмірною структурою, модульованою однією періодичною послідовністю прямокутних функцій ($N=1$)

На першому кроці побудови математичної моделі необхідно у формулу (2) підставити значення $N=1$. В результаті отримаємо для спектральної густини поля $\xi_1(\chi)$ таке математичне співвідношення:

$$\xi_1(\mathcal{E}) \cong \xi_0(\mathcal{E}) - \frac{Z_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \xi_0(\mathcal{E} - n_1 T_1) C_{n_1}}{D_{0,\Delta}(\mathcal{E}) D_{1,\Delta}(\mathcal{E})}, \quad (4)$$

де компоненти формули (4) з огляду на формули (2) та (3) описуються такими математичними співвідношеннями:

$$\xi_0(\mathcal{E}) = F^E(\mathcal{E})/D_{0,\Delta}(\mathcal{E}); \quad D_{0,\Delta}(\mathcal{E}) = \sqrt{\mathcal{E}^2 - 1} - Z_0; \quad D_{1,\Delta}(\mathcal{E}) = 1 + Z_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n_1}}{D_{0,\Delta}(\mathcal{E} - n_1 T_1)};$$

$$Z_1 = -\epsilon'_{am_1} b \Delta / d_1; C_m = \sin c(n_1 \pi \Delta / d_m);$$

$$\xi_0(\mathcal{K} - n_1 T_1) = F^E(\mathcal{K} - n_1 T_1) / D_{0,A}(\mathcal{K} - n_1 T_1); D_{0,A}(\mathcal{K} - n_1 T_1) = \sqrt{(\mathcal{K} - n_1 T_1)^2 - 1} - Z_0. \quad (5)$$

На другому кроці побудови математичної моделі за формулою (2) необхідно знайти спектральну густину стороннього джерела поля $F^E(\chi)$, яка визначається таким виразом [19]:

$$F^E(\chi) = \frac{1}{4\pi} \int_S \left[\frac{\chi^2}{i\omega\epsilon'_a} J_z^e - i\chi \left(\frac{\pm \sqrt{\chi^2 - k^2}}{i\omega\epsilon'_a} J_y^E - J_x^M \right) \right] e^{i\chi y' \mp \sqrt{\chi^2 - k^2} z'} dy' dz', \quad (6)$$

де S' – площа перетину стороннього джерела поля.

Підстановка у формулу (6) наведеного вище виразу для нитки магнітного струму $J_x^M(y', z') = J_{x0}^M \delta(y' - 0) \delta(z' - 0)$ дає таке значення для спектральної густини падаючого поля: $F^E(\chi) = -i J_{x0}^M / 4\pi = C_0$, що дає можливість привести формулу (4) до такого вигляду:

$$\xi_1(\mathcal{K}) \cong \frac{C_0}{D_{0,A}(\chi) D_{1,A}(\chi)}. \quad (7)$$

У (7) враховано, що

$$\xi_0(\mathcal{K} - n_1 T_1) = F^E(\mathcal{K} - n_1 T_1) / D_{0,A}(\mathcal{K} - n_1 T_1) = C_0 / D_{0,A}(\mathcal{K} - n_1 T_1). \quad (8)$$

Підстановка далі у формулу (7) компонентів, що описуються співвідношеннями (5), дає змогу побудувати таку математичну модель (9) одновимірного фотонного кристала з модуляцією її конструктивних параметрів однією періодичною послідовністю прямокутних функцій:

$$F_1(\chi) = C_0 \frac{\sqrt{\mathcal{K}^2 - 1}}{\sqrt{\mathcal{K}^2 - 1 - b \epsilon'_{a0} / \lambda}} \left(1 - \frac{\epsilon'_{am_1} b \Delta}{\lambda d_1} \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{\sin c(n_1 \pi \Delta / d_1)}{\sqrt{(\mathcal{K} - n_1 \lambda / d_1)^2 - 1 - b \epsilon'_{a0} / \lambda}} \right). \quad (9)$$

Зауважимо, що під час побудови математичної моделі (9) суммарне поле джерела та модульованої нанорозмірної структури визначалося за співвідношенням $F_1(\mathcal{K}) = (\sqrt{\mathcal{K}^2 - 1}) \xi_1(\mathcal{K})$.

Необхідно підкреслити, що рекурентна формула (2) призначена для побудови рішення задач збудження періодично неоднорідних електродинамічних структур з модуляцією їх конструктивних параметрів з числом N накладених одна на одну кратних одна одній періодичних послідовностей прямокутних функцій за умови, коли відомий розв'язок задачі для $N-1$ накладених одна на одну таких періодичних функцій.

Математична модель (9) описує залежність розподілу поля у дальній зоні фотонного кристала як функцію просторового кута спостереження θ^0 для певної множини конструктивних та електричних параметрів $(\epsilon'_{a0}, \epsilon'_{am_1}, \lambda, \Delta, b, d_1)$. Для дослідження кутової залежності розподілу поля над структурою необхідно у формулі (9) провести заміну змінних: $\mathcal{K} \rightarrow \sin \theta^0$.

Крім сформульованої вище задачі аналізу, розроблена математична модель дає змогу досліджувати на комплексній площині $\dot{\chi} = Re(\dot{\chi}) + i Im(\dot{\chi})$ "поведінку" годографів постійної поширення χ_0 нульової (основної) просторової гармоніки поля вздовж осі Y , що має важливе прикладне значення для дослідження параметрів "заборонених" та "дозволених" зон такого "фотонного кристала". Модель дає змогу також ефективно здійснювати синтез конструкції фотонного кристала за заданим просторовим розподілом поля, тобто в результаті такого "конструктивного синтезу" визначаються величини параметрів конструкції фотонного кристала $\epsilon'_{a0}, \epsilon'_{am_1}, \Delta, b, d_1$.

Математична модель фотонного кристала, який є нанорозмірною структурою, модульованою двома періодичними послідовностями прямокутних функцій (N=2)

Для випадку, коли нанорозмірна структура, модульована двома накладеними одна на одну кратними періодичними послідовностями прямокутних функцій (N=2) (рис. 1), математична модель

такого фотонного кристала може бути побудована аналогічно до попереднього випадку з використанням рекурентної формули (2) за таким алгоритмом:

Крок 1. У формулу (2) необхідно підставити значення $N=2$ та записати в розгорнутому вигляді знаменник її другої складової:

$$\xi_2(\mathcal{E}) \cong \xi_1(\mathcal{E}) - \frac{Z_2 \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \xi_1(\mathcal{E} - n_2 T_2) C_{n_2}}{D_{0,\Delta}(\mathcal{E}) D_{1,\Delta}(\mathcal{E}) D_{2,\Delta}(\mathcal{E})}, \quad (10)$$

де $D_{0,\Delta}(\mathcal{E})$ та $D_{1,\Delta}(\mathcal{E})$ описуються формулами (5). Функція $D_{2,\Delta}(\mathcal{E})$ будується за допомогою рекурентної формули (2). Результат побудови має такий вигляд:

$$D_{2,\Delta}(\mathcal{E}) = 1 + Z_2 \sum_{n_2=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n_2}}{D_{0,\Delta}(\mathcal{E} - n_2 T_2) D_{1,\Delta}(\mathcal{E} - n_2 T_2)}, \quad (11)$$

$$\text{де } D_{0,\Delta}(\mathcal{E} - n_2 T_2) = \sqrt{(\mathcal{E} - n_2 T_2)^2 - 1 - Z_0}; \quad (12)$$

$$D_{1,\Delta}(\mathcal{E} - n_2 T_2) = 1 + Z_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n_1}}{D_0(\mathcal{E} - n_1 T_1 - n_2 T_2)} = 1 + Z_1 \sum_{n_1=-\infty}^{\infty} \frac{C_{n_1}}{\sqrt{(\mathcal{E} - n_1 T_1 - n_2 T_2)^2 - 1 - Z_0}}; \quad (13)$$

$$Z_2 = -\epsilon'_{aM_2} \beta \Delta / d_2; C_{n_2} = \sin c(n_2 \pi \Delta / d_2); T_2 = \lambda / d_2; \quad (14)$$

$$\xi_1(\mathcal{E} - n_2 T_2) = \frac{C_0}{D_{0,\Delta}(\mathcal{E} - n_2 T_2) D_{1,\Delta}(\mathcal{E} - n_2 T_2)}. \quad (15)$$

Крок 2. Спростити модель (10), взявши до уваги співвідношення (7) та (15).

В результаті математична модель фотонного кристала матиме такий вигляд:

$$\xi_2(\mathcal{E}) \cong \frac{C_0}{D_{0,\Delta}(\mathcal{E}) D_{1,\Delta}(\mathcal{E}) D_{2,\Delta}(\mathcal{E})}. \quad (16)$$

Сумарне поле джерела та модульованої нанорозмірної структури визначається таким співвідношенням:

$$F_2(\mathcal{E}) = (\sqrt{\mathcal{E}^2 - 1}) \xi_2(\mathcal{E}). \quad (17)$$

Зауважимо, що математична модель (16) являє собою в розгорнутому вигляді особливий клас гіллястих ланцюгових дробів, що виникають у задачах дифракції хвиль на періодично-неоднорідних структурах. Такі дроби відрізняються тим, що мають N гілок розгалужень з комплексними компонентами. Кількість гілок розгалужень N дорівнює кількості накладених одна на одну кратних періодичних послідовностей прямокутних функцій. Знаменник математичної моделі може приймати для певної множини параметрів конструкції кристала та комплексних величин просторової частоти \mathcal{E} нульові значення на інтервалі $-1 \leq \mathcal{E} \leq 1$, що означає появу просторових гармонік поля, що випромінюються структурою. Для дослідження інфокомунікаційних властивостей фотонних кристалів особливий інтерес являють собою корені характеристичного рівняння, яке отримаємо прирівнянням до нуля знаменника співвідношення (16):

$$D_{0,\Delta}(\mathcal{E}) D_{1,\Delta}(\mathcal{E}) D_{2,\Delta}(\mathcal{E}) = 0. \quad (18)$$

Корені рівняння (18) описують нескінченний спектр просторових гармонік поля (фотонів), що поширюються вздовж осі y (рис. 1). Залежно від величини амплітуди модуляції діелектричної проникності ϵ'_{aM_1} та ϵ'_{aM_2} , а також періодів d_1 та d_2 ці корені можуть бути як дійсними, так і комплексними величинами. У разі комплексних коренів за відсутності втрат у діелектрику деякі просторові гармоніки поля випромінюються з поверхні фотонного кристала.

Результати числових досліджень інфокомунікаційних властивостей модульованих нанорозмірних структур

На рис. 2–13 показано результати розрахунку просторового розподілу поля фотонного кристала у вигляді нанорозмірної структури, модульованої однією періодичною послідовністю

прямокутних функцій. Поле розраховувалось для верхньої півплощини ($Z>0$). Досліджувались особливості формування поля для зростаючих значень періодів $d_1 \rightarrow D$ модуляції діелектричної проникності структури. Інші параметри конструкції кристала, такі як ширина неоднорідностей діелектричної проникності $\Delta \rightarrow DL=0.2$ та узагальнені параметри конструкції $Z_1 \rightarrow ZM = -0.99$ та $Z_0 \rightarrow Z0 = 1$ залишались незмінними. На рис. 2–13 по осі абсцис відкладено величину кута θ^0 (в градусах), а по осі ординат – нормовану величину напруженості електричного поля $F_1(\sin(\theta^0))$.

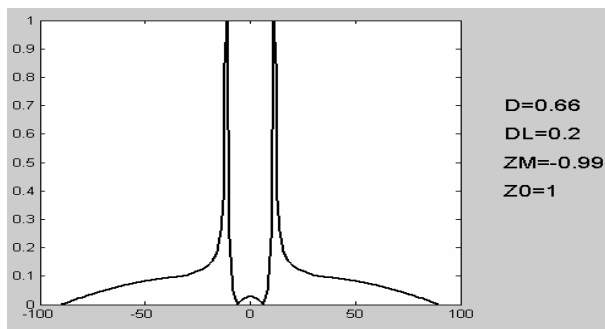


Рис. 2

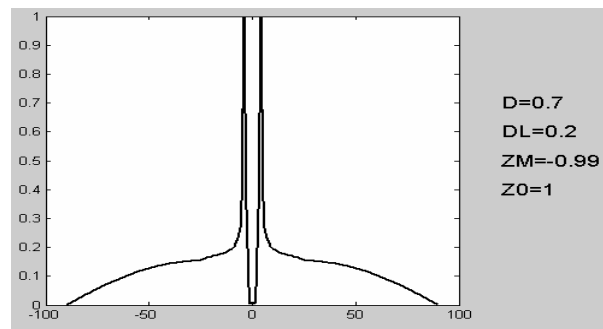


Рис. 3

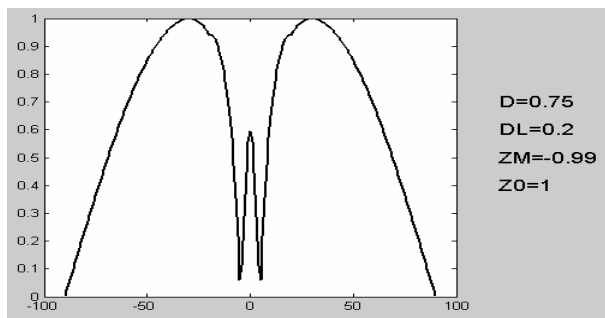


Рис. 4

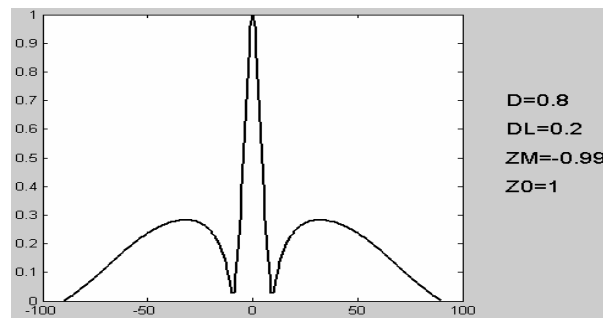


Рис. 5

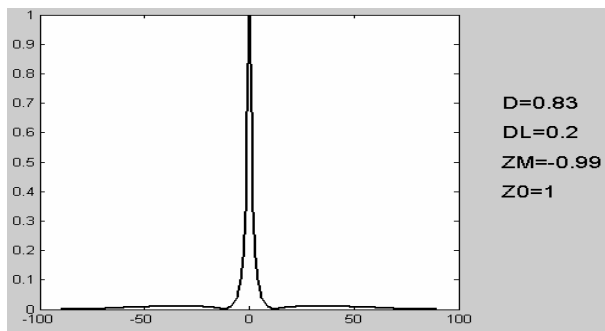


Рис. 6

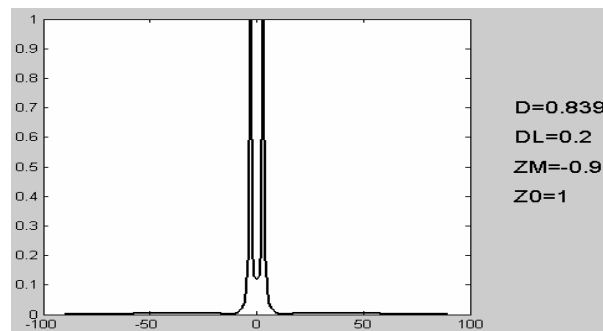


Рис. 7

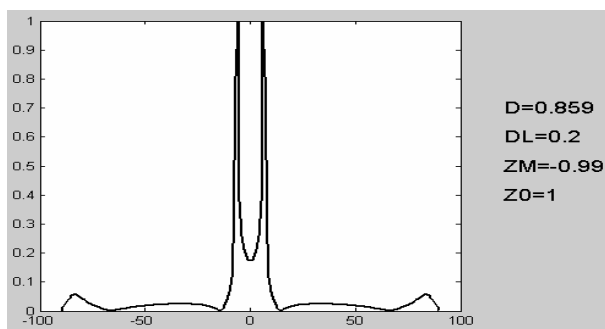


Рис. 8

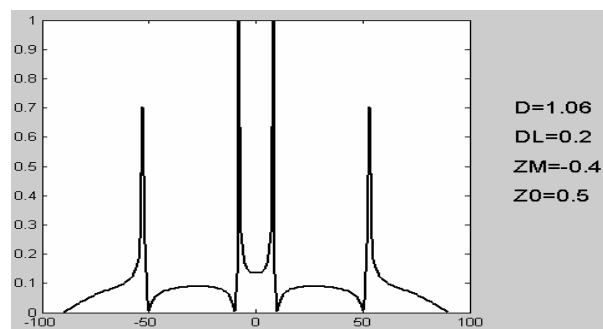


Рис. 9

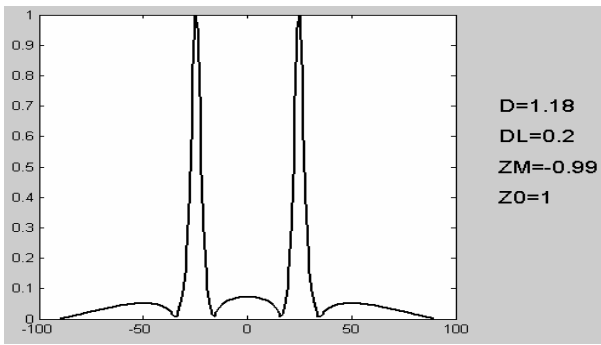


Рис. 10

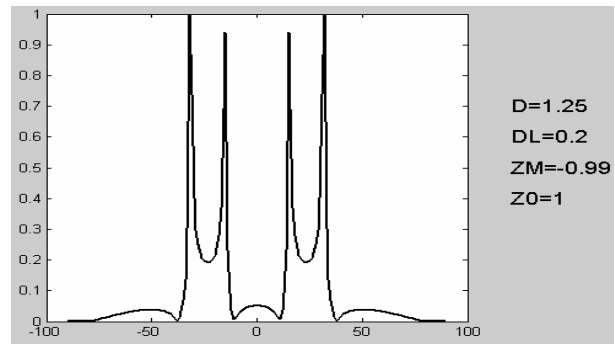


Рис. 11

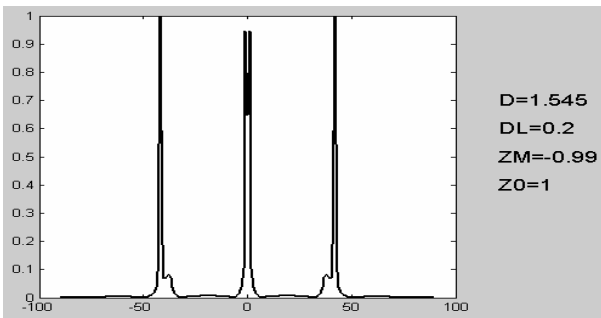


Рис. 12

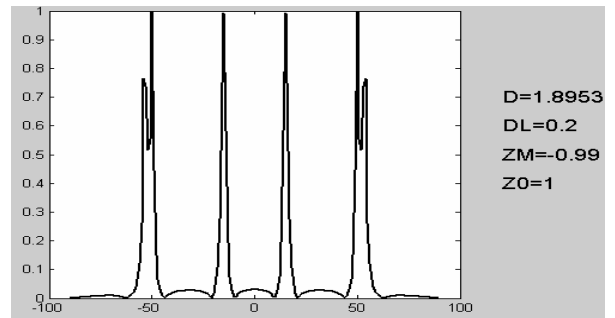
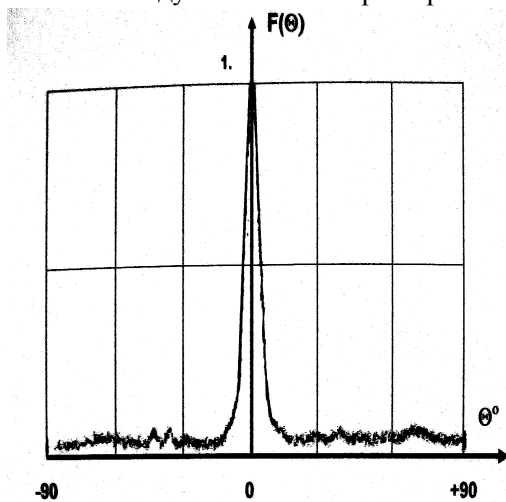
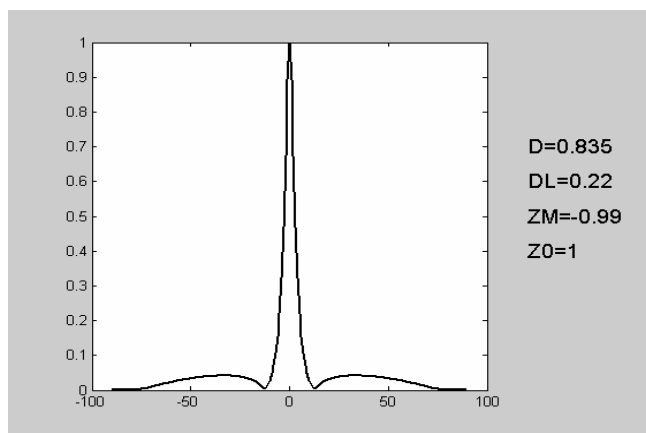


Рис. 13

Порівняльний аналіз рис. 2–13 дає змогу виявити особливості формування просторового розподілу поля фотонних кристалів на основі модульованих нанорозмірних структур та пояснити природу так званого "ефекту випромінювання в напрямку нормалі", виявленого у 60-х роках минулого століття в антенах з "немеханічним скануванням променя", а також в результатах дослідження математичних моделей періодично-неоднорідних імпедансних структур у [7, 8]. Авторами згаданих робіт було зафіксовано різке падіння коефіцієнта підсилення антен поверхневих хвиль в околі "нормалі" до структури, що пояснювалось зростанням відбитої потужності на вході антени, на основі чого заперечувалась принципова можливість існування випромінювання в таких структурах в напрямку її "нормалі". Тому особливий інтерес являють собою результати, показані на рис. 3–6, де зафіксовано фазовий перехід від двопробеневого до однопробеневого випромінювання поля у напрямку "нормалі" в модульованих нанорозмірних структурах, а далі, зі збільшенням величини періоду d_1 рис. 7–13, зафіксовано перехід до дво-, три- та чотирипробеневого напрямленого випромінювання поля в таких структурах. Ефект випромінювання в напрямку "нормалі", який є важливою інфокомунікаційною властивістю модульованих нанорозмірних структур, підтверджено експериментально (рис. 14) [20].



а) експеримент



б) розрахунок

Рис. 14. Результати експериментального обґрунтування властивості випромінювання по "нормалі" в діелектрично-неоднорідних структурах

Руйнування фокусуєчих властивостей фотонного кристала в околі його "нормалі" підтверджується та пояснюється результатами, зафіксованими на рис. 4–5. За монотонного зростання періоду d_1 модуляції діелектричної проникності, наприклад з величини $0,66\lambda$ (рис. 2), лівий та правий промені поля сходяться один до одного, як це бачимо з порівняння рис. 2 та 3. При цьому на головні пелюстки випромінювання напливають один на другий перші бокові пелюстки відповідно лівого та правого променів, які є протифазними до головних пелюсток, що приводить до розширення головних пелюсток і зменшення їх коефіцієнта напрямленої дії (рис. 4). Далі, за збільшення періоду d_1 , напливають один на другий головні пелюстки, які є синфазними. В результаті істотно зростає коефіцієнт напрямленої дії структури (рис. 5 та 6).

Зазначимо для ясності, що "немеханічне сканування променя" в антенах здійснюється періодичною зміною частоти електромагнітних коливань за лінійним законом, що подаються на вхід антени. Зростання частоти означає зменшення довжини електромагнітної хвилі, що в математичних моделях проявляється в пропорційному збільшенні усіх електричних розмірів електродинамічної системи, в тому числі і періоду розташування її елементів. Зазначимо також, що ефект зростання відбитої потужності на вході антен з немеханічним скануванням променя в околі "нормалі" є істотним недоліком таких систем, який перешкоджає виконанню їх функцій. У "фотонних кристалах" усе навпаки. Ефект зростання величини відбитої потужності в смузі частот у точці збудження модульованої нанорозмірної структури є однією з найважливіших властивостей електродинамічних систем, охоплених поняттям "фотонний кристал" [2]. Цей ефект означає появу в електродинамічній структурі "забороненої зони" для поширення хвиль в деякій смузі частот і використовується в багатьох прикладних задачах. В інфокомунікаційних системах, наприклад, властивість електродинамічної структури володіти "забороненою" та "дозволеною" зонами ("зоною запирання" та "зоною пропускання") покладена в основу побудови смуго-запірних та смуго-пропускних фільтрів, створення "надпровідників" та "ізоляторів" тощо.

Висновки. Розроблені математичні моделі фотонних кристалів на основі модульованих нанорозмірних структур є ефективним інструментом дослідження їх інфокомунікаційних властивостей, тому що, по-перше, моделі побудовані на основі строгих рішень відповідних задач збудження модульованих імпедансних та діелектричних структур; по-друге, математичні моделі калібровані на результатах коректних експериментальних досліджень; по-третє, математичні моделі отримані в замкнутому вигляді і прозоро зв'язують між собою параметри поля випромінювання з конструктивними параметрами певного класу фотонних кристалів.

Запропоновані математичні моделі у вигляді гіллястих ланцюгових дробів відкривають широкі можливості для фундаментального дослідження закономірностей впливу конструктивних параметрів фотонного кристала на структуру спектра просторових гармонік поля кристала.

Серія числових результатів, виконаних під час дослідження математичної моделі періодично неоднорідної нанорозмірної діелектричної пластини, вияснили особливості та закономірності формування просторового розподілу електромагнітного поля таких структур і частково розкрили їх потенційні можливості для застосування як елементів перспективних інфокомунікаційних систем, а саме: як просторових фільтрів, маршрутизаторів, напрямлених випромінювачів, перемикачів, мультиплексорів, одновимірних "фотонних кристалів" з заданими параметрами "заборонених" та "дозволенних" зон.

1. Наумовець А. Цей дивовижний, загадковий наносвіт // Україна. Наука і культура: Щорічник. – Вип. 33. – К., 2005. – С.6–17. 2. Yablonovitch E. Photonic band gap structures. *JOSAB* 10, 283 (1993). 3. Гухман А.А. Введение в теорию подобия. –2-е изд., доп. и перераб.: Учеб. пособие для вузов. – М.: Высш. шк., 1973. – 296 с. 4. Кособукин В.А. Фотонные кристаллы. *ФТТ*, 34, 3107 (1992). 5. Жувикин Г. Лабиринты фотонных кристаллов / <http://www.computerra.ru/offline/2001/407/11869/>. 6. Oliner A.A., Hessel A. Guided Waves on Sinusoidally-modulated Reactance Surfaces // *IRE Trans AP-7, Special Supplement, December, 1959.* – P.201–218. 7. Таланов В.И. К вопросу об излучении антенн

поверхностных волн с периодически изменяющимся поверхностным импедансом // Изв. вузов СССР. Радиофизика. – 1960. – №5. – С. 802–817. 8. Евстропов Г.А. Электродинамические свойства плоских и цилиндрических поверхностей с периодическим изменением импеданса // Вопросы радиоэлектроники. Сер. Общетеχνическая. – 1962. – Вып.3. – С.41–58. 9. Чаплин А.Ф. Возбуждение периодически неоднородных импедансных структур // Труды VIII Всесоюзн. симп. “Волны и дифракция”. – Т. 3. – М.: ИРЭ АН СССР. – 1981. – С.73–76. 10. Чаплин А.Ф. Теория эквидистантных решеток с периодически меняющимися параметрами излучателей // Труды VIII Всесоюзн. симп. “Волны и дифракция”. – Т. 3. – М.: ИРЭ АН СССР. – 1981. – С.73–76. 11. Гоблик В.В. Анализ поля над импедансной плоскостью с периодическими дискретными неоднородностями методом А.Ф. Чаплина / Теоретические и экспериментальные методы исследования антенн и устройств СВЧ: Сборник. – Львов, 1984. – С.27–70. – Рус.–Деп. В УкрНИИИТИ 11.11.84, №1874 Ук-84. 12. Об одном обобщении решения задач возбуждения модулированных импедансных структур / А.Ф. Чаплин, В.В. Гоблик (Львов. политехн. ин-т) – Львов, 1986. – 8 с. – Рус. Деп. в УкрНИИИТИ, №813 Ук-86. 13. Гоблик В.В. Дис. канд. фіз.-мат. наук. – Харківський держуніверситет, 1986. – 210 с. 14. Гоблик В.В. Возбуждение модулированной диэлектрической пластины // Вестн. Львов. политехн. ин-та “Теория и проектирование полупроводниковых и радиоэлектронных устройств”. – Львов, 1990. – №245. – С.20–23. 15. Гоблик В.В., Гоблик Н.М. Гілясті ланцюгові дроби в задачах дифракції хвиль // Вісн. Держ. універ. “Львівська політехніка” “Радіоелектроніка та телекомунікації”. – 1998. – № 352. – С. 150–153. 16. Скоробогатько В.Я. Теория ветвящихся цепных дробей и ее применение в вычислительной математике. – М.: Наука, 1983. – 312 с. 17. Боднар Д.И. Ветвящиеся цепные дроби. – К.: Наук. думка, 1986. – 176 с. 18. Hoblyk V.V., Hoblyk N.N. About solution of the Fredholm integrated equation in a branched continual fraction type. International School-Seminar “Continued Fraction, their General-ization and Application”, Uzhhorod National University, 2002. – P. 16–18. 19. Марков Г.Т., Чаплин А.Ф. Возбуждение электромагнитных волн. – 2-е изд. – М., 1983 – 179 с. 20. Патент №15648, Україна. Антена поверхневої хвилі / В.В. Гоблик, М.Ю. Михайлов, А.Ф. Чаплин, С.М. Яцишин // Державний університет “Львівська політехніка”. Опубл. 30.06.97. Бюл. №3.

УДК 53.088.2

О.В. Надобко, Б.М. Дутка

Національний університет “Львівська політехніка”,
кафедра теоретичної радіотехніки і радіовимірювань

МЕТОД ПІДСУМОВУВАННЯ ПОХИБОК З ДОВІЛЬНИМИ ЗАКОНАМИ РОЗПОДІЛІВ

© Надобко О.В., Дутка Б.М., 2007

Запропоновано простий та порівняно універсальний метод підсумовування похибок з довільними законами розподілів. Розроблено практичні рекомендації щодо його використання.

Вступ. Більшість похибок формується за схемою додавання (накладання), тому задача підсумовування похибок є однією з практичних задач, яку доводиться розв'язувати під час оцінки похибок вимірювань, похибок засобів вимірювань тощо. В загальному випадку ймовірнісно-статистичне підсумовування похибок передбачає підсумовування їх розподілів якнайповніших і універсальних характеристик похибок. Підсумовування похибок при цьому ґрунтується на побудові композицій розподілів. Відомо, що якщо розподіли окремих складових задані аналітичними функціями, то їх композиція знаходиться або шляхом інтегрування цих функцій, або з використанням