УДК 519.15:621.372

Я.П. Кісь, О.Я. Різник
НУ "Львівська політехніка",
кафедра "Інформаційні системи та мережі"

ДОСЛІДЖЕННЯ МОНОЛІТНИХ КОДІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МЕТОДу ЧИСЛОВОЇ ПІРАМІДИ

In article considers research of monolithic codes by the medium of method of numerical pyramid, gives defense estimation of annular monolithic code from hindrances.

У статті подані результати досліджень монолітних кодів за допомогою методу числової піраміди, розглядаються оцінки завадостійкості монолітних кодів.

Під **монолітним** будемо розуміти код, дозволені комбінації якого складаються з пакетів однойменних символів, що знаходяться один поруч одного. Конфігурація таких послідовностей у принципі може бути будь-якою, наприклад, набирати вигляду ланцюга, розгалуженої системи зв'язаних між собою ланцюгів, кільця тощо [1 – 3].

Кільцевий монолітний двійковий код (КМК) має ряд переваг перед іншими кодами. Одна з них – простота виявлення та виправлення помилок на приймальній стороні, бо поява хоча б одного символу "1" серед нулів, або символу "0" серед одиниць у прийнятій кодовій комбінації вказує на помилку. Помилка не виявляється лише у тих випадках, коли хибний сигнал виникає в першому або останньому символах пакета (на межі між пакетами нулів та одиниць). Якщо в монолітному коді з'являються хибні символи, то всі вони або частина з них зразу ж виявляються, що спрощує знаходження помилок і забезпечує високу завадостійкість монолітного коду.

Описаний код є прикладом практичної реалізації однієї з основних переваг будь-якої послідовності чисел – відносно просто генерувати на її елементах кодові комбінації як суми чисел поруч розміщених елементів послідовності. З інших переваг слід відзначити високу передбачувану швидкодію та надійність пристроїв кодування інформації в монолітному коді.

У загальному випадку різним розрядам монолітного коду може відповідати будь-яка закономірність розподілу ваг розрядів. Однак найбільший інтерес становлять дослідження закономірностей розподілу, який найкраще задовольняє вимоги, що ставляться до систем кодування інформації. Згадуючи про переваги монолітного коду, серед яких – простота виявлення і виправлення помилок, можливість перетворення інформації з високою швидкістю та надійністю, слід відзначити, що ефективність будь-якого коду визначається багатьма факторами, в тому числі можливістю здійснення кодування для будь-якої розрядності коду, потужністю методу кодування, достатньою завадостійкістю без надмірної надлишковості коду, нарешті наявністю ефективних алгоритмічних засобів побудови систем кодування. Це вимагає розроблення методів дослідження завадостійкості монолітних кодів.

Потужність КМК, реалізованого на ідеальній кільцевій в'язанці (ІКВ) n-го порядку [1, 3], визначається загальним числом способів утворення кодових слів:

$$\mathbf{N^{(K)}=n(n-1)+1} \qquad (1)$$

Ефективність КМК щодо можливості виявлення і виправлення помилок можна оцінити за допомогою таких залежностей:

$$\mathrm{M}^{(k)}_{\text{виявл.}} = \frac{C^r_{n-4}}{C^r_n}100\%, \quad r < n-4 \qquad (2)$$

$$\mathrm{M}^{(k)}_{\text{вип р.}} = \frac{C^{r}_{n-8}}{C^{r}_{n}} 100\%, \quad r < n-8 \tag{3}$$

Формули (1) і (2) встановлюють нижню границю для оцінки захищеності кільцевого монолітного коду від завад. Зі збільшенням розрядності КМК його завадостійкість швидко зростає.

В табл. 1 зведені результати обчислення за формулами (1) і (2) ефективності КМК, які дають змогу порівнювати між собою ефективність КМК за евристичними оцінками для різних значень параметрів n та r ІКВ [1, 2].

Однак розглянутий підхід розкриває лише наближені співвідношення, що зв'язують параметри КМК з його завадостійкістю. Тому доцільно шукати точніші методи розрахунку, наприклад, метод числової піраміди.

Таблиця 1

Ефективність КМК за евристичними оцінками для n=5 - 10, 15, 20, 25, 30; r=1,2,3.

C	N									
M, %	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
C^{1}_{n}	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
C^{1}_{n-4}	1	2	3	4	5	6	11	16	21	26
C^{1}_{n-8}	-	-	-	-	1	2	7	12	17	22
$\mathrm{M}_{\text{виявл}}$,%	**0**	**3,3**	**2,8**	**0**	**5,5**	**0**	**3,3**	**0**	**4**	**6,7**
$\mathrm{M}_{\text{випр}}$,%	-	-	-	-	11,1	20	46,7	60	68	73,3
C^{2}_{n}	10	15	21	28	36	45	105	190	300	435
C^{2}_{n-4}	-	1	3	6	10	15	55	120	210	325
C^{2}_{n-8}	-	-	-	-	-	1	21	66	136	231
$\mathrm{M}_{\text{виявл}}$,%	-	6,7	14,3	21,4	27,8	33,3	52,4	63,2	70	74,7
$\mathrm{M}_{\text{випр}}$,%	-	-	-	-	-	2,2	20	34,7	45,3	53,1
C^{3}_{n}	10	20	35	56	84	120	455	1140	2300	4060
C^{3}_{n-4}	-	-	1	4	10	20	165	560	1330	2600
C^{3}_{n-8}	-	-	-	-	-	-	35	220	680	1540
$\mathrm{M}_{\text{виявл}}$,%	-	-	2,8	7,1	11,9	16,7	36,3	49,1	57,8	64
$\mathrm{M}_{\text{випр}}$,%	-	-	-	-	-	-	7,7	19,3	29,6	37,9

Візьмемо робочі комбінації КМК, щоб обчислити точне число хибних символів, які підлягають виявленню, за умови, що помилка може з'явитися в будь-якому розряді досліджуваного коду.

Нехай спочатку n=4, тоді кожне з кодових слів 1000, 0100, 0010, 0001 дає змогу виявити хибний символ лише в одному з розрядів, а саме: третьому, четвертому, першому і другому відповідно. Решту випадків появи хибних символів розпізнати неможливо, оскільки для усіх них зберігається принцип "монолітності" кодових символів, що легко перевірити простим порівнянням між собою відповідних кодових комбінацій.

Наприклад, кодове слово 1000 після спотворення в одному з розрядів може набути вигляду: 0000, 1100, 1010 або 1001. Однак лише єдину комбінацію 1010 тут можна розпізнати як хибну. Аналогічна картина спостерігається для слів 0100, 0010, 0001, а також 1110, 0111, 1011, 1101. У той же час хибний символ у словах 1100, 0110, 0011, 1001 не виявляється. Він також не виявляється в кодових словах 0000 та 1111.

Отже, для чотирирозрядного КМК хибні символи можна виявити в $x=8$ випадках з-поміж усіх $n*N^{(k)}=56$ можливих випадків появи хибних сигналів, де $n=4$, $N^{(k)}=14$.

Вважаючи закон розподілу ймовірностей появи хибних символів рівномірним для будь-яких кодових позицій, легко обчислити ефективність КМК щодо спроможності виявлення одиничних помилок:

$$\mathrm{M}^{(k)}_{\text{виявл.}} = \frac{x}{n * N^{(k)}} 100\% \qquad (4)$$

З формули (1) випливає, що для обчислення $\mathrm{M}^{(k)}$ необхідно знайти залежність $x=f(n)$. Для дослідження залежності $x=f(n)$ знайдемо всі кодові слова КМК при $n=5$ і обчислимо кількість слів, у яких можна виявити один, два, три і т.д. хибні символи.

Слова, в яких можна виявити один хибний символ:

11000, 01100, 00110, 00011, 10001;

11100, 01110, 00111, 10011, 11001.

Слова, в яких можна виявити два хибні символи:

10000, 01000, 00100, 00010, 00001;

11110, 01111, 10111, 11011, 11101.

Слів, в яких можна було б виявити три і більше хибних символів, в даному випадку не існує, а слова 00000 і 11111 не дають змоги виявити навіть одного хибного символу.

Отже, КМК при $n=5$ дає змогу виявити одиничні хибні символи в 30 випадках з-поміж усіх $n*N^{(k)}=5*22=110$, тобто $x=30$. Для зручності подальшого дослідження розкладемо число x на доданки:

30=2*5+1*5+1*5+2*5=5*(2+1+1+2)

Два середні члени в цьому записі враховують кількість слів, в яких можна виявити один, а два крайні члени – два хибні символи.

Аналогічний запис для попереднього випадку (n=4) має вигляд:

8=4*(1+1).

Коли n=6, розклад чисел набуває вигляду:

72=6*(3+2+2+2+3).

Порівнюючи одержані результати обчислення кількості слів, у яких можна виявити хибні символи, легко встановити закономірність зростання числових сум, якщо доданки, що знаходяться в дужках, записувати у вигляді числової піраміди (табл.2).

Таблиця 2

Числова піраміда

									1		1											n=4
								2	1		1	2										5
							3	2		2		2	3									6
						4	3		3		3		3	4								7
					5	4		4		4		4		4	5							8
				6	5		5		5		5		5		5	6						9
			7	6		6		6		6		6		6		6	7					10
		8	7		7		7		7		7		7		7		7	8				11
	9	8		8		8		8		8		8		8		8		8	9			12
10	9		9		9		9		9		9		9		9		9		9	10		13
і т.д.																						

Тепер можна обчислити значення x для будь-якого заданого n, вибираючи суми чисел з відповідного рядка числової піраміди і перемножуючи одержану суму на n. Той самий результат одержимо, якщо скористаємось формулою:

$$x=n(n-2)(n-3) \quad (5)$$

Оскільки загальне число випадків можливості появи хибних символів дорівнює $n*N^{(k)}$*, то формула (2) набуває вигляду:*

$$M^{(k)}_{\text{виявл}} = \frac{(n-2)(n-3)}{n(n-1)+2}100\% \quad (6)$$

Результати обчислення за формулою (3) відносної кількості виявлених одиничних помилок за допомогою КМК наведені в табл. 3

Таблиця 3

Результати обчислення відносної кількості виявлених одиничних помилок за допомогою КМК.

$M^{(k)}$,%	N									
	5	6	7	8	9	10	15	20	25	30
$\frac{x}{k}$	6	12	20	30	42	56	156	306	506	756
$N^{(k)}$	22	32	44	58	74	92	212	382	602	872
$M^{(k)}_{\text{виявл}}$,%	27,3	37,5	45,5	51,7	56,8	60,9	73,6	80,1	84,1	86,7

Аналіз одержаних в табл.3 результатів показує, що порівняно з розрахунками, наведеними в табл.1, застосування формули (3) дає змогу точно обчислити відносну кількість виявлених одиничних помилок для малих значень n<10. Зі збільшенням розрядності КМК результати таблиць 1.6 і 1.8 практично збігаються. Ефективність КМК за евристичними оцінками, по суті, є нижчою від реальної ефективності досліджуваного коду.

1. Різник В.В. Синтез оптимальних комбінаторних систем. - Львів: Вища школа, 1989. - 168 с. 2. Різник В.В., Кісь Я.П. Завадостійкі коди на ідеальних кільцевих в'язанках // Вимірювальна техніка і метрологія. - 1995. №51. С.22-23. 3. Ризнык В.В., Ризнык О.Я., Бандырская О.В. Синтез помехоустойчивых кодов на основе идеальных числовых отношений // Контрольно-измерительная техника. - Львов: Вища школа. - 1990. - Вып.47. - С.3-6.