Точність перетворення суттєво зростає при використанні комбінованого алгоритму для перетворення аналогового сигналу. Так, при N =8 і кількості підінрервалів 32 на підінтервалі 10 розміщується 115 кодових слів, що забезпечують точність перетворення рівну приблизно 2^{-12}.

У результаті проведених досліджень можна зробити такі висновки:

1) точність перетворення на різних підінтервалах інтервалу [0,1] різна, і якщо якийсь з підінтервалів забезпечує високу, в порівнянні з іншими підінтервалами, точність перетворення при умові однакового обмеження на довжину кодового слова N (а відповідно і на $P_{сл}$), то така тенденція зберігається і для інших обмежень;
2) оскільки при різних способах розбиття інтервалу [0,1] на підінтервали точність вимірювання і максимальна довжина кодового слова на різних підінтервалах різна, то при заданих обмеженнях на довжину кодового слова N дослідник може в діалоговому режимі підібрати таке розбиття інтервалу [0,1], при якому забезпечується найбільша точність перетворення при найменшому $P_{сл}$;
3) комбінований алгоритм забезпечує суттєво більшу точність перетворення при таких самих витратах пам'яті на зберігання кодового слова.

1. Якушев В.С. Математичний підхід до розроблення нових методів і засобів перетворення та опрацювання інформації //Вісник ДУ "Львівська політехніка" .1998. №330. С. 263 –268. 2. Якушев В.С. Використання активних алгоритмів перетворення і опрацювання інформації в інформаційних технологіях. //Вісник ДУ "Львівська політехніка" .1999. №383. С. 242 – 260.

УДК 681.3

Якушев В.С.
НУ "Львівська політехніка",
кафедра "Інформаційні системи та мережі"

ДОСЛІДЖЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ АКТИВНИХ АЛГОРИТМІВ ПРИ ПЕРЕТВОРЕННІ І ОПРАЦЮВАННІ ІНФОРМАЦІЙНИХ ПОТОКІВ

Active mathematical algorithms for using in information technology are considered.

Тут описані активні математичні алгоритми, які використовуються у інформаційних технологіях

Підготування вхідних потоків даних для сучасних інформаційних вимірювально-обчислювальних систем, у тому числі їх перетворення і опрацювання, не перестає бути актуальним, незважаючи на різні підходи до вирішення вказаної проблеми [1].

Одним з таких підходів є математичний з використанням активних алгоритмів: Енгеля, Остроградського і комбінованого [2].

Метою дослідження є оцінка витрат пам`яті, похибки і завадозахищенності при перетворенні і опрацюванні інформаційних потоків, у тому числі фізичних величин, зокрема, - аналогових сигналів в цифровий код.

Оскільки елементи таких кодів, відповідно до вказаних алгоритмів, мають властивості швидкого росту, то виявилось необхідним, поряд з традиційною задачею оцінки точності відображення чисел у вигляді початкових відрізків нескінченних рядів з однаковим числом складових в різних алгоритмах, розглянути і нову постановку задачі. У такій постановці задачі необхідно оцінити похибку перетворення сигналу з обмеженням на величину елементів цифрового коду. При цьому число відповідних ітерацій може бути різним, тобто перетворення ведеться до моменту, поки наступний елемент коду не перевищить наперед задане число Q (Q вибирається у вигляді $Q = 2^k - 1$, що пов'язано з необхідністю потім оцінити витрати пам'яті).

Фізично реалізація такої задачі відповідає обмеженню на чутливість вхідного аналого-цифрового перетворювача, тобто всі величини рівні або менші Q сприймаються, як рівні 0. У процесі рішення задачі досліджувався розподіл чисел на відрізку [0,1], коди яких не містять елементів, що перевищують Q, а також частота входжень в задані інтервали, з метою оцінки найвищої точності відображення величин, що перетворюються

Витрати пам'яті ЕОМ при перетворенні аналогового сигналу в цифрову форму можна умовно оцінити

$$P = P_{сл} + P_{алг} + P_{пам},$$

де P – необхідний об'єм пам'яті;

$P_{сл}$ – пам'ять, що витрачається на запис (зберігання) кодового сигналу;

$P_{алг}$ – пам'ять для запису (зберігання) алгоритму, за яким з кодового слова відновлюється, наприклад, десяткове відображення числа;

$P_{пам}$ – пам'ять дла запису (зберігання) умов і процедур, що забезпечують завадозахищеність коду.

Необхідні дослідження і планування відповідних есперементів проводилось за допомогою ЕОМ.

Планування експеременту – це процедура вибору числа і умов проведення дослідів, що необхідні і достатні для вирішення поставлених завдань. Теорія планування експеременту дозволяє вирішувати такі найважливийші завдання науки і техніки [3,4,5]:

- розкриття механізму або явища процесу, тобто, побудову в умовах невизначенності матиматичної моделі об'єкта, яка в кількісній формі показує вплив різних параметрів на одну або декілька його вихідних величин;
- оптимізація об'єктів, тобто, пошук сукупності значень внутрішніх керованих параметрів, що забезпечують екстремум вихідної величини;
- виділення факторів, що суттєво впливають на вихідну величину;
- вибір чіткої стратегії, що дозволяє приймати обгрунтовані рішення після кожної серії експериментів.

При створенні математичної моделі експерименту і вибору методу планування, в тому числі імітації експерименту, використовувалась ЕОМ. Імітація полягала у своренні алгоритму, результати якого аналогічні до результатів експерименту.

Математичні методи планування експерименту виявляються в багатьох випадках спільними для моделей, що мають різне походження. Це безпосередньо випливає з визначення експерименту. Можливість планування виникає в тому випадку, коли відповідь, що цікавить дослідника, може бути отримана в результаті різних експериментів. Іншими словами, нехай задана сукупність умов $\sigma_1, \sigma_2, ..., \sigma_i$, при цьому кожна із сукупностей може дати відповідь на питання, що цікавить. Передбачається, що для кожного σ_i визначене значення витрат $s(\sigma_i) = s_i$, $\sigma_i \in J(i \in I)$, де J та I – задані множини.

Отже, планування експеременту містить два етапи :

1) визначення множини I і побудову функцій s_i ;
2) знаходження $i_0 \in I$, для якого s_i досягає найменшого значення.

Послідовне рішення цих двох задач складає зміст математичної теорії планування експерименту.

Одним з завдань, при вирішенні якого, на наш погляд, може використовуватися математична теорія планування експерименту, полягає в перетворенні і цифровому опрацюванні сигналів, що використовуються в інформаційній вимірювально-обчислювальній техніці. При такому підході вимірювально-обчислювальне перетворення інформації можна вважати відображенням фізичної величини на деякий швидкозбіжний ряд, кількість якої виражається границею відповідної фундаментальної послідовності раціональних чисел, тобто – дійсним числом. Іншими словами, відображення реалізується за допомогою функціоналу, який співставляє стан спостережуваного об’єкта зі значеннями деякої дійсної змінної.

У тих випадках, коли стан об’єкта спостереження описується деякою функцією $f(x_1, x_2, ..., x_i)$ просторових, часових та інших подібних координат і функція f належить до визначеного функціонального класу F, вказане відображення задає відповідний функціонал над класом F. Метрика на множені планування корелюється з метрикою вихідного функціонального класу F, що узгоджена з фізичною природою задачі. Формально множина планувань не мусить бути скінченною, однак більшість конкретних результатів відноситься до випадку, коли ця множина скінченна.

У термінах функціональних просторів задача планування експерименту, яка відповідає класичній схемі, формулюється наступнм чином.

Нехай F – повний нормований простір і $L \subset F$ – його лінійний m- мірний підпростір. Вибираючи в L базис , тобто набір лінійно незалежних елементів $\{l_1, l_2, ..., l_m\}$, кожний елемент $f \in L$ можна подати у вигляді лінійної комбінації

$$f = \sum_{i=1}^{m} \theta_i l_i .$$

Експеримент, що призначений для оцінки невідомих параметрів $\theta = (\theta_1, \theta_2, ..., \theta_m)$, полягає в оцінці значень випадкових величин

$$y_j = x_j(f) + \varepsilon_j .$$

Тут x_j – лінійні обмежені функціонали на F, а ε_j - випадові похибки, які центровані , некорельовані і мають однакові скінченні дисперсії.

Застосовуючи математичний підхід, вимірювальне перетворення деякої фізичної величини можна трактувати як отримання такої послідовності раціональних чисел, границею якої є кількість вказаної величини. Тобто кількість величини, що перетворюється (вимірюється), дорівнює певній сумі ряду, а точність наближення визначається кількістю врахованих членів цього ряду [1].

Максимальні абсолютні похибки наближення нескінченних рядів Енгеля, Остроградського і комбінованих їх скінченними відрізками були розглянуті в роботі [2]:

$$\Delta_{OI} \le \frac{1}{(n+1)!}; \qquad \Delta_{OII} \le \frac{1}{2^{2^{n-1}}}; \tag{1}$$

$$\Delta_{EI} \le \frac{1}{2^n}; \qquad \Delta_{EII} =\le \frac{1}{2^{2^{n-1}}}; \tag{2}$$

$$\Delta_{KI} < \frac{1}{2^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}}; \qquad \Delta_{KII} < \frac{1}{2^{(2^{n+1}-1)}}. \tag{3}$$

Оскільки другі алгоритми Остроградського, Енгеля і комбіновані на сьогодні досить складні для реалізації, дослідимо їх перші варіанти.

У загальному вигляді процес аналого-цифрового перетворення можна розглядати, як здійснення послідовності однотипних ітерацій. При цьому на кожній ітерації отримують нові елементи кодового слова. Тому природньо порівнювати між собою різні алгоритми, які лежать в основі аналого-цифрового перетворення, за тією точністю перетворення аналогової величини в цифровий код, яка забезпечується за однакове число ітерацій.

При відображенні чисел у вигляді двійкових та десятковних рядів ця похибка за n ітерацій відома і відповідно дорівнює 2^{-n} та 10^{-n}. Для рядів Кантора, Люрота та Енгеля першого роду вона дорівнює 2^{-n} [2]. Але на відміну від позиційних систем числення для вказаних рядів похибка 2^{-n} є найбільшою і досягається вона на статистично рідкій множині чисел. Для основної маси чисел вона значно менша. Це дозволяє стверджувати, що, виключивши з розгляду деякі піддіапазони відрізку [0,1], можна забезпечити більшу точність.

Зауважимо також, що елементами кодового слова $P_{сл}$ в двійковому коді є числа 0,1, в десятковому 0, 1, …, 9, а в кодах Остроградського, Енгеля, комбінованому – натуральні числа. Для алгоритмів Остроградського, Енгеля, і комбінованого кодові слова взагалі можуть бути як завгодно великими. Але задана (необхідна) точність дозволяє вказати для них оцінку зверху (1,2,3).

Для двійкового коду $P_{алг}$ є найменьшим, оскільки цей алгоритм найпростійший. Але для цього коду, як і для десяткового, необхідне зберігання вагових констант кожного розряду, чого не треба робити для алгоритмів, що досліджуються. У позиційних системах числення відсутня можливість контролю процесу паретворення $P_{пам}$, тобто завадозахищеність , що є суттєвим недоліком. У алгоритмах Остроградського, Енгеля, і комбінованому завадозахищеність реалізується наявністю співвідношень між послідовними елементами коду , які дозволяють виявити помилки [2].

Таким чином, фізична реалізація алгоритмів Енгеля, Острогпадського і комбінованого [2] поставили нову задачу, яка раніше не розглядалася в теоретичних дослідженнях, - оцінювати похибку не в залежності від числа ітерацій, а досліджувати максимально можливу абсолютну похибку відображення чисел при обмеженнях на величину елементів цифрового коду, що отриманий при аналого-цифровому перетворенні. При цьому число ітерацій може бути різним, але вони виконуються до того моменту, поки наступний елемент коду не перевищить наперед заданого числа Q. Виявляється, що в фізичній реалізації цьому відповідає природнє обмеження на чутливість вхідного аналого-цифрового перетворювача, тобто всі величини менші або рівні Q сприймаються, як рівні 0.

1. Якушев В.С. Математичний підхід до розроблення нових методів і засобів перетворення та опрацювання інформації //Вісник ДУ "Львівська політехніка" .1998. №330. С. 263 –268. 2. Якушев В.С. Використання активних алгоритмів перетворення і опрацювання інформації в інформаційних технологіях. //Вісник ДУ "Львівська політехніка" .1999. №383. С. 242 – 260. 3. Налимов В.В., Голикова Т.И. Логические основы планирования эксперимента . - М.: Наука. 1976. 390 С. 4. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем .- М.: Наука.1978. 400 С. 5.. Ермаков С.М., Жиглявский А.А. Математическая теория оптимального эксперемента. . - М.: Наука. 1987. 316 С.